LX-B.2

BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
LX
B
2
NAPOLI

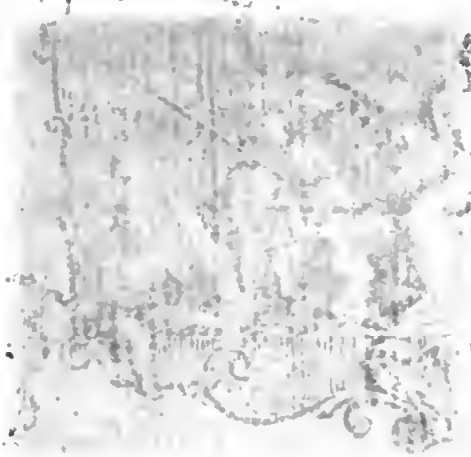
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Regiſtres de cette Académie.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXVII.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.



PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en Weſt-Frieſland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amſterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique, tirés des Regiſtres de cette Académie, commencée avec l'année* 1699, *juſques à préſent:* Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunſtig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytſluyting van alle andere geduurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goed vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geëindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique, tirés des Regiſtres de cette Académie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire & dans les Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, enrichies de plus de* 200 *fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix propoſés par l'Académie Royale des Sciences;* benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Hiſtoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans ſon ordre;* En eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Phyſique & autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis ſon commencement juſques à l'année* 1698 *incluſivement;* wel verſtaande van het laaſt-genoemde: maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en Weſt-Frieſland nooyt waren gedrukt geweeſt; waar toe hy Suppliant zeer groote koſte en moeyte genoodzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menſchen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote ſchade van hem Suppliant; en om daar in te wezen geſecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunſtig geliefden te verleenen ſpeciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerſtkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Hiſtoria Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique tirés des Regiſtres de cette Académie*, met alle de nog volgende deelen en ſtukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences, dont il eſt parlé dans l'Hiſtoire & Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix propoſés par Mrs. de l'Académie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Hiſtoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans ſon ordre*; en Eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Phyſique, & autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis ſon commencement juſques à l'année* 1698 *incluſivement*; wel verſtaende van het laeſt-genoemde Werk maer alleen alle die ſtukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of Weſt-Frieſland nooyt waren gedrukt geweeſt; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met ſpeciaal verbod aan alle andere om dezelve Wetken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttrekſels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve ſouden mogen zyn, te moogen maaken, ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duyſent Guldens, ofte ſoo veel het ons ſoude goed dunken tot meer afſchrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alſoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22. January 1706, tegens de Overtreders geſtipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menſchen van haar voornemen tot merkelyke ſchade van den Suppliant af te ſchrikken, en de bovengemel-

de

de Werken voor den Suppliant van de grootſte aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake ende het voorſz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onſe regte wetenſchap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconſenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, conſenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerſt agter een volgende jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is verſogt, en hier vooren uytgedrukt ſtaat, binnen den voorſz. Onſen Lande alleen ſal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duyſent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen ſal, een derde part voor den Armen der plaetſe daer het Caſus voorvallen ſal, ende het reſterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve ſullen werden agterhaeld. Alles in dien verſtaande, dat wy den Suppliant met deſen onſen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne ſchaade door het nadrukken van de voorſz. Werken, daer door in geenigen deelen verſtaen, den innehouden van dien te authoriſeeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onſe protectie ende beſcherminge eenig meerder credit, aanſien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laſte zal gehouden weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk begeerende dat by aldien hy deſen onſen Octroye voor dezelve Werken ſal willen ſtellen, daer van geene geabtevieerde ofte gecontraheerde mentie ſal mogen maaken, nemaer gehouden weſen het zelve Octroy in 't geheel en ſonder eenige omiſſie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden ſal zyn een Exemplaer van de voorſz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onſe Univerſiteit te Leyden, binnen

den tyd van ſes weeken, na dat hy Suppliant de voorſz. Werken ſal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ſes hondert Guldens, na expiratie der voorſz. ſes weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytſe Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met de daat verſteeken te zyn van het effect van deeſen Octroye: dat ook den Suppliant, ſchoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorſz. onſe Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige obſervatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden ſal zyn wederom een ander Exemplaar van deſelve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorſc. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als vooren. Ende ten einde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, laſten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van deſen doen, laaten, ende gedoogen, ruſtelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, ceſſeerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onſen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't jaar onſes Heeren ende Zaligmaakers, Duyſent zeven hondert een en dertig.

J. G V, BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten.

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand geſteld by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Reſolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om ſig daar na te reguleeren.

TA-

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR *les Hauteurs du Barometre, observées sur differentes Montagnes.* Page 1
Sur l'Electricité. 5
Sur l'Aiman. 18
Sur le volume des Liqueurs mêlées. 25
Sur le Soleil vu Elliptique à environ 10 degrés de hauteur sur l'Horizon. 32
Sur l'Aurore Boréale. 33
Observation de Physique générale. 35

ANATOMIE.

Sur la Poitrine d'un Enfant nouveau-né difforme. 37
Sur la maniere d'arrêter les Hémorragies qui viennent après des Membres coupés. 41
Sur un Anevrisme de l'Artere sousclaviere droite, vuidé par la Bouche. 44
Sur un Ver rendu par le Nez. 46

CHIMIE.

Sur le Tartre soluble. 54
Sur une maniere de tirer le Mercure du Plomb. 57

BOTANIQUE. 59

GEOMETRIE. 59

ASTRONOMIE.

Sur la Description du Parallele de Paris, ou de sa Tangente. 63
Sur le mouvement de l'Etoile Polaire par rapport au Pole du Monde. 88
Sur les mouvemens des Planetes dans des Epicycles. 93
Sur la détermination de l'Orbite des Cometes. 99
Sur une nouvelle Méthode pour les Longitudes. 105

MECHANIQUE.

Sur les Charrois, les Traineaux & le Tirage des Chevaux. 113
Sur le Vaisseau qui éprouvera la moindre résistance de l'Eau. 118
Sur le mouvement d'une Bulle d'Air dans une Liqueur. 124
Sur la conciliation des deux Règles Astronomiques de Kepler dans le Système des Tourbillons. 127
Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1733. 134

TABLE

POUR LES

MEMOIRES.

REMARQUES *sur un Enfant nouveau-né, dont les Bras étoient difformes.* Par M. PETIT le Médecin. Page 1

Premier Mémoire sur l'Electricité. Par M. DU FAY. 31

Addition qu'il faut faire aux Quarts-de-Cercle fixes dans le Méridien. Par M. GODIN. 50

Réflexions sur la hauteur du Barometre, observée sur diverses Montagnes. Par M. CASSINI. 55

Réflexions sur le Tirage des Charrettes & des Traineaux. Par M. COUPLET. 67

Second Mémoire sur l'Electricité. Par M. DU FAY. 100

Une Base qui est exposée au choc d'un Fluide étant donnée, trouver l'espece de Conoïde dont il faut la couvrir, pour que l'impulsion soit la moindre qu'il est possible? Par M. BOUGUER. 118

Observation d'une Hémorragie par la Bouche,

qui, en moins d'une minute qu'elle a duré, a été ſuivie de la mort du Malade, & dont le Sang venoit immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere droite. Par M. MALOET. 153

Sur la figure des Dents des Roues, & des Ailes des Pignons, pour rendre les Horloges plus parfaites. Par M. CAMUS. 165

Deſcription Anatomique d'un Mouton monſtrueux. Par M. MORAND. 197

Obſervation de l'Eclipſe du Soleil faite à l'Obſervatoire Royal le 13 *Mai* 1733. Par M. CASSINI. 205

Obſervation de l'Eclipſe de Soleil, faite à Paris le 13 *Mai* 1733. Par M. GODIN. 207

Obſervation de l'Eclipſe de Soleil du 13 *Mai* 1733. Par M. GRANDJEAN. 209

Sur la Figure de la Terre, & ſur les moyens que l'Aſtronomie & la Géographie fourniſſent pour la déterminer. Par M. DE MAUPERTUIS. 211

Eſſais ſur le volume qui réſulte de ceux de deux liqueurs mêlées enſemble; ou, ſavoir ſi deux liqueurs mêlées enſemble ont un volume égal à la ſomme des volumes qu'elles avoient priſes ſéparément, ou ſi elles en ont un plus grand ou un plus petit que la ſomme des deux premiers. Par M. DE REAUMUR. 228

Sur

Sur quelques Questions de Maximis & Minimis. Par M. CLAIRAUT. 258

Observation de l'Eclipse de Lune, du 28 *Mai* 1733. Par M. GODIN. 271

Histoire de la Carpe. Par M. PETIT le Médecin. 274

Méthode pratique de tracer sur Terre un Parallele par un degré de latitude donné; & du rapport du même Parallele dans le Sphéroïde oblong, & dans le Sphéroïde applati. Par M. GODIN. 310

Troisieme Mémoire sur l'Electricité. Par M. DU FAY. 327

Sur le mouvement d'une Bulle d'Air qui s'éleve dans une liqueur. Par M. DE MAUPERTUIS. 357

Sur les differentes manieres de rendre le Tartre soluble. Seconde Partie. Par Mrs. DU HAMEL & GROSSE. 364

Méthode générale pour déterminer la nature des Courbes formées par la Section des Solides quelconques. Par M. PITOT. 381

Etablissement d'un nouveau Genre de Plante, que nous nommerons BICUCULLATA CANADENSIS, RADICE TUBEROSA SQUAMMATA. Par M. MARCHANT. 390

Des apparences du mouvement des Planetes dans un Epicycle. Par M. GODIN. 396

Deſcription d'un Inſtrument qui peut ſervir à déterminer, ſur la ſurface de la Terre, tous les points d'un Cercle parallele à l'Equateur. Par M. DE LA CONDAMINE. 408

Les Loix Aſtronomiques des viteſſes des Planetes dans leurs Orbes, expliquées méchaniquement dans le Syſtême du Plein. Par M. l'Abbé DE MOLIERES. 419

Recherche ſur le Plomb. Par M. GROSSE. 435

Obſervation du Soleil vu Elliptique à environ 10 *degrés de hauteur ſur l'horizon, le* 28 *Juin* 1733. Par M. DE MAIRAN. 457

De la détermination de l'Orbite des Cometes. Par M. BOUGUER. 460

Examen des cauſes qui ont altéré l'eau de la Seine, pendant la ſechereſſe de l'année 1731. Par M. DE JUSSIEU. 488

Méthode très ſimple pour calculer la premiere Equation des Planetes. Par M. PITOT. 502

Remarques ſur les Monſtres, à l'occaſion d'une Fille de douze ans, au corps de laquelle étoit attachée la moitié inférieure d'un autre corps; & à l'occaſion d'un Faon à deux Têtes, diſſequé par ordre du Roi. Avec des obſervations

tions ſur les marques de naiſſance. Premiere Partie. Par M. WINSLOW. 508

De la Carte de la France, & de la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris. Par M. CASSINI. 541

Détermination géométrique de la Perpendiculaire à la Méridienne tracée par M. Caſſini; avec pluſieurs Méthodes d'en tirer la grandeur & la figure de la Terre. Par M. CLAIRAUT. 564

Obſervations du Thermometre, faites par M. COSSIGNY *Correſpondant de l'Académie, à l'Iſle de Bourbon, à l'Iſle de France, à Madagaſcar, & dans la route depuis l'Orient juſqu'à ces Iſles, pendant l'année* 1732, *& partie de l'année* 1733. *Comparées avec les Obſervations du Thermometre faites à Paris pendant le même tems.* Par M. DE REAUMUR. 579

Du mouvement apparent de l'Etoile Polaire vers le Pole du Monde, & des Etoiles qui ont été ou peuvent être plus proche de ce pole; avec des Réflexions ſur la deſcription qu'Eudoxus a faite des Etoiles fixes, rapportée par Hipparque Bithynien. Par M. MARALDI. 591

Nouvelle Maniere d'obſerver en Mer la Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée. Par M. DE LA CONDAMINE. 602

Quatrieme Mémoire ſur l'Electricité. Par M. DU FAY. 617

Jur-

TABLE.

Journal d'Observations des Aurores Boréales, qui ont été vues à Paris, ou aux environs, dans le cours des années 1732 & 1733. *Avec plusieurs Observations de la Lumiere Zodiacale, dans les mêmes années.* Par M. DE MAIRAN. 644

Observations Météorologiques faites à Béziers, depuis le commencement de 1725, *jusqu'à la fin de* 1733. *Communiquées à l'Académie* Par M. DE MAIRAN. 675

Observations Météorologiques faites pendant l'année 1733. Par M. MARALDI. 684

Mémoire où l'on donne les raisons pourquoi les Chevaux ne vomissent point. Par M. LAMORIER, de la Société Royale de Montpellier. 687

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,
Année M. DCCXXXIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LES HAUTEURS DU BAROMETRE observées ſur differentes Montagnes. *

NOus ſuppoſons tout ce qui a été dit ſur ce ſujet en 1703 † & 1705 ‡. Le Barometre porté ſur une Montagne y baiſſe, & baiſſe d'autant plus que la Montagne eſt plus haute. Si l'on imagine que la Colonne d'Air qui ſoutient 28 pouces de Mercure quand le Barometre eſt au niveau de la Mer, ſoit diviſée dans toute ſon étendue en toutes ſes parties, telles que chacune ſoutienne une ligne de Mercure, il eſt certain que toutes ces parties ſeront inégales & croiſſantes en longueur, depuis la premiere qui ſera au niveau de la Mer, & la moins longue de toutes, parce

* V. les M. p. 55. † p. 13. & ſuiv. ‡ p. 12. & ſuiv.

parce qu'elle ſera chargée de tout leur poids, & par conſéquent plus condenſée qu'aucune autre. Il étoit fort naturel de penſer, comme a fait M. Mariotte, que les differentes condenſations, ou ce qui eſt la même choſe renverſée, les longueurs de ces parties étoient proportionnelles aux poids qui les chargeoient; & nous avons vu en 1705 que cela s'eſt toujours trouvé vrai, tant qu'on a fait les expériences ſur de l'Air enfermé dans des Tubes, mais non pas ſur l'Air libre, tel que celui qui peſe ſur le Barometre, & qui compoſe notre Atmoſphere. C'eſt lui dont on voudroit la hauteur par la progreſſion de M. Mariotte, qui la donneroit bien vîte; mais c'eſt juſtement lui qui ſe dérobe à cette Règle.

Quand l'Académie travailla en 1700 à la prolongation de la Méridienne de Paris vers le Midi, on ne manqua pas d'obſerver les hauteurs, ou plutôt les deſcentes du Barometre ſur des Montagnes dont on connoiſſoit par des opérations géométriques l'élévation au deſſus du niveau de la Mer. Par-là on voyoit quelle étoit la deſcente du Mercure pour une certaine hauteur connue de la Montagne, hauteur qui étoit la même que la longueur dont la Colonne totale d'Air étoit diminuée. Autant d'expériences de cette eſpece, c'étoient autant de points de diviſion déterminés dans cette Colonne totale d'Air, autant de points dont la raréfaction par rapport à celle de la partie la plus baſſe étoit connue. Mais on n'avoit pas encore un aſſez

grand

grand nombre de ces expériences, & il eſt viſible qu'on n'en peut avoir trop.

Maintenant on en a davantage, graces à M. de Plantade, de la Société Royale de Montpellier, Avocat-général de la Cour des Aides de cette Ville, qui en travaillant à une Carte du Languedoc, a meſuré actuellement un grand nombre de Montagnes, tant de celles qui l'avoient déja été dans le travail de la Méridienne, & qu'il a vérifiées, que de pluſieurs autres qui n'étoient pas compriſes dans ce travail; enſuite il a eu la curioſité de porter des Barometres ſur leurs ſommets, malgré la difficulté de ce tranſport ſouvent répété, & malgré le froid extrême qu'il avoit à eſſuyer dans ces lieux-là au mois d'Août.

Il a communiqué ſes obſervations à M. Caſſini, qui en a tiré que la progreſſion des raréfactions des differentes parties d'une Colonne d'Air ſuivoit certainement un plus grand rapport que celui des differens poids. Cependant, comme on ne peut guere imaginer d'autre principe de l'inégale raréfaction ou denſité que ces poids, il a voulu voir ſi le rapport de leurs quarrés ne réuſſiroit point mieux à repréſenter les obſervations de M. de Plantade; il y réuſſit mieux en effet, mais non pas parfaitement, il eſt encore au deſſous, c'eſt-à-dire, que les raréfactions de l'Air ſont plus grandes que ſelon les quarrés des poids. La hauteur de l'Atmoſphere ſeroit par-là de plus de 500 lieues, & il faut qu'elle aille bien au-delà, puiſque la raiſon des quarrés n'eſt pas aſſez grande. M. de Mairan ne pouvoit guere eſpérer une plus heureuſe confirmation

de ſon Syſtême de l'Aurore Boréale rapporté en 1732 *.

Dans le nombre des Montagnes qui ont été meſurées, & où le Barometre a été obſervé, M. Caſſini y fait entrer le Pic de Ténériffe, la plus hâute de toutes, & dont on doit la meſure & les obſervations au P. Feuillée. Elle eſt de 2213 toiſes de hauteur ſur le niveau de la Mer, c'eſt-à-dire, d'une lieue à peu près, & le Mercure y baiſſa de 16 pouc. 7 lignes. Pour le ſujet dont il s'agit, on ne peut avoir de trop hautes Montagnes. M. Scheuchzer qui a obſervé le Barometre ſur le Mont S^t. Gothard, où il a baiſſé de 7 pouces, a cru qu'il étoit plus haut que le reſte des Alpes, ce qui peut bien être vrai; mais il n'eſt pas la plus haute Montagne de l'Europe, puiſque dans les Pirénées le Mercure baiſſe de 7 pouc. 8 lign. ſur le Canigou. Il a 1441 toiſes de hauteur.

En prenant les élévations ou abaiſſemens du Mercure par rapport au niveau de la Mer, ce qui ſuppoſe que le Barometre ait été obſervé dans quelque lieu bas dont l'élévation au deſſus de la Mer ſoit connue, M. Caſſini a eu attention dans les expériences faites en Languedoc ou en Rouſſillon, que cette Mer, dont le niveau étoit la baſe de tout, fût la Mer la plus proche, la Méditerranée, & non pas l'Océan, auquel on eût pû auſſi rapporter tout. Il ſe peut faire abſolument que l'Océan & la Méditerranée ne ſoient pas de la même hauteur par rapport au centre de la Ter-

* p. 1. & ſuiv.

Terre, parce que les eaux de ces deux Mers ne ſeront pas exactement de la même peſanteur ſpécifique.

Il eſt à remarquer que M. de Plantade, qui avoit porté pour ſes expériences des Tuyaux de différens diametres, a vu que quand il étoit à une hauteur qui n'excédoit pas 100 toiſes, le Mercure ſe tenoit plus bas dans les Tuyaux étroits, & qu'à une plus grande hauteur il étoit de niveau dans tous. Cette obſervation a été invariable ſur 16 Montagnes. Cela auroit-il quelque liaiſon avec la propriété connue du Mercure, de ſe tenir, au contraire de l'Eau, toujours plus bas que le niveau dans les Tuyaux capillaires?

*SUR L'ELECTRICITÉ.**

UN petit phénomene de Phyſique, qui ſe préſente rarement, & qu'on ne daigne preſque pas obſerver, parce qu'il ne paroît conduire à rien, a commencé depuis un tems à devenir plus conſidérable, grace aux yeux ſavans qui l'ont regardé de plus près; & aujourd'hui il eſt ſi étendu & ſi important, qu'on ne ſait plus où cela s'arrêtera. On a ſu de tems immémorial que l'Ambre jaune, après avoir été frotté dans ſa ſurface, attiroit des brins de Paille & quelques autres corps légers poſés à une petite diſtance; & cette

* Voi les M. p. 31. 100. 327. & 617.

cette vertu a été nommée *Electricité*, du nom Latin ou Grec de l'Ambre. Gilbert, Philoſophe Anglois, qui a ſi bien traité de l'Aiman, a été le premier, que l'on ſache, qui a plus curieuſement obſervé l'Electricité, à cauſe du rapport qu'elle ſembloit avoir à ſon ſujet principal. Enſuite Guericke de Magdebourg, Boyle, l'Académie de Florence, Hauksbee & M. Gray de la Société Royale de Londres, ont les uns après les autres, & dans l'ordre qu'on les nomme ici, étudié cette matiere, en y ajoutant toujours de nouvelles connoiſſances; & l'on voit combien les Anglois dominent dans cette petite Troupe. Enfin M. du Fay eſt venu le dernier, qui a profité des travaux de ſes prédéceſſeurs, les a ou vérifiés en les répétant, ou rendus plus faciles à imiter, en a fait des combinaiſons qu'ils n'avoient pas faites, & a pénétré encore plus avant dans la nature de l'Electricité, ainſi qu'il y étoit obligé par n'être venu qu'après eux.

Il donne lui-même l'hiſtoire, & de tout ce qui l'a précédé, & de tout ce qu'il a fait; le détail d'un fort grand nombre d'expériences, finement imaginées, leur ſucceſſion même, ou la maniere dont elles ſe produiſent les unes les autres, & dont des vues bien priſes ouvrent d'autres vues; tout cela eſt curieux, agréable, inſtructif, mais fort aiſé à entendre, & il ſeroit abſolument inutile d'en rien répéter ici. Il ſuffira donc que nous en détachions tous les réſultats de connoiſſances, afin que l'on voye raſſemblé ſous un coup d'œil tout ce que l'on a appris juſqu'à pré-

préſent ſur l'Électricité par les differens moyens dont on s'eſt ſervi.

L'Ambre, le Jayet, la Cire d'Eſpagne, peut être encore quelques autres corps pareils, étoient les ſeuls qne l'on connût pour électriques: aujourd'hui ils le ſont tous, pourvu qu'ils puiſſent être frottés avec aſſez de force. Il n'y a d'exception que pour les Métaux; & peut-être cette exception ceſſera. Nous avons vu en 1730 * que par les obſervations de M. du Fay preſque tout étoit devenu Phoſphore, & c'eſt lui auſſi qui a ſi prodigieuſement augmenté le nombre des corps électriques. Il eſt clair que les liqueurs, puiſqu'elles ne peuvent pas être frottées, ne ſont pas ſuſceptibles de l'électricité. La flamme ne l'eſt pas non plus.

Les corps chauffés avant le frottement en ſont plus électriques, & quelques corps qui par le frottement ſeul n'acquerroient pas une électricité ſenſible, l'acquerront s'ils ont été auparavant échauffés. On voit aſſez par-là qu'autour du corps devenu électrique il ſe forme un Tourbillon de matiere très déliée & agitée, qui a la force de pouſſer vers ce corps des corps légers peu éloignés, & compris dans ſa Sphere d'activité.

Il y a plus que de la conjecture pour ce Tourbillon. Si l'on s'approche du viſage un corps rendu bien électrique, on ſent un petit frémiſſement, comme ſi on étoit frappé d'une toile d'Araignée.

La vertu électrique ſe perd en peu de tems. Le Tourbillon ſe diſſipe.

* P. 748. & ſuiv.

Les corps devenus électriques, tels que le Verre, qui eſt un de ceux qui le deviennent le mieux, jettent de la lumiere dans l'obſcurité.

Tout corps devenu électrique communique ſa vertu à un autre corps qu'il touche, ou ſeulement qu'on en approche ſuffiſamment, même aux Métaux qui ne peuvent pas devenir électriques *par eux mêmes*, c'eſt-à-dire, étant chauffés & frottés. Il n'y a que le Fer qui s'aimante, mais tout s'*électriſe*, & même les liqueurs. De l'eau, dont on a ſuffiſamment approché un Tube de verre rendu électrique, attire des brins de fil, des cheveux. La main de celui qui fait ces expériences s'électriſe. Il faut que le Tourbillon du corps électrique par lui-même aille s'attacher à celui qui le devient *par communication*, ou plutôt ſe partage entre les deux.

Les corps les moins électriques par eux-mêmes, ſont ceux qui le deviennent le mieux par communication.

Les corps électriques par eux-mêmes peuvent l'être auſſi par communication, & ne le ſont alors que par-là, puiſqu'ils n'ont été ni frottés, ni chauffés & frottés.

Les corps électriques, ſoit par eux-mêmes, ſoit par communication, ont cette vertu à differens degrés, ſelon leur differente nature. Il eſt viſible qu'un plus grand degré de cette vertu conſiſte à attirer un corps moins léger, ou à l'attirer de plus loin, ou plus vîte.

Un corps qui ſeroit par lui-même des plus électriques, mais que l'on ne veut rendre élec-

électrique que par communication, ne le devient pas si bien à beaucoup près, quand pour en approcher, ou pour lui faire toucher le corps qui l'électrisera, on l'a posé sur un soutien dont la matiere est très électrique par elle-même, comme du Verre, que si on l'avoit mis sur un autre soutien d'une matiere peu électrique, comme du bois. Que l'on approche un Tube de verre bien frotté d'un morceau d'Ambre posé sur un soutien de verre, le Tourbillon électrique du Tube se partage trop entre le morceau d'Ambre & le soutien de verre, qui ont une égale facilité à le recevoir, & par conséquent l'Ambre en prend moins de vertu que s'il avoit été sur du bois, ou du métal.

Les differentes couleurs naturelles ou artificielles des corps ne font rien par elles-mêmes à l'électricité, quoiqu'un habile Observateur l'ait cru sur des apparences assez fortes. Ce qui peut y apporter quelque variété, ce sont les differens ingrédiens dont les couleurs artificielles sont composées.

Si entre un corps électrique & celui qui en doit être attiré, on interpose un autre corps, il empêchera ou n'empêchera pas l'attraction, selon la nature dont il sera. Il l'empêchera, s'il n'est pas d'une nature fort électrique par lui-même, s'il est de bois ou de métal; il prendra la vertu pour lui, & ne lui permettra pas de passer outre. Au contraire, s'il est fort électrique, & à proportion qu'il le sera, il absorbera moins de la vertu électrique, & la laissera mieux passer.

Les corps qui étant ainsi interposés prennent

nent ou absorbent le plus de la vertu électrique, ou, comme on vient de le voir, ceux qui sont les moins électriques par eux-mêmes, sont les plus propres à être fortement attirés. De petites parcelles de bois le feront plus que des parcelles de verre d'un poids égal.

Un corps rendu électrique, comme un Tube de verre, qui communique sa vertu à un corps peu éloigné, la lui communiquera encore malgré un plus grand éloignement, si l'intervalle qui sera entre eux est rempli par quelque corps continu, comme une baguette, une corde. On attachera, par exemple, une corde à l'extrémité du Tube de verre, & à l'autre extrémité on suspendra un corps, & on verra qu'il sera devenu très sensiblement électrique. La vertu se dissipe bien vîte, quand pour aller du corps électrique à celui qui doit s'électriser, il faut qu'elle traverse un vuide, c'est-à-dire, un espace qui n'est rempli que d'air; elle a besoin pour un grand trajet d'être conduite le long d'un corps continu, auquel il semble qu'elle s'accroche de peur de se disperser.

La distance, à laquelle se peut transmettre cette vertu ainsi conduite, est presque incroyable. Qu'elle aille jusqu'au bout d'une allée de Jardin longue de 300 pieds, ce n'est rien; on n'a qu'à replier la corde, & la faire passer dans une autre allée de même longueur, la vertu se transmet encore; & enfin, en repliant de nouveau la corde, on l'a vue aller jusqu'à 1256 pieds, où M. du Fay l'a abandonnée par lassitude, quoiqu'elle fût encore

core assez sensible pour devoir aller plus loin. Le plus grand Vent ne détourne point ce prodigieux écoulement, mais l'air humide nuit beaucoup à l'électricité.

Les corps qui sont le plus facilement attirés, ou les moins électriques par eux-mêmes, sont les plus propres à transmettre au loin la vertu électrique. Par cette raison, dans les expériences dont on vient de parler, une corde ordinaire vaut beaucoup mieux qu'une de soye, & même il est bon de la mouillier, parce que l'eau n'est que très peu électrique.

Une expérience inventée par M. Gray a dû être un spectacle nouveau, & frappant. Un Enfant étant suspendu horizontalement par des cordes attachées au plancher, si on approche de ses pieds le Tube de verre bien frotté, sa tête s'électrise; & ce sont ses pieds, si on a approché le Tube de la tête. M. du Fay a répété l'expérience, mais elle ne lui a réussi qu'en suspendant l'Enfant avec des cordes de soye; ce qui vient manifestement de ce que la corde peu électrique par elle-même, comme on l'a dit, portoit la vertu trop loin, & jusqu'au plancher, au-lieu que la Soye plus électrique, la tenoit plus ramassée autour de l'Enfant.

Une Botte de paille, un Fagot, mis à la place de l'Enfant, s'électrisent de même. Il faut que la matiere du Tourbillon soit abondante pour embrasser de si gros volumes, & non seulement elle embrasse les surfaces, mais elle pénetre, du moins jusqu'à un certain point, dans l'intérieur, puisque tous les petits

tits brins ou de paille ou de bois ſe trouvent électriſés.

Mais voici le plus ſurprenant, dont nous avons pourtant donné déja quelque léger commencement. M. du Fay, ſuſpendu horizontalement, ayant été électriſé, ſi quelque autre approchoit ſa main ou de ſon viſage, ou de ſa main, ils ſentoient tous les deux une petite douleur, un petit frémiſſement ſur la peau, comme ſi un trait qui ſe ſeroit détaché de la peau de l'un, en la ſecouant un peu, étoit allé piquer l'autre. Il y a plus; ſi l'on paſſoit la main ſur un endroit habillé, l'effet étoit le même pour les deux Acteurs de l'expérience, la vertu électrique n'agiſſoit pas moins au travers des habits.

Juſqu'ici, pour démêler davantage les idées, nous n'avons parlé que de l'attraction des corps rendus électriques par le frottement; mais ils ont auſſi une vertu de répulſion qu'ils exercent ſur les mêmes corps qu'on leur a fait toucher, ou qu'on en a approchés d'aſſez près. Ils les attirent d'abord & ſe les attachent, & puis les repouſſent loin d'eux avec la même force dont ils les avoient attirés. Une petite feuille d'or très légere qu'on laiſſe tomber ſur un Tube de verre bien frotté & poſé horizontalement, & qui le touche d'ordinaire par ſa tranche, parce que c'eſt ainſi qu'elle a fendu l'air plus facilement en tombant, ſe colle pour un moment au Tube ſur lequel elle ſe tient dans une poſition verticale ou à peu près; mais dans le moment ſuivant elle s'élance en l'air d'un mouvement très vif, & s'éleve à la hauteur de 8 ou 10 pou-

pouces, où elle se tient presque immobile. Si on éleve le Tube vers elle, elle le fuit, & s'éleve de la même quantité; elle descend de même si on abaisse le Tube, & cela dure tant que le Tube conserve sa vertu, à moins que l'on ne s'avise de toucher à la feuille suspendue en l'air, car aussi-tôt elle retombe sur le Tube, qui le moment d'après la renvoye à la même hauteur, s'il n'a encore rien perdu de sa force. Ici le Tourbillon se rend plus sensible que dans tout ce qui avoit encore été dit. Le Tube en avoit un qui a envelopé la feuille, & l'a attirée; mais d'une partie de la matiere de celui-là, il s'en est formé un nouveau autour de la feuille, puisqu'elle a certainement pris la vertu électrique; & ces deux Tourbillons une fois formés, il est aisé de concevoir que tendant tous deux à s'étendre en sens contraires, ils se font arc-boutés l'un contre l'autre, ayant pour point d'appui commun le Tube de verre beaucoup moins mobile que la feuille d'or, & le Tourbillon du Tube plus puissant, comme il doit l'être, a repoussé celui de la feuille, & a fait remonter la feuille à une hauteur proportionnée à sa supériorité de force. Si l'on touche à la feuille suspendue en l'air, le doigt ou tout autre corps qui la touche s'électrise, & lui enleve ou du moins affoiblit & dérange beaucoup son petit Tourbillon. Des effets si délicats sont aisément troublés. Cette hypothese se trouvera conforme à toutes les expériences de M. du Fay, qui le premier a observé attentivement les phénome-

nes de la répulſion, & en a découvert les plus ſinguliers.

Nous avons toujours ſuppoſé qu'à un corps rendu électrique, à un Tube de verre bien frotté, on préſentoit un corps d'un poids & d'un volume convenable, mais non pas rendu électrique, comme le premier; alors il y a attraction, enſuite répulſion. Mais ſi le ſecond corps a été auſſi rendu électrique, le cas eſt très different, il n'y a plus qu'attraction, ou que répulſion; le Tube de verre attirera toujours certains corps, & en repouſſera toujours d'autres, & cela, comme on peut bien juger, dans les mêmes circonſtances. Cette bizarrerie apparente, & tout-à-fait imprévue, parce qu'aucun des autres Obſervateurs n'en avoit rien apperçu, ni ſoupçonné, embarraſſa beaucoup & aſſez longtems M. du Fay, qui enfin à force d'expériences & de réflexions démêla une Règle cachée, & cette Règle eſt elle-même ſurprenante & un paradoxe nouveau. Il y a deux ſortes d'électricités qui appartiennent à deux eſpeces de matieres differentes, & qui ne ſe peuvent encore déterminer que par-là. L'une eſt celle du Verre, du Cryſtal, des Pierres précieuſes, &c. l'autre celle de l'Ambre, du Jayet, de la Gomme Copal, &c. Si au Tube de verre rendu électrique, on préſente un corps qui le ſoit devenu par le contact ou par l'approche de l'Ambre, ou tout autre corps qui aura contracté cette 2de électricité, ce corps ſera ſûrement attiré par le Tube; & au contraire un corps qui aura contracté par le Verre la 1re électricité ſera repouſſé par ce

ce même Tube de verre. Il en ira de même si un morceau d'Ambre ou de Gomme Copal rendus électriques sont les corps auxquels on présente des corps qui auront contracté l'une ou l'autre électricité; ceux qui auront pris celle du Verre seront attirés, & ceux qui auront pris celle de l'Ambre repoussés. Les électricités de même espece paroissent ennemies, & celles de differente espece amies. M. du Fay appelle la 1re *vitrée*, & la 2de *résineuse*.

Ce n'est pas que tous les corps, car tous sans exception peuvent devenir électriques ou par eux-mêmes ou par communication, soient de la nature ou du Verre ou de la Résine, il s'en faut infiniment; mais comme il n'y a rien de plus opposé à l'attraction que la répulsion, & à la répulsion que l'attraction, il faut nécessairement que tout corps, quelque different qu'il puisse être ou du Verre ou de la Résine, ait pris dans les circonstances requises l'électricité ou vitrée ou résineuse.

Puisque toute électricité se perd en peu de tems, un corps qui par le contact ou l'approche d'un autre corps aura pris l'une des deux électricités, & l'aura perdue, n'en sera pas moins propre à prendre ensuite l'autre. Mais un corps électrique par lui-même, c'est-à-dire, par le frottement, & non par communication, n'a déterminément que l'une ou l'autre électricité, & c'est-là son électricité naturelle.

Pour juger de quelle espece elle est, il ne faut que présenter à ce corps quelconque un au-

autre corps rendu électrique par le Verre; ſi ce 2d corps eſt attiré, le 1er a l'électricité réſineuſe par lui-même, & il a au contraire la vitrée, ſi le 2d corps eſt repouſſé. Ce ſeroit la même choſe renverſée, ſi le 2d corps avoit été rendu électrique par l'Ambre.

Les deux électricités oppoſées doivent avoir deux Tourbillons de differente nature, on le juge aiſément & ſurement par les effets. Qu'un corps rendu électrique par le frottement ſeul, & qui a par conſéquent ſon électricité naturelle déterminée, la communique à un autre corps qui n'en a aucune, & l'attire, on voit aſſez évidemment qu'il lui fait un Tourbillon d'une partie de celui qu'il avoit, & que les deux Tourbillons, le grand & le petit, s'accordent à un même mouvement, ce qui fait l'attraction. Mais que dans le cas où le 2d corps ſe préſente déja pourvu d'un Tourbillon de la même nature que celui du 1er, ſemblable à celui qu'il auroit pris du 1er s'il n'en avoit pas eu, il ſe faſſe une répulſion, c'eſt ce qu'on n'auroit pas deviné, & ce qu'il n'eſt pas ſi aiſé de concevoir. Cependant il eſt très poſſible que deux Tourbillons ne ſoient pas diſpoſés à s'unir & à ſe confondre, parce qu'ils ſeront de même nature, & qu'ils ſe confondroient s'ils étoient d'une nature differente. De l'eau qui certainement augmentera toujours le volume d'une autre eau, ne ſe confond point avec elle, comme fait une autre matiere pulvériſée, qui mêlée avec la même eau n'en augmente point le volume. Cela ſuffit pour donner quelque idée

idée de la contrariété des Tourbillons cauſée par l'homogénéité même.

En appliquant la Règle que M. du Fay a établie pour reconnoitre les deux differentes électricités, il ſe trouve que la Soye, la Toile, le Papier, ont par eux-mêmes l'électricité réſineuſe; & que la Laine, les Plumes, le dos d'un Chat vivant, ont l'électricité vitrée. On voit par ce petit nombre d'exemples, qu'une même électricité n'appartient pas conſtamment ſoit aux matieres végétales, ſoit aux animales. Un plus grand nombre d'expériences brouillera encore plus les eſpeces, & peut-être à la longue éclaircira le tout.

L'électricité naturelle d'un corps eſt toujours de la même eſpece, quel que ſoit le corps dont le frottement l'a rendu électrique. Seulement ſa vertu ſera augmentée ou diminuée ſelon le corps dont on ſe ſera ſervi pour le frottement; augmentée, ſi ce corps a la même électricité naturelle; diminuée, ſi c'eſt le contraire.

L'électricité vitrée paroît juſqu'à préſent plus forte que la réſineuſe, mais il n'eſt pas encore tems d'entrer dans ces diſcuſſions. On voit aſſez combien il en reſte à faire, & combien un ſujet, que l'on croyoit ſi léger, & qu'on étudioit ſi peu, prépare aux Phyſiciens d'embarras ou de plaiſir.

SUR L'AIMAN.

SI le conſentement unanime des Philoſophes ſuffiſoit pour établir quelque choſe en Phyſique, il ſeroit bien ſûr que la matiere Magnétique traverſe l'Aiman, le Fer & l'Acier avec plus de facilité que tous les autres corps, & qu'elle forme autour de l'Aiman un Tourbillon, qui tout au moins eſt ſimple, c'eſt-à-dire, tel que cette matiere n'entre que par un Pole de l'Aiman, & ne ſort que par l'oppoſé. Nous avons expliqué cette derniere hypotheſe d'après M. du Fay en 1728 * & 1730 †. Mais les Philoſophes eux mêmes trouvent bon que leur conſentement n'établiſſe rien, & ils ſont les premiers à renverſer tout ce qui n'eſt pas inébranlable. M. de Reaumur avoit déja marqué des doutes ſur le premier des deux points que nous venons de rapporter, M. le Monnier en avoit eu auſſi, il s'y eſt confirmé par des expériences, & il a vu en même tems que le ſecond point pouvoit être attaqué. Nous ne rapporterons que les principales de ces expériences: ou elles concluront aſſez, ou elles mettront aſſez ſur la voye ceux qui voudront aller plus loin.

Tout le monde ſait que quand on a ſemé au hazard de la limaille de Fer ſur une feuille de papier, ſur un Carton, ſur une Glace, enfin ſur un corps aſſez mince que ce ſoit, ſi

* p. 1. & ſuiv. † p. 1. & ſuiv.

ſi on approche de ce corps en deſſous une Pierre d'Aiman, toute la limaille ſe met en mouvement, & s'arrange ſur le Papier ou le Carton, &c. ſelon certaines Courbes, qui paroiſſent les traces viſibles des écoulemens de la matiere magnétique ſortie de l'Aiman. On aide un peu la formation de ces Courbes, en ſecouant légerement & adroitement le Carton, qui ſans cela pourroit par le frottement de ſes parties contre celles de la limaille en arrêter ou en détourner un peu le mouvement naturel. C'eſt une précaution qu'il faut ſuppoſer ici que l'on a toujours priſe.

M. le Monnier ayant fait cette expérience avec ce ſeul changement, qu'au-lieu du Carton dont on ſe ſert d'ordinaire, il ſe ſervoit d'une feuille de Tole, a toujours vu que la limaille jettée deſſus demeuroit preſque immobile, & ne prenoit point, ou ne prenoit que difficilement & très imparfaitement les formes de Courbes qu'elle a coutume de prendre. Qui pouvoit l'en empêcher que la Tole interpoſée entre elle & l'Aiman, & qui n'étoit pas traverſée par la matiere magnétique émanée de l'Aiman, comme l'auroit été un Carton ou tout autre corps? Or la Tole n'eſt que du Fer. La matiere magnétique le traverſe donc plus difficilement que tout autre corps, & il en ſera de même de l'Acier, & de l'Aiman même, qui ſont des Fers plus parfaits.

Comme on pourroit ſoupçonner au contraire que la Tole n'arrête la matiere magnétique, & ne l'empêche d'aller juſqu'à la limaille que parce qu'elle lui donne dans toute

ſa

ſa ſubſtance des paſſages plus libres; M. le Monnier répond qu'en ce cas-là elle ſeroit obligée de ſortir en abondance par toutes les extrémités de la Tole, & de ſe porter à la limaille; & pour voir ſi cela étoit, il a mis ſur la Tole une feuille de papier qui la débordoit de tous côtés de 3 ou 4 pouces, & a ſemé la limaille ſur ce papier. Celle qui étoit ſur les endroits qui débordoient auroit donc reçu la matiere magnétique ſortie des extrémités de la Tole; mais cette portion de la limaille ne fut pas plus agitée que le reſte, & par conſéquent ne reçut pas plus de matiere magnétique.

De-là M. le Monnier conjecture que ce qui rend un Aiman armé plus fort que s'il étoit nud, c'eſt que le Fer de l'armure s'oppoſe à la diſſipation de la matiere magnétique qui ſortiroit de l'Aiman, & l'y tient toute réunie.

Il a fait une fente en ligne droite au milieu d'un Carton, & y a fait paſſer un morceau de Tole perpendiculairement au Carton, & de ſorte qu'une moitié étoit au-deſſus, l'autre au-deſſous. Ayant ſemé de la limaille ſur le Carton dans les deux angles ſupérieurs qu'il faiſoit avec la Tole, il mit une Pierre d'Aiman dans un des angles inférieurs, & il vit que de toute la limaille ſemée dans les deux angles ſupérieurs, celle qui étoit contenue dans un angle prenoit l'arrangement ordinaire & attendu, celle de l'autre angle n'en prenoit aucun, ou preſque aucun. La premiere étoit celle où la matiere magnétique pouvoit arriver en ne traverſant que le Carton; la ſeconde, celle où elle n'eût pu arriver qu'en

qu'en traverſant de plus la Tole, ce qu'il eſt très facile de ſe repréſenter. Il importoit peu que la Pierre d'Aiman fût poſée par rapport au Carton, de maniere que ſon axe lui fût perpendiculaire, ou qu'il fût parallele à la commune ſection du Carton & de la Tole; ſeulement dans la premiere poſition pouvoit-on ſoupçonner que la limaille prenoit quelque foible arrangement.

Une Pierre d'Aiman qui ſoutient quatre fois plus peſant de Fer qu'elle, & qui à la diſtance de 20 pouces, agit encore ſenſiblement ſur une Aiguille aimantée, n'y agit plus à la diſtance de 3 pouc. ou environ, ſi l'on interpoſe trois plaques de fonte miſes les unes contre les autres.

Lorſque la Pierre d'Aiman que l'on met ſous le Carton où l'on a ſemé la limaille, lui fait prendre ſon arrangement, on remarque deux Vuides formés aux endroits qui répondent aux deux Poles de la Pierre. On conçoit communément que ces Vuides viennent de ce que la matiere magnétique ſortie en plus grande abondance par les Poles de l'Aiman a chaſſé d'abord la limaille des endroits qui y répondoient, pour lui faire prendre enſuite le cours qu'elle prend elle-même, ce qui n'empêche pas qu'elle ne la pénetre en même tems. M. le Monnier croit, au contraire, qu'elle la chaſſe, parce qu'elle ne la pénetre pas; & même que les Vuides ou eſpeces de Sillons qui ſont entre les Courbes formées par la limaille, ſont les véritables routes de la matiere magnétique qui ne fait qu'écarter la limaille de part & d'autre. Mais

en

en laiſſant ce point indécis, qui effectivement peut l'être, l'expérience tournée un peu differemment, prouvera que la matiere magnétique ne pénetre pas l'Aiman avec la facilité que l'on croit.

M. le Monnier a mis ſous le Carton deux Aimans dont les Poles de different nom étoient voiſins. En ce cas-là, ſelon le Syſtême commun, les deux Tourbillons magnétiques doivent s'être réunis en un ſeul, & par conſéquent il ne ſe formera ſur la limaille du Carton que deux Vuides répondans à deux Poles. Mais le fait eſt qu'il ſe forme toujours quatre Vuides; marque que les deux Tourbillons ne ſe ſont pas confondus, & que la matiere magnétique n'a pas paſſé d'un Aiman dans l'autre.

Cette expérience ne prouve pas ſeulement que la matiere magnétique n'entre pas dans une Pierre d'Aiman avec facilité, mais encore qu'elle ne ſe meut pas autour de ces Pierres en Tourbillon; car s'il y avoit eu ici deux Tourbillons, tout étoit bien diſpoſé pour les confondre en un. Mais voici des expériences encore plus fortes contre ce mouvement, quoique ſi vrai-ſemblable, & ſi reçu.

Certainement s'il y a un Tourbillon, il s'étend bien à 2 ou 3 lignes de la Pierre. Cependant, que l'on aimante une Aiguille de Bouſſole, en la faiſant couler à l'ordinaire ſous la Pierre, & en même tems en lui faiſant toucher les deux boutons de l'armure, ou en la tenant éloignée de ces boutons de 2 ou 3 lignes ſeulement, elle prendra dans les deux cas deux directions diamétralement op-

opposées, tout le reste ayant été parfaitement égal; la même extrémité de l'Aiguille qui se tournoit au Nord se tournera au Sud. M. le Monnier l'a vu avec étonnement, & en a répété l'expérience plus de fois, & avec plus de soin.

Dans l'hypothese du Tourbillon, on conçoit que la matiere magnétique sortie par un Pole, & on juge que c'est l'Austral, rentre par le Boréal, de sorte qu'à sa sortie par le Sud, elle se partage à droite & à gauche, vers l'Orient & vers l'Occident, si l'on veut, qui feront les deux extrémités de l'Equateur de la Pierre, & de là, tant par sa branche Orientale que par l'Occidentale, va gagner le Nord de la Pierre où elle rentre en rassemblant ses deux branches. Par conséquent, les mouvemens du Tourbillon aux deux Poles sont contraires l'un à l'autre; au Pole Austral les parties de la matiere magnétique s'écartent, au Boréal elles se rassemblent. Puisque quand on fait passer la Pierre sous le Carton, la limaille représente par ses mouvemens ceux de la matiere magnétique, il n'est pas possible qu'elle prenne les mêmes mouvemens ou les mêmes directions, lequel que ce soit des deux Poles qui passe le premier sous le Carton par rapport à l'autre; si l'Austral est l'antérieur, il doit écarter la limaille; si c'est le Boréal, il doit la rassembler. Mais on voit le contraire, la limaille prend toujours la même disposition, indépendamment de cette circonstance, & elle n'a qu'un certain mouvement progressif, qui est en sens contraire de celui de la Pierre, com-

comme ſi la limaille déja miſe en mouvement par l'action de l'Aiman étoit réfléchie par celle qui n'y eſt pas encore. On ſouſentend toujours ici que quand les deux Poles ſont alternativement antérieurs, la Pierre eſt toujours paſſée ſous le Carton ſelon une même direction.

Si on la paſſe de gauche à droite, d'un bout du Carton à l'autre, le Pole Auſtral étant l'antérieur, une molécule de limaille ira de droite à gauche, en ſens contraire de la Pierre; & ſi enſuite on paſſe la Pierre ſous le Carton en même ſens, mais le Pole Boréal étant l'antérieur; la même molécule continuera d'aller ſelon la même direction. Or ce n'eſt pas là ce qui devroit arriver ſi la matiere magnétique ſortoit par un Pole de la Pierre, & rentroit par l'autre. Une même molécule ne ſuivroit la même direction que tandis que le même Pole de la Pierre ſeroit, pour ainſi dire, la Proue, & l'autre la Poupe; car ſi le Vaiſſeau ſe meut à contre-ſens, il eſt viſible que le Tourbillon, dont on le ſuppoſe environné, étant mu auſſi à contre-ſens de ce qu'il étoit, doit faire rebrouſſer la molécule de limaille, & cela, ſoit que ce Tourbillon ſoit ſimple, ou double. Quel point de Phyſique ſera conſtant, ſi le Tourbillon magnétique ne l'eſt pas?

SUR LE VOLUME DES LIQUEURS MÊLÉES. *

QUAND on a mêlé deux Liqueurs enſemble, le volume total doit naturellement être égal à la ſomme des deux volumes des Liqueurs priſes ſéparément; double du volume de chacune, par exemple, ſi le volume de chacune étoit égal. Cependant M. de Reaumur a trouvé qu'un volume d'Eau & d'Eſprit de vin mêlés en égale quantité n'étoit pas double du volume de chacune de ces liqueurs. Il s'en eſt apperçu en conſtruiſant des Thermometres de ſon invention, & en les rempliſſant de liqueurs qu'il meſuroit ſelon cette méthode exacte qu'il a trouvée auſſi †, car ſans cela le fait dont nous parlons ne ſe fût pas rendu aiſément auſſi ſenſible qu'il le faut. On ſait préciſément, par le moyen des nouvelles meſures, qu'on a mis dans un Tube une certaine quantité d'Eau, on ſait où doit monter la même quantité d'Eſprit de vin qu'on y ajoutera; mais elle ne monte pas juſqu'au point preſcrit, & il reſte au haut ce que M. de Reaumur appelle un *Vuide*, l'eſpace que l'Eſprit de vin auroit rempli ſi le volume des deux liqueurs étoit double de celui de chacune.

Il

* V. les M. pag. 228.
† V l'Hiſt de 1730. p. 12. & ſuiv.

Il tombe d'abord dans l'eſprit que toutes les deux priſes ſéparément avoient dans leur tiſſu eſſentiel, pour ainſi dire, beaucoup de vuides, & que quand on les mêle enſemble, elles rempliſſent, du moins en grande partie, les vuides l'une de l'autre, d'où s'enſuit évidemment la diminution du volume total. Des Boules pourroient être ſi groſſes par rapport à d'autres, qu'après que les unes & les autres à part auroient rempli une certaine meſure égale, elles tiendroient toutes enſuite dans cette même meſure, ou du moins dans une moindre que le double de cette meſure. Cela effectivement a bien quelque part au phénomene dont il s'agit, mais M. de Reaumur va à une bien plus grande préciſion d'idées.

Quoique ce qu'on a appellé juſqu'à préſent *diſſolution*, ne ſoit guere que la diviſion des parties d'un corps ſolide produite par l'action d'un liquide, il ne paroît nullement impoſſible que la diſſolution ait lieu de liquide à liquide, que l'un agiſſe ſur les parties intégrantes de l'autre, qui ſeront de petits ſolides, qu'il les atténue, ou les ouvre, & enfin s'inſinue par-là dans un grand nombre de petits eſpaces auparavant vuides.

Ce qui marque bien que de l'Eau à l'Eſprit de vin il ſe fait une vraye diſſolution, c'eſt que dans le premier moment du mêlange les deux liqueurs deviennent louches, troubles; & ce tems de la fermentation & du combat étant paſſé, elles s'éclairciſſeut. Ce n'eſt que quand tout eſt calme, quand l'eau s'eſt logée par-tout où elle peut pénétrer, que la dimi-

nu-

nution de volume arrive, auſſi grande qu'elle peut l'être. Si l'on veut bien voir ce phénomene, il faut verſer l'Eſprit de vin ſur l'Eau très doucement, & avec toute la précaution néceſſaire pour empêcher les deux liqueurs de ſe mêler trop vîte; alors l'Eſprit de vin occupe la place qui convient à ſon volume naturel, & il ne baiſſe qu'après la petite fermentation. Afin qu'il baiſſe autant qu'il peut baiſſer, il faut que le mêlange des deux liqueurs ait été fait le mieux qu'il ſoit poſſible, & pour cela on ſecoue auparavant & on agite quelque tems le Tube.

Après bien des expériences pour découvrir en quelle doſe du mêlange de ces deux liqueurs ſe faiſoit la plus grande diminution de volume total, le plus grand vuide dans le Tuyau, M. de Reaumur a trouvé que c'étoit lorſqu'on avoit mis une partie d'Eſprit de vin ſur deux d'Eau. Plus d'Eau ne feroit rien de plus, beaucoup moins d'Eau ne feroit rien, ou preſque rien. C'eſt bien là ce que l'on voit à chaque moment en Chimie, où des matieres *ſaoulées* d'une certaine quantité d'un Diſſolvant n'en reçoivent abſolument pas davantage.

L'Eau & l'Eſprit de vin ſont deux liqueurs inégalement peſantes, & quoique la difference en ſoit très petite, on la reconnoit par l'Aréometre ou Peſe-liqueur. On ſait donc quel ſera le poids de deux parties égales d'Eau & d'Eſprit de vin priſes enſemble, mais non pas mêlées; ce ſera la peſanteur ſpécifique du Volume qu'elles formeront. Mais quand elles ſont mêlées enſemble, un pareil volume

a une peſanteur ſpécifique plus grande ; donc le mêlange a fait qu'un même Volume contînt une plus grande quantité de ces liqueurs, donc leur contexture intime a été changée, ce qui emporte l'idée de diſſolution, ou du moins y convient fort.

Mais laquelle des deux liqueurs eſt le Diſſolvant ? apparemment c'eſt l'Eau, diſſolvant aſſez univerſel. L'Eſprit de vin plus léger eſt par conſéquent plus rare, & a plus de vuides où l'eau peut s'inſinuer après avoir détruit les cloiſons. Plus un Eſprit de vin eſt rectifié, c'eſt-à-dire, plus il a de parties propres d'Eſprit de vin, plus étant mêlé avec la même quantité d'Eau, il baiſſe dans le Tube ; c'eſt qu'un plus grand nombre de parties propres d'Eſprit de vin contiennent un plus grand nombre de ces vuides que l'Eau peut remplir. Cela même, dans une matiere qui ne paroît guere juſqu'à préſent que curieuſe, pourra fournir une méthode utile pour juger de la bonté d'un Eſprit de vin.

C'eſt donc cette liqueur qui eſt diſſoute, c'eſt elle qui a abſorbé dans ſes vuides une quantité d'Eau, & qui par-là a fait diminuer le volume total. Il réſulte de toutes les expériences de M. de Reaumur, que cette diminution va à $\frac{1}{25}$ du volume de l'Eſprit de vin.

Il ne faut pas conclurre de-là qu'en mêlant 20 parties d'Eſprit de vin & une d'Eau, on donneroit à l'Eſprit de vin tout ce qui lui eſt néceſſaire pour remplir ſes vuides, & que la diſſolution ſeroit faite. Afin que l'Eau agiſſe ſur l'Eſprit de vin comme Diſſolvant, &

& le diviſe juſqu'au point requis, il eſt beſoin qu'il ait été auparavant diviſé moins finement, que ſes molécules groſſieres ayent été plus écartées les unes des autres. En un mot, l'Eau doit agir comme Intermede, auſſi bien que comme Diſſolvant, & il faut pour la premiere fonction une plus grande maſſe.

Il ſort toujours de l'Air de deux matieres qui fermentent enſemble, & on pourroit croire que la quantité qui en ſort de l'Eau & de l'Eſprit de vin dans les Expériences préſentes, eſt ce qui cauſe la diminution de volume. Si cela eſt, cet Air remplira tout le vuide que la diminution du volume total des deux liqueurs laiſſe au haut du tuyau; s'il le remplit, il ſera équilibre avec l'air extérieur, condenſé au point qu'il l'eſt par le poids de l'Atmoſphere; s'il fait cet équilibre, un Parchemin, tendu un peu lâchement ſur l'orifice du Tuyau qu'il bouchera, demeurera horizontal parce qu'il ſera également pouſſé de haut en bas par l'air extérieur, & de bas en haut par cet air intérieur ſorti des deux Liqueurs. Mais le Parchemin s'abaiſſe par ſon milieu, & devient convexe du côté du Tuyau; preuve ſure que l'air extérieur eſt le plus fort, & que l'intérieur ne remplit pas entierement le vuide, & que s'il contribue à la diminution de volume, il n'en eſt pas la ſeule cauſe.

Lorſque dans ces expériences, on a mis du Vin de Bourgogne, au-lieu d'Eſprit de vin, nul effet ne s'en eſt enſuivi, nulle diminution de volume, nul vuide dans le Tube. Il n'y a pas lieu de s'en étonner: nous

avons vu que dès qu'on avoit mis plus de deux parties d'Eau ſur une d'Eſprit de vin, il n'y avoit plus d'effet à attendre, parce que l'Eau étoit *ſaoulée* d'Eſprit de vin; or du Vin de Bourgogne, & tout autre, eſt un Eſprit de vin où il y a plus de deux parties d'Eau. Pluſieurs autres liqueurs mêlées ou avec l'eau pure, ou entre elles, ne donnent point non plus de diminution de volume.

Le principe général eſt donc, qu'il faut pour cela que des vuides qui ſe trouvoient dans une des liqueurs, ou dans les deux ſéparées, ſoient remplis parce qu'on les a mêlées, & que ce mêlange a donné occaſion à l'une d'atténuer les parties de l'autre, d'en ouvrir des cellules vuides, & de s'y inſinuer, &c. Si la liqueur qui devroit recevoir l'action de l'autre, car il ſuffit d'en conſidérer une ſeule comme agiſſante, n'eſt plus en état de recevoir cette action, ſi tous ſes vuides ſont déja ouverts, & remplis, certainement il n'y a point d'effet à attendre, ſi ce n'eſt qu'il ſe trouve une autre liqueur capable de faire ce que celle-ci n'aura pas pu.

Une Boule formée de grains de Sable liés enſemble par une Colle diſſoluble à l'Eau, & c'eſt l'exemple de M. de Reaumur, étant miſe dans l'Eau, ces grains qui ne ſe touchoient qu'imparfaitement, & laiſſoient entre eux des vuides, ſe ſépareront, & l'Eau remplira des Eſpaces auparavant vuides. S'il n'y a d'Eau que ce qu'il en faut pour diſſoudre toute la Colle qui lioit les grains de Sable, voilà tout l'effet poſſible arrivé. S'il n'y avoit pas aſſez d'Eau, il en faudra de nouvelle,

&

& quand il y en aura assez, en-vain en mettra-t-on davantage. Mais si toute la Colle étant fondue, & tous les grains de Sable séparés, ces grains sont formés eux-mêmes de grains plus petits, liés par la même Colle, mais qui, parce qu'ils seront plus petits, n'auront pas admis l'eau dans leurs interstices aussi aisément que les premiers, alors avec de nouvelle Eau, on aura encore un nouvel effet, apparemment moindre, ou plus lent, & on ne peut savoir que par l'expérience où cela s'arrêtera. Si les parties des seconds grains étoient liées par une autre Colle que celle des premiers, ce qui est possible, il faudroit après l'Eau un autre Dissolvant. Il est aisé d'appliquer les différens cas de cet exemple, & d'autres peut-être qu'on pourroit encore imaginer, à ceux qui se trouveront quand on opérera sur cette matiere.

M. de Reaumur n'a parlé que des Liqueurs mêlées dont le volume total diminue par le mêlange; mais pourquoi n'augmenteroit-il pas aussi avec d'autres liqueurs, & en d'autres circonstances? je dis même après le mêlange, car il n'y a rien d'extraordinaire que pendant qu'il se fait, c'est-à-dire, pendant la fermentation, le volume augmente. Il ne seroit pas impossible que les deux liqueurs, ou l'une seulement, prissent un état de raréfaction durable; il se formeroit des cellules, de petites cavernes, qui ne se rempliroient que d'air. Mais il ne faut point se hâter de deviner, ni prévenir les phénomenes; il y en a assez de bien réels & de bien constans.

SUR LE SOLEIL VU ELLIPTIQUE à environ 10 *degrés de hauteur ſur l'Horizon.*

IL n'eſt rien de plus ordinaire que de voir le Soleil elliptique, lorſqu'il eſt prêt à ſe cacher ſous l'Horizon. Les réfractions horizontales qui ſont les plus grandes de toutes, venant alors à élever ſon bord inférieur beaucoup plus que le ſupérieur, diminuent d'autant ſon diametre vertical, par rapport à l'horizontal qui n'éprouve rien de pareil; d'où reſulte l'apparence d'ellipticité dont il s'agit. Mais il eſt infiniment rare que le diſque du Soleil ſoit vu ſous cette forme, à quelques degrés au-deſſus de l'horizon, ou plutôt on ne ſait pas qu'il y en ait d'exemple. C'eſt que les réfractions décroiſſent très rapidement un peu au deſſus de l'Horizon, & en montant vers le Zénit. Cependant le 28me Juin de cette année, le Soleil fut obſervé ſenſiblement Elliptique, à la hauteur d'environ 10 degrés. M. de Mairan, qui le regarda par hazard, le trouva tel, non ſans ſurpriſe, & quelques autres perſonnes le virent comme lui. Il y avoit donc alors dans l'Atmoſphere, à la hauteur de 10 degrés, une matiere réfractive auſſi forte, ou auſſi abondante, qu'elle l'eſt d'ordinaire tout proche de l'Horizon. Et c'eſt un fait d'autant plus remarquable, qu'il peut tenir les Obſervateurs

* V. les M. p. 457.

teurs en garde contre les effets & l'illuſion des réfractions, dans des cas où ils n'ont pas accoûtumé de la ſoupçonner.

SUR L'AURORE BOREALE.

L'HYPOTHESE de M. de Mairan ſur la cauſe phyſique de l'Aurore Boréale eſt preſque entierement fondée ſur l'expérience, & ſur les Obſervations que l'on a de ce Phénomene, ſur la correſpondance de ſes apparitions avec celles de la Lumiere Zodiacale, & ſur l'accord des tems de ſa plus grande fréquence avec les differentes ſituations de la Terre dans ſon orbite, ainſi que nous l'avons expliqué dans le précis que nous en donnames l'année derniere †. Il ne pouvoit donc trop raſſembler d'Obſervations pour juſtifier ſon Syſtême ſur cette matiere, & quelque nombreuſes que fuſſent déja celles qui lui ont ſervi à en établir les fondemens, il étoit obligé de les continuer. Il y a grande apparence qu'il ne ſe diſpenſera pas ſi-tôt de ce ſoin & de cette attention, en faveur d'une idée ſi neuve, ſi hardie, & juſqu'à préſent ſi vrai-ſemblable. C'eſt une eſpece d'engagement qu'il a contracté là-deſſus avec le Public, & dont il commence de s'acquitter ici en nous donnant les Obſervations de l'Aurore Boréale, de la Lumiere Zodiacale, & de tout ce qui a quelque rapport à ces Phénomenes vus

à

* V. les M. p. 644. † V. l'Hiſt. de 1732. p. 1. & ſuiv.

à Paris, ou aux environs, pendant le cours des années 1732 & 1733. On y trouvera de nouveaux exemples & de nouvelles preuves de ce qu'il a avancé dans ſon Traité ſur ce ſujet. Rien n'eſt plus conforme à l'eſprit de l'Académie que de ramaſſer ainſi des matériaux, dont le ſeul aſſemblage pourra un jour nous dévoiler le ſecret de la Nature. Depuis la Repriſe des Aurores Boréales, dont on peut placer le commencement en 1716, il n'y a point eu d'année plus féconde en grands Phénomenes que 1731 où finit le Traité de M. de Mairan: 1732 l'eſt moins, & cette diminution paroît encore davantage en 1733. Il y a eu pourtant dans celle-ci, le 10 d'Octobre, une Apparition de l'Aurore Boréale très remarquable par la netteté avec laquelle le Segment obſcur & l'Arc lumineux ſe trouvoient tranchés. C'eſt par-là, comme nous l'avons expliqué, qu'on peut s'aſſurer de la hauteur de la matiere du Phénomene dans l'Atmoſphere, pourvu que quelque autre Obſervateur indique en même tems la hauteur apparente de cet Arc, à une latitude de lieu ſenſiblement differente. Du reſte, à en juger par les Repriſes qui ont précédé celle que nous éprouvons depuis 1716, & par les intervalles qui les ſéparent, on ne doit pas douter que celle-ci ne finiſſe, & que nous ne retombions un jour dans ces tems où l'Aurore Boréale n'eſt connue que dans les Livres des Philoſophes.

OBSERVATION DE PHYSIQUE GENERALE.

IL eſt bien vrai, comme il a été dit en 1728 *, que pour faire perdre à des Agates ces ramifications d'Arbriſſeaux ou de Buiſſons qui leur ont été données par art, ou, ce qui eſt le même, effacer les couleurs de ces figures, il ne faut que tremper les Pierres dans de l'Eau-forte, & les laiſſer ainſi à l'ombre dans un lieu humide pendant 10 ou 12 heures. Mais il n'eſt pas vrai que ce ſoit-là, comme on le croyoit, un moyen ſûr de reconnoitre ces *Dendrites* artificielles d'avec les naturelles.

M. de la Condamine fit cette épreuve ſur deux Dendrites, moins pour la faire, que pour s'aſſurer encore qu'il n'en arriveroit rien, car les deux Agates étoient hors de tout ſoupçon, ſur-tout par l'extrême fineſſe de leurs rameaux, qui eſt ce que l'art ne peut attraper; effectivement pendant 3 ou 4 jours, il n'y eut aucun changement. Mais par bonheur les Dendrites miſes en expérience ayant été oubliées ſur une fenêtre pendant 15 jours d'un tems humide & pluvieux, M. de la Condamine les retrouva fort changées. Il s'étoit mêlé un peu d'eau de pluye avec ce qui reſtoit d'eau-forte dans le Vaſe. L'Agate où

* V. les M. p. 70.

la couleur des Arbriſſeaux étoit la plus foible, l'avoit entierement perdue, hors dans un ſeul petit endroit. L'autre étoit partagée en deux parties, celle qui trempoit dans la liqueur étoit effacée, celle qui demeuroit à ſec avoit conſervé toute la netteté & la force des traits de ſes Arbriſſeaux. Il a fallu pour cette expérience de l'oubli, au-lieu de ſoin & d'attention.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. de Juſſieu ſur les Cauſes qui ont altéré l'Eau de la Seine en 1731.

† Les Obſervations du Thermometre faites dans l'Iſle de Bourbon par M. de Coſſigni, comparées à celles de Paris par M. de Reaumur.

‡ Les Obſervations Météorologiques de Béziers communiquées par M. de Mairan.

ǂ Les Obſervations Météorologiques de M. Maraldi.

A

* V. les M. p. 488.
† P. 579. ‡ P. 675. ǂ P. 684.

ANATOMIE.

SUR LA POITRINE

D'UN ENFANT NOUVEAU-NÉ DIFFORME. *

UN Enfant mort 3 ou 4 minutes après ſa naiſſance, s'étant attiré par la difformité extraordinaire de ſes Bras la curioſité de M. Petit le Médecin, il ſe trouva qu'il la méritoit encore davantage par les ſingularités de ſa Poitrine, auxquelles on n'eût pas penſé. Si l'on ouvroit plus de Cadavres, les ſingularités deviendroient plus communes, & les differentes ſtructures mieux connues. Nous ne toucherons point à la diſſection que fit M. Petit des Bras de cet Enfant, nous ne parlerons que de ſes remarques ſur la Poitrine, qui contiennent des vues plus ſyſtématiques.

Dans cet Enfant, qui avoit 21 pouces, longueur ordinaire des Enfans nés à terme, la Poitrine meſurée depuis le haut du Sternum juſqu'au bas n'avoit que 2 pouces de hauteur, au-lieu de 3, ou à peu près, qu'elle auroit dû avoir.

Le Poumon droit avoit reſpiré pendant les 3 ou 4 minutes de vie après la naiſſance, & non pas le Poumon gauche; ce qui ſe reconn-

* V. les M. p. 1.

connoiſſoit non ſeulement à leur difference de couleur & de gonflement, mais à l'épreuve plus ſûre de l'eau, où un Poumon qui a pris de l'air ſurnage, & s'il n'en a pas pris s'enfonce.

A cette occaſion, M. Petit ſe deſabuſa d'une erreur où le jettoit une fauſſe expérience. Il avoit beau preſſer en tous ſens entre ſes doigts un morceau coupé d'un Poumon qui avoit reſpiré, ce morceau nageoit toujours ſur l'eau, & par conſéquent tout l'air n'en avoit pas été exprimé, quoique la coupe eût été faite exprès dans une aſſez grande ſurface, qui préſentoit à l'air beaucoup d'ouvertures pour ſortir. Il paroiſſoit donc que l'Air une fois entré dans les Poumons n'en ſortoit plus entierement, & qu'il en reſtoit une partie cantonnée dans des interſtices, dans des recoins d'où l'on ne pouvoit la tirer. Mais M. Petit a vu que la Machine du Vuide faiſoit très facilement ce que ne fait pas la plus forte compreſſion des doigts. Le Poumon d'un jeune Lapin, qui avoit expiré dans cette Machine, alla au fond de l'eau, tant il avoit été bien purgé d'air. M. Petit ſe ſeroit cru l'inventeur de cette expérience aſſez curieuſe, ſi on ne l'eût averti qu'il avoit été prévenu par un Auteur dont on ne ſe ſouvenoit plus. Quand on preſſe un Poumon entre ſes doigts, on ferme néceſſairement beaucoup de paſſages à l'air qui pourroit s'échapper, & peut-être ne fait-on que l'envoyer dans d'autres retraites; mais ce même air ſoulagé également dans le Vuide du poids de l'air extérieur, ſe dilate également par-tout,

&

& trouve par-tout des paſſages également propres à ſa ſortie.

La Trachée ſe diviſe à droite & à gauche en deux gros Troncs, ſubdiviſés enſuite en une infinité de Bronches ou rameaux toujours plus petits, qui vont porter l'air dans les Poumons. La Trachée, ſes troncs & ſes rameaux ſont naturellement enduits en dedans d'une humeur aſſez fluide; mais dans l'Enfant dont il s'agit, cette humeur étoit fort viſqueuſe, & fort épaiſſe, ſur-tout celle du tronc gauche, qui en étoit entierement rempli. Le tronc droit plus libre avoit laiſſé à l'air un paſſage que le gauche ne lui avoit pas permis, & par cette raiſon le Poumon droit, à l'excluſion de l'autre, avoit reſpiré.

M. Petit trouve dans cette difference la cauſe de la promte mort de l'Enfant. Si les deux Poumons euſſent reſpiré, chacun auroit pris en recevant de l'air, l'extenſion qui lui convenoit, ils ſe ſeroient contrebalancés mutuellement, & toutes les parties qui leur ſont liées, & qui tiennent à eux, ſe ſeroient maintenues dans leur poſition naturelle. Mais le Poumon droit s'étant ſeul gonflé, il a pu ſans réſiſtance faire des déplacemens de parties, des compreſſions ou des allongemens de Vaiſſeaux encore très foibles & très délicats; & peut-être le peu de capacité qu'on a remarqué dans la Poitrine a-t-il aidé à ces effets. C'eſt ce que M. Petit explique plus en détail. Le moindre Vaiſſeau rompu par ce dérangement aura ſuffi pour cauſer la mort dans l'inſtant.

M. Petit croit que cette humeur, qui après

près la reſpiration enduit la ſuperficie interne de la Trachée & de ſes branches, & qui apparemment ſert alors à les préſerver de la ſechereſſe que le paſſage continuel de l'air y cauſeroit, remplit ces cavités avant la reſpiration, & ſert à les tenir en état d'être les canaux de l'air quand il le faudra. Il croit que les autres canaux ou cavités, qui ne font pas encore leurs fonctions dans le Fœtus, doivent être en attendant maintenus de même par quelque liqueur. La poſture ordinaire du Fœtus dans la Matrice étant d'avoir la tête panchée ſur ſa poitrine, ſa Trachée en eſt plus courte, ce qui paroît ſenſiblement par l'expérience que chacun en peut faire ſur ſoi-même. Dès que le Fœtus eſt né, il releve la tête, ou bien on la lui releve, ſa Trachée s'allonge, & par-là augmente un peu de capacité, & pour peu que ce ſoit, c'en eſt aſſez pour donner à l'air la premiere entrée. L'air pouſſe devant lui la liqueur dont la Trachée étoit remplie ; & comme en même tems, ſoit par ſon paſſage ſeul, ſoit par la raréfaction qui lui ſurvient dans un lieu chaud, il étend les Anneaux cartilagineux & flexibles de la Trachée auparavant plus étroits & plus ſerrés, cette liqueur qui rempliſſoit un petit eſpace ne ſuffit plus pour en remplir un plus grand, & elle ne peut plus qu'en revêtir la ſuperficie interne à laquelle elle s'attache. Tout ce qu'on pourroit mettre de plus dans le détail de cette explication eſt très aiſé à ſuppléer.

SUR

SUR LA MANIERE D'ARRETER LES HEMORRAGIES

Qui viennent après des Membres coupés.

ON a vu en 1731 le Mémoire de M. Petit le Chirurgien ſur la maniere d'arrêter les Hémorragies des gros Vaiſſeaux coupés, & quelle fut la nouvelle Machine qu'il inventa avec un ſuccès preſque ineſperé dans une opération qui avoit attiré les yeux de tout Paris *. Cette Machine n'agiſſoit que par une compreſſion, mais également douce & forte, & ménagée avec beaucoup d'art. On a vu auſſi en 1732 †, que l'Auteur, en ſuivant cette idée, y a ajouté de nouvelles preuves, & de nouvelles obſervations. D'un autre côté, dans la même année ‡, M. Petit le Médecin a examiné les Aſtringens & les Cauſtiques, par rapport à l'uſage dont ils peuvent être pour arrêter les Hémorragies. Maintenant M. Petit le Chirurgien reprend encore cette matiere, & c'eſt d'après lui ſeul que nous allons parler.

Quand un Vaiſſeau, même un des plus gros, a été coupé, pourvu que pendant un certain tems, on empêche le Sang de ſortir, &

* V. les M. de 1731. p. 122. & ſuiv.
† V. les M. p. 535.
‡ V. l'Hiſt. de 1732. p. 54. & ſuiv.

& c'eſt ce qu'on fera par le moyen du nouveau Bandage compreſſif, il ſe formera naturellement à l'extrémité ouverte du Vaiſſeau, un Caillot de Sang qui la bouchera, & d'autant mieux qu'il ſera ſoutenu par les chairs qui reviendront à l'entour.

Tout le monde ſait combien le Sang ſe coagule aiſément, on en voit tous les jours l'expérience après une Saignée ; mais il eſt bon de connoître plus préciſément la nature de cette coagulation. Le Sang eſt un compoſé de trois parties differentes & aſſez hétérogenes ; la Lymphatique, qui eſt blanche ; la Globuleuſe, qui eſt rouge ; la Séreuſe, plus fluide que les deux autres, & qui n'en eſt que le véhicule commun. La Lymphe deſtinée à nourrir tout le Corps, & à devenir Chair, Membrane, Nerf, & toute autre partie ſolide, eſt par conſéquent très diſpoſée à la coagulation, c'eſt même elle ſeule qui eſt coagulée lorſque tout le Sang paroît l'être, elle a enveloppé dans ſa coagulation, les Globules, & la Séroſité ; & ce qui le marque bien, c'eſt que le *Coagulum* ou Caillot eſt en ce cas beaucoup moins ferme, que quand il n'eſt que de Lymphe.

La Lymphe eſt plus légere que les deux autres parties, elle prend toujours le deſſus, pourvu que les circonſtances le lui permettent. A l'ouverture des Cadavres, où l'on voit ordinairement le Sang du Cœur & des Vaiſſeaux coagulé, on trouve quelquefois des Caillots formés en même tems de la partie Globuleuſe & de la Lymphatique : mais alors M. Petit obſerve que la partie ſupérieure

re du Caillot eſt blanche, & l'inférieure rouge; parce que la Lymphe, par ſa légereté, domine dans la ſupérieure. Cela ſuppoſe que les Cadavres ſe ſoient refroidis dans la ſituation horizontale, ainſi qu'il arrive communément.

Si l'on fait l'amputation d'un Membre à quelqu'un qui ait d'ailleurs les Ecrouelles, ou toute autre maladie qui vienne de l'épaiſſiſſement exceſſif du Sang, on en aura plus de facilité à arrêter le Sang après l'opération, parce qu'il eſt très diſpoſé de lui-même à former à l'ouverture du Vaiſſeau coupé, ce Caillot qu'on y deſire. Il en va de même dans tous les cas d'inflammation, puiſque l'inflammation eſt un épaiſſiſſement du Sang qui l'empêche de circuler librement. Dans la Gangrene, où le Sang eſt coagulé, il n'y a point d'Hémorragie, quand on coupe dans la partie morte; il n'y en a pas même quand on coupe un peu plus loin, & dans le vif, parce que le Sang y commence déja à être trop épais pour s'épancher au dehors.

De tout cela M. Petit conclud, que dans tous les cas on peut compter ſur le Caillot qui bouchera le Vaiſſeau; bien entendu que dans les cas moins favorables, & qui ſont de beaucoup les plus communs, on aura employé la compreſſion. Il tire même une concluſion plus délicate, & qui peut d'abord ſurprendre; il ne faut point aider la formation du Caillot par des Stiptiques que l'on appliqueroit à l'extrémité du Vaiſſeau pour y épaiſſir le Sang. Ils agiroient ſur ſes trois parties à la fois, & les coaguleroient confuſé-

ſément, c'eſt-à-dire, qu'ils coaguleroient bruſquement la Lymphe, qui enfermeroit dans ſon *Coagulum* les deux autres parties, & le tout ſeroit d'une conſiſtance trop molle, & pourroit ne pas réſiſter ſuffiſamment à l'impulſion du Sang d'un gros Vaiſſeau. Il vaut mieux laiſſer à la Lymphe le tems de ſe ſéparer du reſte, après quoi elle formera ſeule un Caillot plus dur. On tiendra le Moignon du Membre coupé dans la ſituation la plus convenable qu'il ſe pourra à cette ſéparation de la Lymphe, qui ſe doit faire par ſa légereté. Les Minuties ceſſent ſouvent de l'être.

SUR UN ANEVRISME

DE L'ARTERE SOUCLAVIERE DROITE

Vuidé par la Bouche. *

ON verra dans le Mémoire de M. Maloet, l'hiſtoire détaillée d'un Soldat des Invalides, qui n'ayant qu'un reſte d'une fluxion de poitrine de ſix ſemaines, & une tumeur ſurvenue pendant ce tems-là au bas du cou, groſſe comme une Noix, & aſſez ferme, ſe mit tout d'un coup à vomir du Sang pur à grands flots, & en telle abondance qu'il s'en épuiſa entierement, & mourut en une minute. La tumeur du cou diſparut.

M. Maloet n'eût pas été fort ſurpris que cet-

* V. les M. p. 153.

cette tumeur, qu'il avoit reconnue d'abord pour un Anevriſme, eût crevé ſubitement, en dedans, & eût cauſé la mort, quoiqu'il ſoit aſſez commun que l'on porte impunément de plus gros Anevriſmes pendant un plus long-tems. Mais il ne voyoit point comment cet Anevriſme, qu'il jugeoit devoir être ou dans l'Aorte, ou dans quelqu'une de ſes plus groſſes branches, avoit pu ſe vuider par la bouche, avec laquelle ces Vaiſſeaux-là n'ont abſolument aucune communication; le cas étoit tout-à-fait ſingulier.

Il n'y eut d'éclairciſſement que par l'ouverture du Cadavre. L'Anevriſme étoit dans l'Artere Souclaviere droite, à l'endroit où elle part de l'Aorte. La partie poſtérieure du Sac Anevriſmal s'appliquoit contre la Trachée, & y occupoit l'étendue de ſix de ſes Anneaux cartilagineux. Entre deux de ces Anneaux, & dans la Membrane ligamenteuſe qui les joignoit, étoit un trou qui perçoit du Sac Anevriſmal dans la cavité de la Trachée; & c'eſt par-là que le Sang de la Souclaviere, & enſuite celui de tout le Corps a dû s'épancher dans la Trachée pour en ſortir par la bouche.

Il a donc fallu que la Membrane ou Tunique de la Souclaviere, déja émincée dans ſon total par la dilatation que l'Anevriſme lui cauſoit, ait été encore plus émincée, & enfin uſée & détruite à l'endroit du trou, ſoit parce qu'elle y étoit naturellement plus foible, ſoit parce que le Sang, en vertu de ſa direction, y a une impulſion plus forte; & en général, le Sang a dû agir avec plus de

de force ſur toute la partie du Sac appuyée contre les Anneaux de la Trachée qui ſont aſſez ſolides, parce qu'il y trouvoit plus de réſiſtance & plus d'appui que par-tout ailleurs. La Tunique de la Souclaviere étant détruite dans l'endroit marqué, la Membrane extérieure de la Trachée a ſuppléé à ce défaut, & a ſervi de paroi où le Sac Anevriſmal en manquoit; mais le ſang a continué d'agir & a attaqué l'intervalle des deux Anneaux qui lui répondoient, & c'étoit en effet un endroit plus foible & plus aiſé à creuſer qu'un Anneau. Il a été beſoin d'un tems pour cela, auſſi s'appercevoit-on que le trou n'étoit pas nouvellement fait. Mais quand le ſang, en minant toujours, eſt enfin arrivé à la Membrane intérieure de la Trachée, le moment, où elle a été forcée, a dû être celui de la mort. Il ne reſte qu'à ſavoir pourquoi le ſang, au-lieu de s'épancher de la Trachée dans les Poumons, a pris la route de la bouche; ſans doute il y trouva plus de facilité, qu'à pénétrer les Poumons remplis d'air.

SUR UN VER RENDU PAR LE NEZ.

UN Officier de chez le Roi ſentoit depuis trois ans au bas du front, du côté gauche, & près de la racine du Nez, une douleur fort vive, plus violente dans des tems que dans d'autres, qui s'étendoit vers l'Oeil du même côté, & quelquefois au point qu'il craignoit d'en perdre l'Oeil; il avoit en même

même tems un bourdonnement considérable dans l'Oreille.

Pour remédier à ce bourdonnement, il se fit verser, étant au lit, quelques gouttes d'Huile d'Amandes douces dans l'Oreille affectée, & se tint pendant quelque tems couché sur l'autre. Deux jours après il sentit dans la Narine gauche une grande démangeaison, des picotemens, des tiraillemens, de fréquentes envies d'éternuer, & même, en se mouchant, quelque chose qui remuoit dans son Nez, & qu'il n'en put chasser tout-à-fait, qu'en y portant le bout du doigt pour le tirer. C'étoit un Ver qui courut aussi-tôt sur sa main avec une extrême viteſſe, quoique couvert d'une mucosité parsemée de Tabac, parce que cet Officier en prenoit beaucoup. On mit le Ver dans une Tabatiere où il y en avoit, & il y vêcut 5 ou 6 jours. Tous les accidens du Malade cesserent aussitôt après la sortie de cet Insecte.

M. Maloet l'a eu entre ses mains mort & desseché. Il le trouva du Genre des *Centipedes*, & de l'Espece des Scolopendres terrestres. Il en fit une description exacte, & bien détaillée, mais que nous ne rapporterons point, parce qu'en 1708 * nous en avons fait une assez semblable d'un autre Ver rendu pareillement par le Nez. Ils ne diffèrent que par la grandeur, celui d'aujourd'hui n'avoit que 16 lignes de long, & l'autre 6 pouces. Il est vrai que le plus grand avoit 112 pieds ou pattes, & l'autre 100 seulement; mais si le

* pag. 51. & suiv.

le petit eût cru, peut-être en auroit-il eu davantage, & enfin c'eſt le grand nombre des pieds, & non le nombre précis de 100, qui fait les Centipedes.

Une difference d'une autre eſpece entre les deux Vers, & remarquable, c'eſt que celui de 1708 fut, ſelon les apparences, tiré en un mois du lieu où il étoit par l'uſage du Tabac, que l'on avoit cru lui devoir être contraire; au-lieu que celui-ci, malgré un uſage continuel du Tabac, avoit vêcu 3 ans, & vêcut même encore aſſez long-tems dans du Tabac: ce qui rend au moins fort douteuſe la bonté de ce Remede.

Les deux Vers étoient dans un Sinus frontal, mais le grand dans le droit, & le petit dans le gauche: difference qui n'en eſt pas une. La route que feu M. Littre faiſoit tenir à ſon Ver pour entrer dans le Sinus, & pour en ſortir, ſera la même pour le Ver de M. Maloet. Nous ſuppoſons qu'on s'en ſouvienne, ou qu'on ſe la rappelle.

Mais voici une difference très eſſentielle, & qui eſt le point principal de l'obſervation de M. Maloet. Son Ver ne paroît avoir été chaſſé que par l'Huile verſée dans l'Oreille, & il ſeroit fort naturel qu'elle l'eût chaſſé, car tous les Inſectes doivent la fuir, puiſqu'elle leur ôte la reſpiration en bouchant toutes leurs Trachées; mais la difficulté eſt qu'elle ait pu parvenir juſqu'à ce Ver enfermé dans le Sinus frontal. Elle ne s'eſt répanduë que dans le Conduit extérieur de l'Oreille très exactement fermé en dedans par la Membrane du Tympan: comment a-t-elle paſſé

passé au travers de cette Membrane ? & quand elle y auroit passé, il y a encore loin de là au Sinus frontal, & quel chemin a-t-elle pris pour y arriver ?

C'est une pratique reçue des plus habiles Médecins, que d'appliquer sur le Nombril différentes Huiles pour agir contre les Vers des Intestins. Elles n'y agissent qu'après avoir pénétré la Peau, la Membrane Adipeuse, le Péritoine, l'Epiploon, les Membranes des Intestins ; & à combien plus forte raison, dit M. Maloet, une Huile aura-t-elle pu pénétrer le seul Tympan, si fin & si délié ? Il n'y a eu que les parties les plus subtiles qui ayent pénétré, il n'en falloit pas beaucoup pour se faire sentir à un si petit Ver ; mais à cause de leur lenteur naturelle, il leur a fallu deux jours pour faire leur effet.

S'il y a toujours à la Membrane du Tympan une petite ouverture échancrée, que Rivinus a découverte, & que M. Maloet y a effectivement vue deux fois, ou seulement si elle s'est trouvée par une espece de hazard dans le Tympan du Malade, le passage de l'Huile aura été encore sans comparaison plus aisé.

Quant à sa route, après avoir été reçue dans la cavité du Tympan, elle se sera portée à la faveur de la Trompe d'Eustache, qu'on appelle communément l'*Aquéduc*, jusqu'aux fosses Nasales, d'où elle aura pu aisément, à cause de sa subtilité, s'élever au Sinus frontal.

Ce fut par une espece de hazard, & uniquement par rapport au bourdonnement,

que le Malade, qui avoit le Ver ſans le ſavoir, ſe fit verſer de l'Huile dans l'oreille. S'il eût connu ſon Ver, & le lieu qu'il occupoit, il auroit bien pu croire qu'il falloit tirer cette Huile par la Narine gauche, afin qu'elle allât attaquer le Ver par cette route aiſée & toute ouverte. Mais il auroit très mal fait, en ſuivant ce raiſonnement ſi plauſible. Le Ver attaqué du côté du Nez auroit fui du côté oppoſé, & ſe ſeroit cantonné dans des endroits d'où il n'auroit pu reſortir; ou bien il ſeroit mort, & la pourriture de ſon petit cadavre auroit bien pu cauſer des accidens très fâcheux. Heureuſement l'attaque qu'on faiſoit d'un côté le déterminoit à fuir de l'autre où la ſortie étoit facile, & il s'aidoit de toutes ſes forces pour ſortir, ce qui eſt encore un avantage de tirer les Vers vivans. Il réſulte de-là une Règle de pratique pour tous les Vers qu'on jugera être dans les Sinus frontaux.

Conformément à ces idées, on ſuit deux méthodes differentes pour les Vers des Inteſtins. Ils ne peuvent guere ſortir que par l'Anus, & pour les tirer du corps, on les en chaſſe par des choſes qui leur ſoient contraires, ou bien on les attire au dehors par d'autres qui ſoient de leur goût. Les premiers de ces Remedes, il faut les prendre par la bouche; les ſeconds doivent être donnés en lavement. La raiſon de cette difference eſt claire, après tout ce qui a été dit.

Cette

CEtte année M. Ferren, Médecin de la Faculté de Montpellier, a préſenté à l'Académie un Mémoire ſur la ſtructure & les Vaiſſeaux du Foye. Il ſuppoſe ce qui eſt connu ſur cela, afin de ne donner que ſes obſervations particulieres. Par exemple, ſur la ſtructure, il a trouvé dans chaque grain ou Lobule du Foye deux ſubſtances differentes, une qu'il appelle *corticale*, qui eſt extérieure, friable, & d'un rouge tirant ſur le jaune; l'autre *médullaire* ou intérieure, rouge, molle & pulpeuſe, placée au centre de chaque grain, très apparente dans pluſieurs Animaux, & ſouvent dans l'Homme. Les Conduits Hépatiques traverſent la ſubſtance corticale pour ſe rendre dans la ſubſtance médullaire, que M. Ferren croit formée des extrémités pulpeuſes de ces canaux. Sur les Vaiſſeaux du Foye, il a découvert pluſieurs particularités dans ceux qui portent le Sang, les Lymphatiques & les Conduits Bilaires.

A l'égard des premiers, il a obſervé que les diviſions & les ſubdiviſions de la Veine-porte donnent deux ſortes de rameaux, les uns Veineux, & les autres Artériels; il nomme *rameaux artériels* ceux qui ſont connus par leur fonction de porter le ſang de la Veine-porte dans le Foye; il a découvert les *veineux*, & ceux-ci reçoivent le ſang de l'Artere Hépatique, & le conduiſent dans les rameaux artériels de la Veine-porte, de ceux-ci dans la ſubſtance médullaire des Lobules,

& de-là dans les branches de la Veine-cave.

A l'égard des Vaiſſeaux Biliaires, M. Ferren en a obſervé de nouveaux, dont les uns reviennent du Ligament gauche du Foye, & qu'il a vus quelquefois répandus ſur la face inférieure du Diaphragme, d'autres reviennent de cette portion des parois de la Veine-cave qui paroit hors de l'échancrure Sigmoïde du Foye quand on le regarde par derriere, d'autres enfin reviennent des Membranes de la Véſicule du Fiel. Tous ces Vaiſſeaux Biliaires pénètrent enſuite le Foye, & aboutiſſent dans les Canaux Hépatiques. Les injections colorées, pouſſées dans le Tronc des Conduits Hépatiques, donnent la facilité de les obſerver.

M. Ferren établit enſuite, 1° Que la Bile eſt fournie par la Veine-porte, & en partie par l'Artere Hépatique. 2° Quelle eſt jaune & amere dans les plus petits conduits. 3°. Qu'encore que la Bile paroiſſe beaucoup plus foncée & plus amere dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques que dans les rameaux plus petits, il n'eſt cependant pas vrai que la Bile Hépatique prenne, comme l'on croit, ce caractere en continuant ſa route. 4° Que la Bile de la Véſicule étant exprimée dans le Canal Cholidoque, reflue naturellement dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques; & c'eſt préciſément la Bile Cyſtique qui reflue, qu'on a priſe pour une Bile Hépatique changée. Cette eſpece de Paradoxe eſt démontrée par les faits que M. Ferren rapporte, & il ajoute que c'eſt peut-

être

être la raiſon pour laquelle le Tronc des Canaux Hépatiques a un calibre plus conſidérable que le Cholidoque même, comme il l'a obſervé dans pluſieurs Sujets.

A l'égard des Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye, il donne le moyen de ſuivre les intérieurs juſqu'aux extrémités de la Veine-porte, & à la faveur d'une injection faite du Tronc dans les branches des Lymphatiques extérieurs, il fait voir qu'ils viennent tous de l'intérieur du Foye. A cette occaſion il parle d'autres Lymphatiques, il rappelle ceux qui ont été découverts par M. Winſlow & M. Hunauld ſur une partie du Poumon, & lui-même a découvert un Rézeau Lymphatique qui envelope tout le Poumon, & le diſtingue aiſément des eſpaces Interlobulaires. M. Ferren finit, en prouvant que les Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye tirent en partie leur origine du principe des Tuyaux Biliaires, & donne à cette occaſion un moyen facile dont il ſe ſert pour faire paroitre ceux du Rein dans l'Homme, qui eſt de pouſſer de l'air de l'Uretere dans le Baſſinet du Rein.

L'Académie a trouvé dans toutes ces recherches beaucoup de connoiſſance & une grande ſagacité.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Morand ſur un Mouton monſtrueux.

L'His-

* V. les M. p. 197.

* L'Hiſtoire de la Carpe par M. Petit le Médecin.

† Les Remarques de M. Winſlow ſur les Monſtres, &c.

CHIMIE.

SUR LE TARTRE SOLUBLE.‡

MRS. du Hamel & Groſſe ont continué ſur le Tartre Soluble le travail dont nous avons commencé à rendre compte en 1732 ‡. Nous ſuppoſons ici ce que nous avons dit alors.

Les deux Chimiſtes ont éprouvé tout ce qu'ils ont cru pouvoir rendre le Tartre ſoluble. Le Sel de Tartre lui-même étoit la matiere dont on ſe ſervoit le plus, ils ont éprouvé encore non ſeulement les autres Sels Alkali, tels que celui de la Soude & le Borax, mais les Terres Alkalines tirées ſoit du Regne Minéral, comme les Chaux, les Crayes, &c. ſoit du Végétal, comme les Cendres leſſivées, ſoit de l'Animal, comme les Ecailles d'Huitre calcinées ou non calcinées, & les Cornes de Cerf.

Pluſieurs de ces matieres ont donné un beau Tartre ſoluble, mais la Chaux d'Ecailles d'Huitre paroît préférable, du moins par le

* V. les M. p. 274. † p. 508.
‡ p. 364. ‡ p. 66. & ſuiv.

le peu que ce Tartre coûteroit en comparaiſon de celui qui eſt fait à l'ordinaire par le Sel de Tartre.

Les Cendres ont donné lieu à pluſieurs remarques ou réflexions, que l'on promet même de ſuivre plus loin. Elles ont deux portions, dont l'une eſt fine, légere, ſe mêle aiſément avec l'eau, s'y ſoutient aſſez longtems, & ſe précipite en une eſpece de boue déliée, & douce au toucher; l'autre portion eſt rude, graveleuſe, comme grainée, une eſpece de ſable qui ne ſe ſoutient point ſur l'eau. On croiroit peut-être que c'eſt effectivement du ſable fin ou du gravier qui s'eſt trouvé dans l'écorce du bois qu'on a brulé, mais après qu'on a eu pris toutes les précautions poſſibles pour prévenir ce ſouçon, les Cendres ont toujours été conditionnées de la même maniere. La premiere portion eſt celle qui s'unit à la Crême du Tartre & le rend ſoluble; la ſeconde portion ne s'y unit point, à moins que par des calcinations vives & répétées on n'en réduiſe une partie à être de la même nature que la premiere portion, mais jamais on n'y réduit le tout. Selon toutes les apparences, la premiere portion des Cendres avoit perdu par le feu tous les Acides qu'elle avoit naturellement, & eſt devenue par-là ſuſceptible de l'impreſſion du plus foible Acide, tel que celui de la Crême de Tartre; mais dans la ſeconde portion, les Acides naturels s'y ſont concentrés & fixés, ce qui fait qu'elle réſiſte à l'action de l'Acide du Tartre.

Quand la Crême de Tartre a été rendue

ſoluble par quelque matiere alkaline que ce ſoit, on peut la *régénérer*, ou la remettre en Crême de Tartre, telle qu'elle étoit. Son Acide avoit diſſous la matiere alkaline qu'on lui avoit préſentée, & l'avoit lui-même atténuée au point qu'elle avoit pu s'inſinuer entre les molécules ou parties intégrantes de tout ce qui compoſoit la Crême de Tartre. De-là venoit toute la ſolubilité. Pour rendre à tout ſa premiere forme, il ne faut qu'un nouvel Acide qui enleve à celui du Tartre la matiere alkaline, mais il le faut plus puiſſant. Auſſi voit-on que l'Eſprit de Nitre, l'Huile de Vitriol, &c. régénerent dans le moment la Crême du Tartre ſoluble faite par les Terres alkalines, parce que ce ſont des Acides plus puiſſans que celui du Tartre, ne fût-ce que par la raiſon qu'ils ſont minéraux, & lui végétal.

Mais voici une ſingularité que l'on n'auroit pas prévue; le Vinaigre diſtillé, dont l'Acide eſt non ſeulement végétal, mais préciſément le même que celui du Tartre, régénere auſſi la Crême de Tartre. Comment le fait-il ſans avoir aucune ſupériorité de force? M^rs. du Hamel & Groſſe en imaginent une raiſon aſſez vrai-ſemblable. Dans la Crême de Tartre l'Acide a une baſe terreuſe & alkaline qui lui eſt naturelle; dans le Tartre ſoluble il prend une baſe nouvelle & étrangere, fournie par les matieres alkalines qu'on lui a préſentées. Il n'eſt pas étonnant qu'il ſoit plus étroitement uni à ſa premiere baſe qu'à la ſeconde. Le Vinaigre lui enleve la ſeconde, mais non pas la premiere.

Cette

Cette ſeconde baſe eſt differente ſelon les differentes matieres alkalines qui ont rendu le Tartre ſoluble, & par conſéquent le même Acide s'attache plus aux unes qu'aux autres, les abandonne plus ou moins aiſément, &c. le Vinaigre diſtillé étant toujours l'Acide employé à la régénération. Il n'y a que le Tartre ſoluble de M. le Fevre d'Uzès, fait par le Borax, qui ne ſouffre point la régénération. Mrs du Hamel & Groſſe ont fait une eſpece de petite Table où ils arrangent les differens Tartres ſolubles, depuis celui dont la régénération eſt la plus facile, juſqu'à celui de M. le Fevre.

Les differens Tartres ſolubles ont auſſi differens degrés de ſolubilité, ou de facilité à ſe fondre, & à ſe réſoudre en liqueur. Ceux qui en ont le plus ſont ceux qui ont été faits avec les Cendres leſſivées, avec les Crayes, la Chaux; celui de M. le Fevre eſt un de ceux qui en ont le moins. On peut déja entrevoir quelques cauſes; mais il faut, quant à préſent, contenter d'entrevoir, & ne pas croire trop vîte qu'on ait vu.

SUR UNE MANIERE

DE TIRER LE MERCURE DU PLOMB. *

QUELQUES Chimiſtes ont cru que le Mercure entroit, comme principe eſſentiel, dans la formation de tous les Métaux; d'autres l'ont nié, & ont ſoutenu que ce-

* V. les M. p. 433.

celui qu'on retiroit quelquefois des ſubſtances métalliques, n'y étoit que par accident, comme un ſimple alliage, & de la même maniere dont il ſe trouve ſouvent quelque petite quantité d'Or dans l'Argent. Ils ont même ſoupçonné que le Mercure que l'on retiroit, avoit été en partie formé par les matieres employées dans les opérations, ou bien ils ont révoqué en doute les opérations mêmes. C'eſt ce dernier parti que d'habiles Chimiſtes ont pris à l'égard de celles de Kunckel & de Beccher, qui tous deux ont tiré du Plomb un peu de Mercure.

M. Groſſe les a juſtifiés, non en répétant leurs opérations, mais en parvenant au même effet par des moyens differens des leurs, &, ſi l'on veut, oppoſés. Ils ſuppoſoient que le Mercure contenu dans le Plomb y étoit fixé ou par des Acides ou par un Souphre, & ils ont employé, pour le dégager, des matieres Alkalines: M. Groſſe au contraire a employé des Acides. Il lui eſt venu du Mercure en globules & coulant, ce qui décide bien nettement qu'il y a du Mercure dans le Plomb, à moins que l'Acide qu'on employe ne contribue à le produite. Après qu'on l'a vu dans ſa forme naturelle, on eſt plus diſpoſé à croire qu'il ſe trouve auſſi dans d'autres produits des mêmes opérations, où le raiſonnement & les expériences prouvent qu'il doit être, quoiqu'un peu dégulſé.

M. Groſſe a pouſſé cette matiere juſque dans les détails les plus inſtructifs & les plus curieux, mais ſi bien liés & ſi dépendans les

uns

uns des autres, qu'il ne faut les voir que tous enſemble.

BOTANIQUE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Marchant ſur la *Bicuculata Canadenſis*, &c.

GEOMETRIE.

CEtte année, M. le Clerc de Buffon préſenta à l'Académie des Solutions de Problêmes qui regardoient le Jeu du franc Carreau. On jette en l'air dans une Chambre carrelée de Carreaux égaux & ſuppoſés réguliers, un Ecu, un Louis, & on demande combien il y a à parier que la Piece ne tombera que ſur un ſeul Carreau, ou *franchement*. Il s'eſt fait de très profondes & de très curieuses recherches ſur differens paris, differentes probabilités, mais elles ſont toutes purement numériques; c'eſt-à-dire, qu'elles ne conſiſtent qu'en des combinaiſons de Nombres, & ne ſortent point d'une Arithmétique fort élevée. La queſtion préſente eſt d'une eſpe-

* V. les M. p. 390.

eſpece nouvelle, en ce qu'elle appartient à la Géométrie, & aux figures qui n'étoient point encore entrées dans cette matiere.

Il ſaute aux yeux que plus la Piece ſera petite par rapport à un des Carreaux égaux, plus il y aura à parier qu'elle tombera franchement. Ainſi dans ce Carreau donné que l'on ſuppoſe quarré, M. le Clerc inſcrit un autre quarré toujours éloigné des bords du Carreau de la longueur du demi-diametre de l'Ecu ou du Louis, & il eſt clair que la probabilité que la Piece tombera franchement ſera à la probabilité contraire, comme la ſuperficie du petit quarré inſcrit ſera à celle de l'eſpece de bordure intérieure ou de *couronne* que ce petit quarré forme dans le Carreau; car la Piece ne ſera dans le cas de ne point tomber franchement, que quand elle tombera de façon que ſon centre ſoit ſur la ſuperficie de cette couronne, puiſqu'alors, vu la grandeur connue de ſon demi-diametre, elle débordera néceſſairement le Carreau.

Il ſuit de-là que pour jouer à jeu égal, ce qui eſt toujours en ces matieres le but des Problêmes comme l'équilibre en Méchanique, il faut que la ſuperficie du quarré inſcrit, & celle de la couronne du Carreau, ſoient égales; & quand cela eſt, le demi-diametre de la Piece eſt incommenſurable au côté du Carreau, & un peu plus de ſa 6me partie. S'il n'étoit préciſément que cette 6me partie, le jeu commenceroit déja à avoir quelque légere inégalité.

Sur quelque point du Carreau que s'applique le centre d'une Piece ronde, il eſt déter-

terminé dans le moment ſi elle tombe franchement ou non. Mais ce ne ſeroit pas la même choſe pour une Piece quarrée; ſon centre étant toujours poſé ſur le même point de la ſuperficie du Carreau, s'il n'eſt qu'à une certaine diſtance de ſes bords, elle pourra ou tomber ou ne tomber pas franchement. Ce ſera le 1er ſi les côtés de la Piece quarrée ſont paralleles à ceux du Carreau, & le 2d s'ils ne le ſont pas, alors elle débordera le Carreau par quelqu'une de ſes 4 pointes. La Piece ronde a toujours, en vertu de ſa figure, la même poſition par rapport aux côtés du Carreau, mais non pas la Piece quarrée; & la probabilité de ne pas tomber franchement eſt beaucoup plus grande pour cette Piece quarrée que pour la ronde, tout le reſte étant d'ailleurs égal.

Pour ne point entrer dans une Géométrie aſſez fine, où ce ſujet a conduit M. le Clerc, qui ne demandoit pas mieux que d'y être conduit, nous nous contenterons de donner par un des Problêmes qu'il a réſolus, une idée de ce que peuvent faire ici les differentes poſitions où tombe une Piece qu'on jette.

Sur un plancher qui n'eſt formé que de planches égales & paralleles, on jette une Baguette d'une certaine longueur, & qu'on ſuppoſe ſans largeur. Quand tombera-t-elle franchement ſur une ſeule planche?

Ce ſera d'abord quand elle tombera dans une poſition parallele à la longueur ou côté de la planche ſur laquelle elle tombe, mais ce ſera encore dans beaucoup d'autres poſitions. Que l'on conçoive le point du milieu

de la Baguette à une certaine distance du bord de la planche, & que sur ce point comme centre elle décrive un quart de Cercle par son extrémité la moins éloignée de ce bord, elle décrira une partie de cet Arc au dedans de la planche, & l'autre partie au dehors, & autant qu'elle aura de positions au dedans, autant aura-t-elle de chûtes franches, & au contraire. Par conséquent le nombre de ses chûtes franches sera à celui des autres comme la somme de ses positions *intérieures* à la somme des *extérieures*, ou, ce qui est la même chose, comme les deux portions de l'aire du quart de Cercle, dont l'une est en dedans, l'autre au dehors de la planche.

Il est clair que dans la résolution du Problême total doit entrer la considération du rapport de la longueur de la Baguette à la largeur de la planche. Si ces deux grandeurs étoient égales, la Baguette ne tomberoit franchement dans toutes ses positions possibles que quand son point du milieu tomberoit sur le point du milieu de la largeur de la planche. Si cette largeur est plus grande, elle a un plus grand nombre de points sur lesquels le milieu de la Baguette peut tomber franchement, & au contraire. Il y a donc une certaine largeur de la planche qui rendroit le pari ou le jeu égal, & c'est ce que M. le Clerc a déterminé par une aire de Cycloïde avec beaucoup d'élégance, au jugement de l'Académie.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

* L'Ecrit de M. Clairaut ſur quelques Queſtions *de Maximis & Minimis.*

ASTRONOMIE.

SUR LA DESCRIPTION DU PARALLELE DE PARIS, OU DE SA TANGENTE.

LE grand ouvrage de la Méridienne de Paris tracée dans toute l'étendue de la France, n'eſt que la moitié de ce que l'Aſtronomie & la Géographie peuvent deſirer à cet égard; il y manquoit la deſcription & la meſure actuelle du Cercle parallele à l'Equateur qui paſſe par l'Obſervatoire de Paris, ou plutôt de ſa portion qui s'étend ſur toute la France Eſt & Oueſt. Le Roi ordonna que cette portion fût auſſi tracée par M. Caſſini, qui réſolut d'employer la même Méthode qu'on avoit déja employée avec tant de ſuccès pour la Méridienne. Il lut à la Compagnie le Projet de ſon travail, & partit pour l'exécution d'un ordre ſi agréable aux Sciences. Mais quoi-

* V. les M. p. 258.

quoiqu'il n'y eût plus de choix à faire ſur ce point, les Eſprits mis en mouvement par l'idée de cette nouvelle entrepriſe ſe tournerent de ce côté-là les uns à l'envi des autres, & il ſembla qu'on eût la curioſité de vouloir épuiſer le ſujet.

L'uſage le plus ſavant, & le plus intéreſſant pour l'Aſtronomie Phyſique, regarde la queſtion de la Figure de la Terre, qui par des raiſonnemens géométriques de Mrs Huigens & Newton eſt un Sphéroïde applati vers les Poles, & par les meſures actuelles de Mrs Caſſini dans toute l'étendue de la France un Sphéroïde allongé, ou oblong *. M. de Maupertuis voulut voir ce que la Géométrie pourroit tirer de la meſure du Parallele par rapport à cette queſtion †.

Il ſuppoſe que la Courbe qui par ſa révolution autour d'un axe a produit la figure quelconque de la Terre, eſt une Ellipſe, & il ne s'agit que de connoitre le rapport des deux axes de cette Ellipſe, dont l'un eſt le diametre du Méridien autour duquel ſe fait la révolution journaliere de la Terre, & l'autre eſt le diametre de l'Equateur. Si le diametre du Méridien eſt plus grand que celui de l'Equateur, la Terre ſera un Ellipſoïde allongé vers les Poles; ſi c'eſt le contraire, elle ſera un Ellipſoïde applati.

En concevant l'Ellipſe génératrice de l'Ellipſoïde décrite autour du diametre du Méridien, ou ſeulement la demi-Ellipſe, on voit que

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 145. & ſuiv. Celles de 1701. p. 119. & de 1713. p. 83. † V. les M. p. 211.

que dans ſon point du milieu, elle eſt parallele à ce diametre, qu'elle lui eſt perpendiculaire à ſes deux extrémités qui ſont les Poles, & que par conſéquent elle va toujours de l'Equateur vers un Pole, en changeant d'inclinaiſon par rapport à ce diametre, & en prenant une moindre inclinaiſon. Si on met l'origine de l'Ellipſe à un Pole, & que ſes Abſciſſes ſoient les parties de ce diametre, les Ordonnées ſeront des perpendiculaires à ce même diametre, terminées à l'Ellipſe, & qui lui ſeront toujours differemment inclinées. En même tems ces Ordonnées ſeront des rayons de Cercles, puiſque la révolution de l'Ellipſe qui a produit l'Ellipſoïde, a été circulaire, & ces Cercles ſeront des Paralleles à l'Equateur.

Si l'on a un degré d'un Parallele actuellement & exactement meſuré en Toiſes, on a la circonférence dont il eſt la 360me partie, & la grandeur du rayon qui eſt une Ordonnée de l'Ellipſe en ce point.

Si l'on a de plus, & on ne peut manquer de l'avoir, l'angle de la latitude du Lieu, dont ce Parallele eſt le Parallele, il ſe trouve par une eſpece de bonheur, que la Tangente de cet angle de latitude eſt au Rayon du Cercle ſur lequel on a conſtruit les Tables de Sinus, &c. & qu'on ſuppoſe ici égal à 1, comme l'Infiniment-petit de l'Ordonnée de l'Ellipſe eſt à l'Infiniment-petit de l'Abſciſſe correſpondante. Or en toute Courbe, le rapport de ces deux Infiniment-petits donne la poſition de l'Elément de la Courbe, qui eſt l'hypothénuſe de l'angle droit qu'ils font en ce point, & par con-

conſéquent l'obſervation de l'angle de la latitude donne l'inclinaiſon en ce point de l'Ordonnée à l'Ellipſe; & ſi on a auſſi la meſure d'un degré de Parallele, on a & l'inclinaiſon du rayon de ce Parallele à l'Ellipſe, & la grandeur actuelle de ce rayon.

L'eſpece dont ſera l'Ellipſe n'eſt pas encore déterminée par-là; elle ne le peut être que quand le rapport de ſes deux axes ſera connu, & il eſt viſible que quel que ſoit ce rapport, une droite d'une certaine grandeur, & d'une certaine inclinaiſon à la Courbe, peut toujours en être une Ordonnée; ſeulement ſera-t-elle poſée ſur differens points de l'axe.

En prenant l'Equation de l'Ellipſe en général, & y faiſant entrer le rapport des deux Infiniment-petits de l'Abſciſſe & de l'Ordonnée, & qui ſont comme 1, & la Tangente d'un angle quelconque de latitude obſervée, M. de Maupertuis arrive facilement à une expreſſion algébrique, qui contient ces quatre grandeurs, le demi-diametre du Méridien ou axe de l'Ellipſe, autour duquel elle a tourné pour engendrer l'Ellipſoïde; le demi-diametre de l'Equateur, qui eſt l'autre axe de l'Ellipſe; le rayon du Parallele, dont on a obſervé la latitude; & la Tangente de cette latitude: & ces quatre grandeurs ſont telles, que trois étant connues, elles donnent la quatrieme.

Ainſi, conformément à la raiſon que nous venons d'alléguer, de ce qu'un angle de latitude donné, & la meſure du Parallele, ne ſuffiroient pas pour déterminer l'eſpece de l'Ellipſe, on voit qu'il faudroit encore connoître ou le demi-axe du Méridien Elliptique, ou

ou le demi-diametre de l'Equateur. Le demi-axe de ce Méridien ne ſe peut pas connoître par la meſure actuelle de quelques degrés du Méridien, puiſqu'il n'eſt pas circulaire, mais elliptique; & pour le demi-diametre de l'Equateur, qui eſt un Cercle, on le connoitroit par cette meſure, mais on ne l'a pas encore faite ſous la Ligne.

Pour ſuppléer à ce défaut, M. de Maupertuis propoſe la meſure actuelle d'un degré de deux differens Paralleles, chacun d'une latitude connue. Alors en mettant ces grandeurs dans ſa formule, il s'en forme deux nouvelles équations, qui donnent auſſi-tôt le rapport cherché des deux arcs de l'Ellipſe. En effet, on a dans ce cas deux Ordonnées de l'Ellipſe, avec leurs poſitions ou diſtances déterminées ſur l'axe, ce qui ne peut convenir qu'à une certaine Ellipſe. Plus les deux Paralleles ſeront éloignés l'un de l'autre, plus la détermination réſultante ſera juſte, & il eſt aiſé d'en voir la raiſon.

Comme on ſait certainement que la difference des deux axes de l'Ellipſoïde ne peut être que fort petite par rapport à leur grandeur, & que d'ailleurs les meilleures obſervations, & les meſures actuelles faites avec le plus de ſoin, ne peuvent guere être exemtes de quelque erreur, ou du moins peuvent toujours être un peu ſuſpectes, il ſera très difficile que l'on ſoit ſûr d'être arrivé par les voyes marquées à toute la préciſion néceſſaire. M. de Maupertuis en convient ſans peine, & il dit que ſi ces moyens ſont inſuffiſans,

fiſans, il ſera toujours bon de s'aſſûrer qu'ils le ſont.

Après cela, ce n'eſt que pour exercer la Géométrie qu'il en propoſe d'autres encore plus ſubtils, & tirés d'une plus fine Théorie. Par exemple, ſi l'on a la meſure actuelle de deux differens degrés de latitude conſécutifs pris ſur le Méridien, & l'angle qu'ils font entre eux, on pourra les traiter comme des droites, à cauſe de leur petiteſſe par rapport à la Courbe dont ils ſont parties, & même comme des droites infiniment petites, & leur angle comme un angle de contingence de la Courbe; alors on aura le Rayon de la Développée de la Courbe en ce point, & par ce Rayon, puiſque la Courbe eſt une Ellipſe, on aura ſon Parametre, qui donne le rapport des deux axes. Quand la Géométrie a ſatisfait au néceſſaire, on peut lui paſſer une eſpece de ſuperflu, qui ne conſiſte que dans des vues plus élevées, ou plus profondes.

A l'occaſion de la Perpendiculaire à la Méridienne, on parla de la Courbe formée ſur la ſurface de la Terre Ellipſoïde par la ſection d'un Plan donné de poſition. * M. Pitot ſe propoſa le Problême dans les termes les plus généraux, c'eſt-à-dire, pour tous les Conoïdes ou Sphéroïdes de Courbes quelconques, & venant enſuite en particulier à ceux des Sections Coniques, il démontra ces Théorêmes:

Que dans le Solide Paraboloïde les Sections paralleles à l'axe ſont des Paraboles égales.

* V. les M. p. 381.

gales & ſemblables à la Parabole génératrice, & que les Sections non paralleles à l'axe ſont des Ellipſes:

Que dans l'Ellipſoïde toutes les Sections ſont des Ellipſes, & que de plus les Sections paralleles à l'axe ſont des Ellipſes ſemblables à la génératrice:

Que dans l'Hyperboloïde toutes les Sections paralleles à l'axe ſont des Hyperboles ſemblables à la génératrice, que les Sections paralleles aux Aſymptotes ſont des Paraboles, & qu'entre les non-paralleles celles qui les coupent toutes deux ſont des Ellipſes, & celles qui n'en coupent qu'une ſont des Hyperboles.

Après ces préliminaires de pure Géométrie, qui auroient fourni, pour ainſi dire, plus de proviſions qu'il n'en falloit, on vint à faire réflexion qu'il ſeroit plus difficile de tracer ſur la ſurface de la Terre le Parallele de Paris, qu'il ne l'avoit été d'en tracer la Méridienne. Le Cercle du Méridien projetté ſur la Terre eſt toujours vu ſelon une ligne droite, que l'on n'a qu'à ſuivre par des opérations Trigonométriques. Il en iroit de même de tout autre grand Cercle de la Sphere, c'eſt-à-dire, qui paſſeroit par ſon centre. Mais un Parallele eſt un Cercle qui ne paſſe point par le centre de la Sphere, il ne ſe projette ſur la Terre qu'en ligne courbe, & en ſuivant une droite, on ne le traceroit pas. Or c'eſt un grand avantage pour les opérations, de n'avoir qu'une droite à ſuivre.

Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe d'ailleurs tracer ſur la Terre un Parallele, celui de Paris, par exemple. Il eſt bien ſûr qu'on le tracera en

en prenant un nombre ſuffiſant de Lieux qui ayent tous la même latitude que Paris, & en tirant toujours d'un de ces Lieux à l'autre des droites qui ſeront actuellement meſurées. Ces droites ſeront, ſi l'on veut, les côtés preſque infiniment petits de la Courbe que formera la projection du Parallele ſur la Terre. Telle fut l'idée que M. Godin propoſa à l'Académie *.

Il fit des remarques importantes ſur la maniere ordinaire de prendre la latitude par la hauteur méridienne d'un Aſtre dont on connoit la déclinaiſon, ou la diſtance à l'Equateur. 1°. Cette hauteur eſt Méridienne, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre l'Aſtre préciſément à ſon paſſage par le Méridien; ce qui n'eſt pas ſans difficulté lorſqu'on n'a pas de Méridienne actuellement tracée, & il eſt très rare que l'on en ait. 2°. La quantité des Réfractions, qui peuvent altérer beaucoup les hauteurs, n'eſt donnée que par des Tables, que l'on ſuppoſe plus juſtes en elles-mêmes, & plus générales pour un certain climat, qu'elles ne le ſont. 3°. Les déclinaiſons des Aſtres ſe prennent pareillement dans des Tables, & celles des meilleurs Aſtronomes diffèrent aſſez ſur ce point.

M. Godin a imaginé, pour la deſcription du Parallele, un moyen pour prévenir toutes les erreurs qui pourroient ſe gliſſer dans la détermination d'un ſi grand nombre de latitudes. On ne les déterminera point par l'opération ordinaire, il n'y aura point de réfractions à crain-

* V. les M. p. 310.

craindre, point de déclinaiſons à chercher dans des Tables, nul beſoin de Méridienne.

Qu'on prenne à Paris une Fixe peu éloignée du Zénit, comme l'Etoile de la Chevre qui n'en eſt éloignée que de 2 degrés, il eſt certain que tous les Lieux où cette Etoile ſe trouvera à la même diſtance du Zénit ſeront ſur le Parallele de Paris. Il n'y a plus de réfraction ſenſible pour un Aſtre à une auſſi grande hauteur, & il eſt clair d'ailleurs que tous les autres inconvéniens que nous venons de marquer, n'ont plus lieu. Ce ne ſera pas ſeulement la nuit qui conviendra à l'obſervation, la Chevre ſe voit en plein jour avec la Lunette, & même quand elle paſſe au Méridien en même tems que le Soleil. Tout au plus pourroit-on dire que le mouvement des Fixes qui ſe fait ſur les Poles de l'Ecliptique, les fait changer de diſtance par rapport à l'Equateur, ou de déclinaiſon : mais ce mouvement qui n'eſt que de 1 degré en 72 ans eſt ſi lent, que la variation de déclinaiſon qui arrivera dans le cours de la deſcription du Parallele ſera abſolument à négliger ; à moins que les premieres opérations ne fuſſent prodigieuſement éloignées des dernieres, & en ce cas-là même on auroit cette variation par le calcul plus exactement qu'on ne pourroit l'avoir par les obſervations.

M. Godin eſt entré enſuite dans un aſſez grand détail ſur les differentes grandeurs qu'auroit un même Parallele dans les deux differentes hypotheſes de la Figure de la Terre : il nous ſuffira d'en donner ici une idée générale.

Si l'on conçoit que la Terre étant d'abord une

une Sphere, devienne un Sphéroïde oblong, en conſervant ſa même maſſe, ſon Equateur qui eſt toujours un Cercle, diminue néceſſairement de grandeur, & tous les Paralleles auſſi, & en même tems tous les Méridiens deviennent des Ellipſes plus grandes que les Cercles qu'ils formoient auparavant. Les degrés de latitude, qui ſe prennent ſur un Méridien, & ceux de longitude, qui ſe prennent ſur un Parallele, ſe comptent toujours de la même maniere, ce ſont toujours des angles qu'il faut rapporter à un Cercle; à l'égard des longitudes, il n'y a pas de changement, puiſque les Paralleles ſont toujours des Cercles; & pour les latitudes, on en imagine un circonſcrit au Méridien Elliptique. Les Paralleles & les Méridiens conſervent toujours leur premiere dénomination, ou *numération*, celui qui étoit le 10me l'eſt encore, &c.: mais il eſt arrivé un changement dans la grandeur abſolue des uns & des autres. Les Méridiens étant plus grands qu'ils n'étoient dans la Sphere, les degrés de latitude ſont plus grands, & ceux de longitude plus petits. La grandeur d'un degré de longitude étant connue, on a celle de la circonférence & du diametre de ſon Parallele; donc dans l'hypotheſe du Sphéroïde oblong on doit trouver les Paralleles plus petits, que dans l'hypotheſe de la Sphere. En même tems les Paralleles de même nom dans le Sphéroïde oblong & dans la Sphere ſeront, à cauſe de l'agrandiſſement du Méridien, plus éloignés du nouvel Equateur dans le Sphéroïde, qu'ils ne l'étoient de l'Equateur de la Sphere.

Il

Il eſt viſible que ce ſera préciſément le contraire dans le Sphéroïde applati. Donc tous les Paralleles de même nom en y comprenant les Equateurs, ſont plus petits dans le Sphéroïde oblong, & plus grands dans l'applati que dans la Sphere, & par conſéquent tous ceux de l'oblong plus petits que ceux de même nom dans l'applati.

Les deux Sphéroïdes ne laiſſent pas cependant d'avoir un Parallele commun, c'eſt-à-dire de même grandeur, mais qui n'eſt pas de même nom. Pour s'en aſſurer, il ſuffit de voir que l'Equateur du Sphéroïde oblong ne peut jamais être qu'un Parallele de l'applati, qu'il en ſera un lorſqu'une certaine proportion déterminée ſera celle des deux Sphéroïdes, & que hors de cette proportion ce ne ſera plus l'Equateur de l'oblong, mais un autre Parallele, qui ſera le Parallele commun aux deux Sphéroïdes. Ce qui reſtera de la premiere détermination, c'eſt que le Parallele commun ſera plus proche de ſon Equateur dans le Sphéroïde oblong, qu'il ne le ſera de ſon autre Equateur dans l'applati.

Puiſque dans tous les cas où le Parallele commun n'eſt point l'Equateur du Sphéroïde oblong, il y a de part & d'autre depuis l'Equateur juſqu'au Pole deux Suites de Paralleles, qui dans quelque point de leur cours, ou entre l'Equateur & le Pole, arrivent à l'égalité, ou au Parallele commun; il faut que celle de ces deux Suites qui depuis l'Equateur juſqu'à ce point aura été croiſſante par rapport à l'autre, y devienne décroiſſante juſqu'au Pole, ou au contraire. Or il eſt clair

que dans le cas unique où l'Equateur du Sphéroïde oblong ſeroit un Parallele de l'applati, tous les Paralleles de l'oblong ſeroient plus petits que ceux de l'applati compris entre ſon Equateur & le Parallele commun : donc auſſi dans tous les autres cas les Paralleles de l'oblong depuis l'Equateur juſqu'au Parallele commun ſeront plus petits que les correſpondans de l'applati, & par conſéquent ceux de l'oblong depuis le Parallele commun juſqu'au Pole plus grands que les correſpondans de l'applati ; & parce que les deux Suites ſont contraires l'une à l'autre, les Paralleles de l'applati ſeront plus grands depuis l'Equateur juſqu'au Parallele commun, &c. C'eſt une propoſition avancée par M. Godin, lorſqu'il a voulu pouſſer cette Théorie juſqu'à la curioſité.

Pour en revenir à la pratique, * M. de la Condamine donna une Méthode pour tracer actuellement le Parallele de Paris ſelon toute l'étendue qu'il a en France ; il ſuivoit l'idée de M. Godin.

Il faut placer un Quart-de cercle dans le plan du Méridien de Paris, ce qui eſt aiſé, puiſque l'on a la Méridienne de Paris tracée à l'Obſervatoire. Il faut de plus qu'un des côtés de l'Inſtrument ſoit parallele au Méridien de Paris, ou ce qui eſt le même, qu'étant prolongé il ſe terminât au Pole ; & cela eſt encore aiſé, en lui donnant la poſition que demande la latitude connue de Paris. L'Inſtrument ainſi placé & monté, ſi à ce côté qui repréſente le Méridien de Paris, on applique une Lunette qui lui ſoit perpendicu-

* V. les M. p. 408.

culaire, il eſt clair qu'elle ſera dans le plan du Parallele de Paris, puiſque tous les Paralleles ſont perpendiculaires aux Méridiens. Que cette Lunette ſoit appliquée au côté par ſon milieu ou centre, & qu'elle puiſſe tourner ſur ce centre, & prendre toutes ſortes de directions, ſans ſortir néanmoins de ſon premier plan, il eſt certain que tous les points qu'elle pourra voir ſeront dans le plan du Parallele de Paris. Ces points étant pris ſur la Terre, il n'y a qu'à les joindre par une droite.

Mais cette droite ne peut jamais être qu'une très petite portion du Parallele. Quand on a pris le point le plus éloigné qu'on a pu, il faudroit s'y tranſporter avec l'Inſtrument, & à cette 2de Station recommencer tout ce qu'on a fait à la 1re. Mais ce ſeroit un grand embarras, & qui rendroit l'opération totale d'une énorme longueur, que d'être obligé de tracer à chaque Station la Méridienne du nouveau lieu. Pour s'en épargner le travail & gagner du tems, il n'y a qu'à prendre entre les deux points extrêmes que l'on a par la 1re Station, un point moyen, tel que la Lunette y étant poſée, elle puiſſe voir de là les deux extrêmes. Trois points déterminent un plan, & ce plan eſt certainement celui du Parallele. Quand on s'eſt tranſporté pour une 2de Station ſur le 3me des points que l'on a par la 1re, il faut tourner la Lunette mobile de façon qu'elle puiſſe voir les 3 points déjà trouvés; quand elle eſt dans cette ſituation, elle eſt dans le plan du Parallele, & un 4me point que du lieu où

elle eſt elle verra au-delà des trois 1ers ſera auſſi dans ce plan. Une 3me Station ne ſera que cette 2de repétée, &c.

M. de la Condamine ne diſſimule pas une difficulté conſidérable que les refractions font naitre contre ſa Méthode. La Lunette étant dirigée vers un point de la Terre, qui eſt au bout de l'axe de la Lunette prolongé, il eſt bien vrai que ce point eſt dans le plan du Parallele, mais ce n'eſt pas ce point-là que la Lunette appercevra; il lui viendroit par un rayon direct, & elle n'en peut voir qu'un qui lui vienne par un rayon rompu, & qui ſoit un point de la ſurface de la Terre élevé par la réfraction, & le plus élevé qu'il ſoit poſſible, puiſque c'eſt un objet horizontal. Si ce point faux étoit dans le même plan que le vrai, il n'y auroit nul inconvénient; mais cela n'eſt pas. La réfraction éleve les objets perpendiculairement à l'Horizon, & par conſéquent les met dans le plan d'un Vertical different de celui d'un Parallele, & d'autant plus different que le Parallele eſt plus éloigné de l'Equateur; car les deux plans ne ſe confondent jamais que ſous l'Equateur, qui eſt lui-même un Vertical.

Une bonne Table des Réfractions pour le Climat dont il s'agiroit, leveroit la difficulté; mais c'en ſeroit une grande que de la conſtruire aſſez exacte, tant les Réfractions ſont irrégulieres. Auſſi M. de la Condamine a-t-il donné un moyen particulier de trouver à chaque opération la meſure actuelle de l'effet préſent de la Réfraction.

Pour

Pour en venir enfin à M. Caſſini *, qui agiſſoit actuellement, il avoit pris le parti de décrire, non le Parallele de Paris, mais ſa Tangente au point où il coupe la Méridienne de Paris, ou, ce qui eſt le même, la Perpendiculaire à cette Méridienne en ce point. Si l'on ſe repréſente la poſition du Parallele de Paris ſur un Globe où Paris eſt au ſommet, on verra que ce Parallele s'étend à l'Orient & à l'Occident toujours au Nord de ſa Tangente, & que tout ce qui eſt ſur cette Tangente, ou entre elle & ſon Cercle, eſt plus Méridional que Paris, & d'autant plus Méridional que le Lieu ſera placé plus loin de Paris.

M. Caſſini ſavoit déja par la deſcription de la Méridienne, à laquelle il avoit eu beaucoup de part, que par des Triangles toujours liés les uns aux autres, on pouvoit ſuivre ſur la ſurface de la Terre, pendant une longue étendue, le cours d'une ligne droite, & le meſurer géométriquement ſans tomber dans des erreurs qui fuſſent à compter par rapport à la longueur de l'étendue †. Quand il faudra faire beaucoup d'opérations Aſtronomiques, les erreurs y ſeront beaucoup plus à craindre, parce qu'une Seconde d'erreur dans le Ciel, rapportée ſur la Terre, y devient une grandeur conſidérable; or les plus habiles Obſervateurs conviennent qu'ils ne peuvent guere répondre de 10 Secondes. D'ailleurs pour opérer aſtronomiquement, & pren-

* V. les M. p. 541.

† V. l'Hiſt. 1718. p. 80. & ſuiv. & celle de 1721. p. 84. & ſuiv.

prendre toujours des latitudes égales, ou des distances égales d'une Etoile au Zénit, il faudroit des tâtonnemens fréquens & longs, & on se trouveroit souvent conduit dans des lieux où les opérations seroient difficiles & incommodes, comme lorsqu'on seroit dans des Bois ou dans des Marais. Un avantage de la Méthode des Triangles, c'est que l'on peut facilement tourner autour des obstacles, & revenir prendre le cours de sa ligne droite.

La Tangente du Parallele de Paris est dans le plan d'un grand Cercle qui toucheroit ce Parallele au point de Paris. La Trigonométrie Sphérique, qui n'employe que les grands Cercles, pourra, s'il en est besoin, opérer sur celui-là au défaut du Parallele. La Tangente pourra même dans une certaine étendue être prise pour une partie de la circonférence du grand Cercle.

Cette Tangente étant supposée décrite & actuellement mesurée dans l'étendue de la France, si à son extrémité, soit Orientale, soit Occidentale, on prend la latitude du Lieu où l'on sera arrivé, on aura en degrés la difference de cette latitude à celle de Paris; en même tems il faut calculer à quelle distance de la Tangente doit être le Parallele de Paris en ce lieu-là; cette distance que l'on aura en Toises par la suite des Triangles sera la valeur de la difference trouvée des degrés de latitude.

S'il arrivoit dans le cours des opérations que l'on se trouvât dans un lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, ce lieu ne seroit certainement pas sur la Tangente; mais

sa

ſa diſtance à la Tangente étant calculée par l'écart du Parallele qui ſeroit le même que celui de Paris, ſi elle étoit la même que celle qui ſeroit donnée par les Triangles, ſeroit une grande preuve de la juſteſſe des opérations.

Il eſt vrai que pour avoir l'écart du Parallele à ſa Tangente dans un point déterminé, il faut ſuppoſer la Terre Sphérique, & on convient qu'elle ne l'eſt pas: mais dans les étendues dont il s'agit, fort petites par rapport au Globe entier, la fauſſeté de la ſuppoſition ne peut produire que des erreurs inſenſibles.

A l'égard des degrés de longitude, il eſt clair que les parties de la Tangente diviſée comme elle doit l'être, encore dans la ſuppoſition de la Terre Sphérique, répondront à ces degrés, & en donneront la valeur en Toiſes.

Voilà en général ce qui appartient à la Théorie de cette Tangente, nous ne toucherons que les principaux points de l'exécution. M. Caſſini partit de Paris le 1. Juin avec Mrs ſes deux Fils, Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier. Il alla à l'Occident; il avoit préféré ce côté-là, parce qu'il devoit trouver ſur la Côte de Normandie & de Bretagne des latitudes & des longitudes déja obſervées anciennement avec un grand ſoin par nos premiers Académiciens, ce qui n'étoit pas du côté de l'Orient. De plus il n'auroit pu abſolument prendre de longitudes à l'extrémité ſoit Orientale ſoit Occcidentale de la Tangente dans le tems où il y ſeroit arrivé, par-

ce qu'alors Jupiter, & par conſéquent ſes Satellites, devoient être dans les rayons du Soleil.

Dans cette partie Occidentale de la Tangente M. Caſſini trouva des difficultés qui ne s'étoient pas rencontrées dans toute l'étendue de la Méridienne. Il rend compte des adreſſes nouvelles qu'il fut obligé d'imaginer. Ce qui marque bien qu'il eut dans le ſecond travail où plus d'obſtacles, où de plus grands obſtacles, c'eſt qu'il n'alla de Paris à la Mer, où ſe termina la Tangente, que par une ſuite de 44 Triangles, au-lieu que 30 lui avoient ſuffi pour aller de Paris à Dunquerque, diſtance preſque égale.

A la fin de tout le travail, on le vérifia comme on avoit fait celui de la Méridienne, par une grande baſe placée en un lieu bien choiſi, qu'on lioit à la ſuite des Triangles, dont on calculoit l'étendue telle que la Trigonométrie la donnoit en vertu de cette liaiſon, & qu'on meſuroit enſuite actuellement avec beaucoup de ſoin. On eut encore ici le bord de la Mer, comme on l'avoit eu aux deux extrémités de la Méridienne. A peine la baſe Trigonométrique & la baſe meſurée eurent-elles 1 Toiſe de difference ſur 3732.

Quant à la queſtion de la Figure de la Terre, M. Caſſini ne manqua pas de prendre en Toiſes, par le moyen de ſa Tangente décrite, les valeurs de tous les degrés de latitude ou de longitude déja connus, ou qu'il eut par lui-même. Ceux de longitude ſe trouverent plus petits que dans l'hypotheſe Sphérique, & conſidérablement plus petits, & il

eſt

eſt difficile de ſoupçonner d'erreur des differences ſi ſenſibles. Selon M. Caſſini, la grandeur des degrés de longitude eſt moindre de la 36me partie que celle qui réſulte de l'hypotheſe Sphérique, de ſorte qu'un Vaiſſeau qui auroit très exactement calculé ſa route ſur cette hypotheſe, & auroit fait le tour du Monde, ſe trouveroit à ſon retour plus avancé qu'il n'auroit cru de la 36me partie de 360 degrés, ou de 10 degrés: mécompte très conſidérable & très dangereux, & qui le feroit toujours à proportion dans de moindres navigations. Nous avons aſſez dit que c'eſt dans le Sphéroïde oblong que les degrés de longitude ſont plus petits que dans la Sphere.

On aura encore plus de lumieres ſur cette queſtion, quand la Tangente ſera continuée du côté de l'Orient. On verra ſi les concluſions déja tirées ſe ſoutiennent, & en cas que les concluſions en général ſoient les mêmes, les déterminations particulieres en ſeront plus préciſes. Les progrès ne peuvent guere être ſûrs, s'ils ne ſont lents.

Quand M. Caſſini, au retour de ſon voyage, eut rendu compte de ſon travail à l'Académie, * M. Clairaut y fit des réflexions priſes de la Géométrie tranſcendante, qui cependant n'y avoit pas eu de part.

M. Caſſini, partant de la Méridienne de l'Obſervatoire, avoit tracé actuellement ſur le terrein une perpendiculaire à cette ligne du côté de l'Occident, & c'étoit-là le commencement de la Tangente du Parallele de

* V. les M. p. 564.

Paris. Si on avoit prétendu la continuer exactement en ligne droite, elle n'eût été qu'en l'air, passé ce commencement, & la description en eût été impossible; mais on suivoit toujours la ligne droite sur le terrein par le moyen de Piquets que l'on plantoit, & comme la surface de la Terre est courbe, la ligne totale décrite ne pouvoit être formée que de plusieurs droites qui faisoient quelques angles entre elles. Si la Terre est Sphérique, il est visible que la Tangente du Parallele de Paris étant dans le plan de tous les Piquets, dont chacun est perpendiculaire à la surface de la Terre, est par conséquent dans un plan qui passe par le centre de la Terre, c'est-à-dire, dans le plan d'un grand Cercle; & de plus, puisqu'elle est perpendiculaire au Méridien de Paris, le grand Cercle auquel elle appartient ne peut être que le premier Vertical de Paris, celui qui de part & d'autre du Méridien s'étend à l'Orient & à l'Occident. Sa section circulaire sur la surface de la Terre sera la Tangente du Parallele de Paris tracée sur le terrein.

Mais si la Terre n'est pas Sphérique, cette même Tangente, toujours tracée de la même maniere, doit devenir une autre Courbe: car que l'on conçoive que la Terre d'abord Sphérique, & chargée des Piquets qui ont servi à la description de la Tangente, vienne à s'allonger ou à s'applatir, comme il a été dit ci-dessus*, on voit aussi-tôt que les Piquets changent de position les uns par rap-

* p. 72.

rapport aux autres; ils ne ſont plus dans le même plan circulaire où ils étoient, ni abſolument dans le même plan, & comme ils repréſentent tous des points de la nouvelle Courbe qui ſe forme, cette Courbe, qui n'a plus tous ſes points dans un même plan, eſt donc du Genre de celles qu'on a nommées *à double courbure*, & dont M. Clairaut a donné un Traité au Public en 1731, avant que d'être de l'Académie. On ne ſongeoit peut-être pas que par les ſimples opérations Trigonométriques des Piquets, on décrivoit une Courbe ſinguliere, & à double courbure.

M. Clairaut n'a pas manqué de chercher à déterminer ſa nature géométrique. Pour cela il conſidere que cette Courbe devroit naturellement être une droite, & ne devient courbe que par la néceſſité de ſuivre le terrein; qu'elle ne differe donc d'une droite que le moins qu'il eſt poſſible dans les circonſtances où elle ſe trouve, c'eſt-à-dire, le terrein étant tel qu'il eſt; que par conſéquent tous ſes angles de contingence doivent être des *moindres*, ou, ce qui revient au même, & s'accommode mieux au calcul, qu'il faut que 3 points étant donnés ſur cette Courbe, la diſtance du 1er au 2^d^, & celle du 2^d^ au 3me faſſent la *moindre* ſomme poſſible, comme elles auroient fait la moindre abſolument ſur une droite. De-là naît une Equation aſſez ſubtilement attrapée, de-là cette propriété eſſentielle de la Courbe, que les Sinus des angles qu'elle fait avec les Méridiens qu'elle rencontre, ſont plus grands en même raiſon que les Ordonnées des Méridiens, tirées de

ces points de rencontre perpendiculairement ſur l'axe de la Terre, ſont plus petites. Il eſt viſible qu'elles ſont d'autant plus petites que les Méridiens qui vont tous au Pole rencontrent la Courbe dans des points qui approchent plus du Pole, & par conſéquent c'eſt dans les points qui en ſont les plus proches que la Courbe coupe les Méridiens ſous de plus grands angles. Un arc de cette Courbe compris entre deux Méridiens y eſt plus incliné & plus long, s'il eſt pris plus loin du Pole, & au contraire.

On peut concevoir que la Terre Sphérique s'allonge ou s'applatiſſe infiniment, c'eſt-à-dire, autant qu'il eſt poſſible, en conſervant la même maſſe. Dans le 1er cas, l'hémiſphere Boréal de la Terre, & il en faut dire autant de l'Auſtral, devient un Cone dont l'Equateur devenu infiniment petit eſt la baſe, & dont l'axe eſt infini, faiſant un angle infiniment petit avec le côté. Dans le 2d cas, c'eſt un Cylindre dont l'Equateur devenu infini eſt la baſe, & dont la hauteur eſt infiniment petite. La figure Sphérique eſt le milieu exact entre ce Cone & ce Cylindre produits par l'allongement ou l'applatiſſement infinis: ainſi le premier Vertical de Paris, par exemple, eſt la Courbe qui tient le milieu entre toutes les Courbes dans leſquelles il ſe changera, ſoit que la Terre s'allonge ou s'applatiſſe, toujours par degrés & juſqu'à l'infini; & même ce Vertical ſe trouve être du nombre total de ces Courbes, & entrer dans l'Equation générale par une ſubſtitution convenable. Il eſt Cercle, & toutes

les

les autres Courbes qui l'accompagnent de part & d'autre n'en ſont plus. Des deux côtés de ce Cercle, les modifications ou affections des Courbes ſont contraires.

Nous ne ſuivrons point M. Clairaut dans le détail de Géométrie où il s'engage, pour faire voir que par ſa Théorie on tirera aiſément des obſervations aſtronomiques comparées aux meſures actuelles, ſi la Terre eſt une Sphere, ou un Sphéroïde, ſoit allongé, ſoit applati ; ſeulement en étendant un peu plus ce qui vient d'être dit en deux mots ſur le changement de la Sphere en l'un ou l'autre Sphéroïde, nous donnerons une idée générale & aſſez préciſe, quoiqu'un peu moins géométrique, des differences qui doivent naitre des trois hypotheſes.

Si la Terre eſt un Sphéroïde infiniment allongé, ſes deux Hémiſpheres, le Boréal & l'Auſtral, deviennent deux Cones infiniment aigus, qui ont chacun un axe infini, & pour baſe commune l'Equateur devenu infiniment petit. Tous les Méridiens de la Terre Sphérique, toujours malgré ſon changement réunis au Pole, ſont devenus des Ellipſes infiniment longues & infiniment étroites, & les Cercles Paralleles à l'Equateur ſont devenus comme lui infiniment petits, mais moindres que lui, & toujours décroiſſans. Les latitudes ſe prennent toujours ſur les Méridiens, & les longitudes ſur les Paralleles: donc ici un arc ou degré de latitude ſera infiniment plus grand que dans la Sphere, & un arc de longitude infiniment moindre. Donc dans le Fini il ſe trouvera toujours que ſi la Terre

eſt un Sphéroïde allongé, un arc de latitude y ſera plus grand, & un arc de longitude moindre que ſi la Terre eût été Sphérique.

Il y a encore une conſidération plus délicate à faire. L'axe du Sphéroïde infiniment allongé n'eſt pas ſeulement infini, il l'eſt du 2d ordre. Que l'on ſuppoſe l'Equateur infiniment petit du 1er ordre, ce qui ſuffit, on verra par les *Elémens de la Géométrie de l'Infini*, qu'afin que le Sphéroïde ou Cone ait une maſſe finie, ce qui eſt néceſſaire ici, il faut que ſon axe ſoit un infini du 2d ordre. De-là il ſuit que dans le fini les degrés de latitude & ceux de longitude du Sphéroïde allongé doivent être très ſenſiblement plus grands ou plus petits que ceux de la Sphere, ainſi que M. Caſſini l'a trouvé *.

Ce ſera préciſément le contraire dans le Sphéroïde infiniment applati, & on pourroit s'en aſſurer ſuffiſamment par la ſeule raiſon de l'oppoſition. Mais on peut s'en convaincre encore, ſi l'on veut, en ſe repréſentant ce Cylindre dont la baſe, qui étoit l'Equateur de la Sphere, eſt infinie, & dont l'axe eſt infiniment petit. Les deux Poles & le Centre de la Sphere confondus font cet axe, de là partent tous les Méridiens devenus lignes droites infinies ou Ellipſes, ſi on les veut replier des deux côtés; mais ces Méridiens ne peuvent plus marquer des latitudes, des diſtances d'un point au centre d'un côté, & de l'autre au pole, puiſque le centre & les poles ne ſont plus qu'un point. Les longitudes qui

* V. ci-deſſus p. 80.

qui ſe prennent ſur l'Equateur, baſe du Cylindre, ſont infinies: donc dans le Sphéroïde infiniment applati les latitudes ſont infiniment moindres, & les longitudes infiniment plus grandes que dans la Sphere. Donc dans le Fini, &c. Il eſt à remarquer, que comme dans le Sphéroïde infiniment allongé, l'axe de la Terre eſt un Infini du 2d ordre par la raiſon qui a été dite, de même dans le Sphéroïde infiniment applati, cet axe eſt un infiniment petit du 2d ordre, ce qui produit une conſéquence pareille.

Si on imagine ce que devient dans le Sphéroïde infiniment applati la Courbe de M. Clairaut, telle qu'il l'a déterminée dans la Sphere, ce premier Vertical de Paris, par exemple, on voit auſſi-tôt que ce Cercle eſt allé ſe mettre dans le plan de l'Equateur infini, par conſéquent s'en eſt toujours approché en ſe redreſſant ſur un plan tiré d'un Pole à l'autre, & faiſant toujours avec ce plan de plus grands angles, à meſure qu'il s'avançoit vers l'Equateur, ce qui marque ſa poſition differente dans la Sphere & dans le Sphéroïde infiniment applati. Et comme ce ſera le contraire dans l'Infiniment allongé, on a par ces poſitions, des indices que l'on n'avoit pas encore ſur la Figure de la Terre.

SUR

SUR LE MOUVEMENT DE L'ETOILE POLAIRE PAR RAPPORT AU POLE DU MONDE. *

UN mouvement qui ſe fait ſur les Poles d'un grand Cercle de la Sphere, ſe fait toujours ou ſur ce Cercle même, ou ſur un des petits Cercles qui lui ſont paralleles, & ont par conſéquent les mêmes Poles; ou, ce qui revient au même, ce mouvement eſt toujours parallele à ce grand Cercle poſé de ſorte que le Corps qui ſe meut, ne change point de diſtance par rapport à lui, mais ſeulement s'éloigne toujours dans toute l'étendue du demi-Cercle d'un point qu'on aura déterminé pour en être l'origine. Cela ſe voit dans tous les mouvemens diurnes qui ſe font ſur les Poles de l'Equateur.

Tout le monde ſait aujourd'hui que les Etoiles fixes ont un mouvement ſur les Poles de l'Ecliptique ſi lent, qu'il n'eſt que de 1 degré en 72 ans. Elles conſervent donc toujours la même diſtance à l'Ecliptique, ou la même latitude mais elles avancent toujours en longitude vers l'Orient, à compter du 1er d'Aries.

Comme l'Equateur & l'Ecliptique ſe coupent ſous un angle de 23 ½ degrés, leurs Poles

* V. les M. p. 591.

les ſont éloignés l'un de l'autre de cette même étendue de 23 ½ degrés. Il ſuffit de conſidérer ici les deux Poles Septentrionaux.

Une Fixe qui ſe meut parallelement à l'Ecliptique, & en eſt toujours à la même diſtance, & par conſéquent auſſi de ſon Pole, ſe meut en même tems par rapport à l'Equateur, mais non pas ſous les mêmes conditions. Il faut au contraire qu'elle s'approche ou s'éloigne inceſſamment de l'Equateur & de ſon Pole, qu'on appelle auſſi le *Pole du Monde*: mais ſi ſon mouvement eſt très lent, comme il l'eſt en effet, cette variation de diſtance pourra être longtems inſenſible; & c'eſt ce qui eſt arrivé.

Tous les Cercles paralleles à l'Equateur, & tous les correſpondans paralleles à l'Ecliptique, ſe coupent ſous un angle de 23 ½ degrés, & il y a néceſſairement un parallele à l'Ecliptique qui paſſe par le Pole de l'Equateur. Si l'on conçoit une Fixe placée dans l'interſection de ce Parallele à l'Ecliptique, & du Parallele à l'Equateur, & ſi elle part de là, il eſt viſible qu'elle s'approchera toujours du Pole de l'Equateur, juſqu'à ce qu'enfin elle y arrive, après quoi elle s'en éloignera.

Son mouvement, ſuppoſé uniforme par rapport à l'Ecliptique, ſera par cette raiſon-là même inégal par rapport à l'Equateur. Que l'on conçoive des *Méridiens de l'Ecliptique*, qui ſeront de grands Cercles tirés de degré en degré perpendiculairement à l'Ecliptique, & ſe réuniſſans tous à ſon Pole, les parties du Parallele à l'Ecliptique décrit par l'Etoile, & compriſes entre deux de ces Méri-

ridiens, ſeront la meſure du mouvement de l'Etoile par rapport à l'Ecliptique, & ſeront par la ſuppoſition toujours égales. Mais dans ce même mouvement rapporté à l'Equateur, il faudra prendre les parties du Parallele à l'Ecliptique entre deux Méridiens ordinaires perpendiculaires à l'Equateur, & là elles ne ſeront plus égales. Elles ſeront d'autant plus grandes par rapport à ce qu'elles étoient, que les Méridiens de l'Equateur s'écarteront davantage de ceux de l'Ecliptique, & au contraire. Et pour juger où eſt le plus grand écart des deux eſpeces differentes de Méridiens, il ſuffit de ſe ſouvenir qu'il y en a un commun à toutes les deux; c'eſt le Colure des Solſtices perpendiculaire & à l'Equateur & à l'Ecliptique. Puiſque c'eſt là où l'écart des deux Méridiens eſt nul, il va toujours en croiſſant de là juſqu'au point de l'Equinoxe: donc ſi l'Etoile ſuppoſée eſt partie d'un point qui répondît au 1er d'Aries, ſon mouvement rapporté à l'Equateur va toujours en diminuant juſqu'au point qui répondra au 1er de Cancer, & de part & d'autre de ce point elle paroîtra comme ſtationnaire par rapport au Pole du Monde, & d'autant plus longtems que ſon mouvement réel ſera plus lent.

Si le Parallele à l'Ecliptique ſur lequel nous avons ſuppoſé l'Etoile, n'étoit pas celui qui paſſe par le Pole du Monde, il eſt viſible qu'elle n'y arriveroit pas, mais ſeulement s'en approcheroit plus ou moins à proportion de l'éloignement de ſon Parallele.

Par le mouvement général des Fixes, toutes les Septentrionales ſeront à leur moindre dis-

distance de notre Pole, lorsqu'elles seront sur le Colure des Solstices: car que l'on en imagine une qui doive décrire l'Ecliptique, & qui parte du 1er d'Aries, il est clair qu'elle ne pourra jamais être plus proche du Pole que quand elle arrivera à ce Colure, & par conséquent il en est de même de toutes les autres qui ne décrivent que des Paralleles à l'Ecliptique.

Il auroit été fort commode pour les premiers Navigateurs, Egyptiens ou Phéniciens, qu'il y eût eu une Etoile précisément au Pole du Monde; ils auroient pris immédiatement par son moyen les Hauteurs en Mer, & toutes leurs courses se seroient dirigées à ce point fixe. J'ai dit *pour les premiers Navigateurs*, car dans la suite du tems on auroit perdu cet avantage, l'Etoile Polaire auroit cessé de l'être, & quand après cela on auroit compté sur son immobilité, on seroit tombé dans des erreurs. Ce ne fut que 200 ans après Alexandre que l'on commença à s'appercevoir du mouvement des Fixes sur les Poles de l'Ecliptique. Il faudroit qu'une Fixe y fût placée pour être immobile; mais alors elle ne serviroit pas aux mêmes usages, du moins immédiatement, qu'une Etoile Polaire.

Au défaut d'une Etoile véritablement Polaire, on a pris celle qui étoit la plus proche du Pole, c'est la derniere de la Queue de la petite Ourse; & comme elle est d'une extrême importance pour toutes les déterminations de hauteurs ou latitudes, M. Maraldi a pris par des observations exactes & réité-

réitérées, ſa diſtance au Pole de 2° 7′ 9″ pour l'année préſente. Cette diſtance ira toujours en diminuant pendant 362 ans, au bout deſquels elle ne ſera plus que de 26′ 30″, la plus petite qu'elle puiſſe être, parce qu'alors l'Etoile ſera arrivée au Colure des Solſtices, elle ſera plus Polaire que jamais, & ne reviendra à l'être autant qu'au bout de 12860 ans, moitié de ſa révolution.

M. Maraldi ne croit pas que notre Etoile Polaire d'aujourd'hui, qui a été auſſi celle des anciens Grecs, ſoit celle des Aſtronomes encore plus anciens, dont Eudoxe, Diſciple de Platon, avoit pris les Obſervations pour fondement de ſon Catalogue des Etoiles fixes. Notre Etoile Polaire devoit être dans ces tems ſi reculés trop éloignée du Pole, & M. Maraldi fait un dénombrement de pluſieurs autres qui en étoient plus proches, une ſur-tout dans la Queue du Dragon, qui n'en étoit qu'à 10′ il y a 4060 ans, beaucoup plus proche que la nôtre ne ſera jamais dans ſa plus grande proximité. Les Anciens diſoient que l'Etoile Polaire étoit au Pole du Monde; quoiqu'ils puiſſent n'avoir pas prétendu parler exactement, ils ſe ſeroient trop ſenſiblement éloignés du vrai, s'ils avoient parlé de notre Etoile Polaire. Celle du Dragon étoit encore 1000 ans après ſa plus grande proximité du Pole, c'eſt-à-dire, 1326 avant J. C., aſſez proche pour être la Polaire. Sa diſtance n'étoit que de 5° 42′, moindre que celle d'aucune autre. Si cela eſt, ſi des obſervations aſtronomiques aſſez exactes remontent juſqu'à 1300 ans avant

avant J. C. dans des Siecles qu'on ne peut guere imaginer que comme très groſſiers & très barbares, il faut que l'Aſtronomie ſoit une Science à laquelle les hommes ſoient portés bien naturellement.

SUR LES MOUVEMENS DES PLANETES DANS DES EPICYCLES. *

UN Epicycle eſt un Cercle dont le centre eſt ſur la circonférence d'un autre qui le porte, & eſt appellé par cette raiſon *Déférent*. Si l'Epicycle ſe meut, ſon centre ne quitte point la circonférence du Déférent.

Dans l'Aſtronomie ancienne & Ptolémaïque les Planetes ſe meuvent chacune ſur la circonférence d'un Epicycle, qui en même tems ſe meut ſur celle d'un Déférent concentrique à la Terre. Par-là on a expliqué, & de plus calculé les Stations, les Rétrogradations, & toutes les bizarreries du mouvement des Planetes. Il n'eſt plus queſtion aujourd'hui de ce Syſtême, un autre lui a ſuccédé, non ſeulement plus ſimple & plus naturel, mais, pour tout dire, néceſſaire: la ſeule diſpoſition des Corps céleſtes entre eux, très uniforme & très réguliere, produit, ſelon Copernic, tout ce qui paroît le plus

* V. les M. p. 396.

plus irrégulier dans leurs mouvemens. Cependant comme l'Aſtronomie pure, qui ne veut que repréſenter les Phénomenes par des Hypotheſes, quelles qu'elles ſoient, ſe contente de ce qui ne ſatisferoit pas l'Aſtronomie Phyſique engagée à expliquer le Méchaniſme de l'Univers, M. Godin a cru qu'il ne falloit pas tout-à fait négliger l'Hypotheſe des Epicycles, qui, outre qu'elle eſt ce qu'on pouvoit ſubſtituer de plus ingénieux au Vrai que l'on n'avoit pas, peut encore aujourd'hui être quelquefois utile dans les calculs. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne, vus de la Terre, ſe meuvent réellement dans des Epicycles; & on verroit la Lune s'y mouvoir auſſi, ſuppoſé qu'elle fût vue du Soleil.

Qu'un Déférent, & ſon Epicycle, ſe meuvent l'un & l'autre d'un mouvement uniforme, & dont la direction ſoit d'Occident en Orient, ſelon l'ordre des Signes du Zodiaque, & que ces deux Cercles faſſent leur révolution chacun autour de ſon centre en un tems égal; un Spectateur placé au centre du Déférent ne le verra jamais ſe mouvoir que comme il ſe meut réellement, ſelon l'ordre des Signes: mais le même Spectateur ne verra l'Epicycle ſe mouvoir ſelon cette direction que dans ſa partie qui ſera la ſupérieure, par rapport au centre du Déférent; & dans toute l'inférieure, il le verra ſe mouvoir d'Orient en Occident, ou contre l'ordre des Signes; mouvement faux, contraire au vrai, & qui n'eſt qu'apparent. C'eſt là une ſuite néceſſaire de la poſition du Spectateur

teur par rapport à l'Epicycle. De plus, de ce que le mouvement *direct* vrai de l'Epicycle ſe change en un *rétrograde* faux, il ſuit que ce changement ſe fait par degrés, & que le mouvement total, uniforme en lui-même, ne le paroît plus, mais inégal & varié, au-lieu que celui du Déférent paroît toujours uniforme comme il l'eſt.

Pour prendre de tout cela une idée plus préciſe, on peut concevoir une ligne tirée du centre du Déférent ou de l'œil du Spectateur par le centre de l'Epicycle juſqu'à ſa circonférence ſupérieure, dont elle déterminera le point le plus élevé, comme elle en a déterminé dans ſa circonférence inférieure le point le plus bas. On appellera l'un *Apogée*, l'autre *Périgée*. Un diametre de l'Epicycle perpendiculaire à cette ligne le partagera en deux moitiés égales, l'une ſupérieure, l'autre inférieure. Au point de l'Apogée le mouvement paroît direct, comme il l'eſt, & de la vîteſſe dont il eſt; mais dans tout le Quart du Cercle qui ſuit, ce mouvement toujours encore direct paroît toujours d'une vîteſſe moindre que la réelle; à la fin de ce 1er Quart de Cercle il n'eſt plus, c'eſt le rétrograde qui lui ſuccede dans le 2^d^, foible d'abord, & augmentant toujours juſqu'à la fin du demi-Cercle, où il devient égal au direct. Après cela il eſt aiſé de voir que dans le demi-Cercle ſuivant, c'eſt la même choſe en ordre renverſé. On verra aiſément auſſi que les Stations ſe font dans les paſſages du mouvement direct au rétrograde, ou du rétrograde au direct.

Tout

Tout cela ſuppoſe que le Déférent & l'Epicycle faſſent chacun leur révolution en un tems égal, ce qui revient préciſément au même à l'égard du Spectateur, que ſi l'Epicycle ſe mouvoit ſur la circonférence immobile du Déférent, auquel cas il n'y auroit point à tenir compte de ce qui arriveroit par la combinaiſon des differentes vîteſſes des deux Cercles. Mais s'ils ſe meuvent tous deux hors de ce cas unique, équivalent à l'immobilité de l'un, il y a de nouvelles conſidérations à faire.

Le point du Périgée de l'Epicyle mu en même tems, & parce qu'il appartient au plan du Déférent qui ſe meut, & parce qu'il appartient à la circonférence de l'Epicycle, aura deux mouvemens, l'un qui lui viendra du Déférent ſelon l'ordre des Signes, l'autre contre cet ordre, & qui ſera le direct de l'Epicycle changé par le Périgée en un rétrograde égal. Si, outre que ces directions des deux mouvemens ſont abſolument oppoſées, leurs vîteſſes étoient égales, il eſt bien ſûr que le point du Périgée paroîtroit immobile. Mais quand les vîteſſes des deux mouvemens ſeront-elles égales ? Il eſt manifeſte que ce ſera quand le Déférent, s'il eſt plus grand que l'Epicycle, comme il doit l'être naturellement, fera ſa révolution autour de ſon centre en un tems d'autant plus long par rapport au tems de la révolution de l'Epicycle, que ſa circonférence ſera plus grande par rapport à celle de l'Epicycle; quand, par exemple, le Déférent ayant une circonférence dix fois plus grande que celle de l'Epicycle, employera dix fois plus

plus de tems à ſa révolution. Il eſt preſque inutile de remarquer que le point dont on conſidere ici les vîteſſes eſt bien un point de la circonférence de l'Epicycle, mais non pas de celle du Déférent, il en eſt éloigné de toute la longueur du rayon de l'Epicycle; mais comme il eſt dans le plan du Déférent, & n'a d'autre mouvement que celui de ce plan, il fait ſa révolution dans le même tems qu'un point de la circonférence. Ce cas des vîteſſes égales, où le Périgée de l'Epicycle eſt vu immobile, fait la propoſition fondamentale de la Théorie de M. Godin.

Dans le cas que nous avons poſé d'abord, équivalent à celui où le Déférent eût été immobile, nous avons vu que la ſtation ou immobilité apparente de l'Epicycle auroit été à la fin de ſon 1er Quart de Cercle à compter de l'Apogée & à l'origine du 2^d, & que la rétrogradation auroit été de là en augmentant toujours juſqu'au Périgée, & auroit paſſé au-delà de ce point, mais en diminuant toujours, juſqu'à l'origine du 4me Quart de Cercle, où elle auroit fini par une ſtation. Nous venons de voir que dans le cas des vîteſſes du Déférent & de l'Epicycle égales, il y a une ſtation au point du Périgée. Donc les deux ſtations, qui dans le 1er cas ſe faiſoient en deux points diamétralement oppoſés & également éloignés du Périgée, ſe font dans ce 2^d cas au point du Périgée; & il eſt aſſez clair que dans les cas moyens entre ces deux elles ſe ſeront toujours rapprochées de ce point, juſqu'à ce qu'enfin elles s'y ſoient confondues.

Puiſque le 1er cas extrême eſt celui où le

Déférent eſt immobile, & le 2d extrême, celui où il a la même vîteſſe que l'Epicycle, les cas moyens ſont ceux où, à compter du 1er, le Déférent ayant toujours moins de vîteſſe que l'Epicycle, en a une qui augmente toujours, & devient enfin égale à celle de l'Epicycle. Dans tous ces cas moyens les ſtations vont en ſe rapprochant toujours du Périgée, & par conſéquent les rétrogradations tiennent moins d'étendue ſur la circonférence de l'Epicycle; & enfin quand les deux vîteſſes ſont égales, les deux ſtations ſe réuniſſent au Périgée, & il y a une ſtation ſans rétrogradation ni précédente, ni ſuivante. Seulement l'apparence du mouvement direct aura toujours été en diminuant depuis l'Apogée.

Il ſuit de-là, que paſſé le 2d cas extrême des deux que nous avons poſés, c'eſt-à-dire, quand la vîteſſe du Déférent ſeroit plus grande que celle de l'Epycicle, il n'y auroit plus ni ſtations ni rétrogradations. Ce ſpectacle ſeroit pour celui qui du Soleil verroit la Lune tourner autour de la Terre. Le Déférent ſeroit l'Orbite de la Terre autour du Soleil, & l'Epicycle ſeroit l'Orbite de la Terre. Les grandeurs de ces deux Orbites ſont à peu près comme 366 à 1. Afin que les vîteſſes du Déférent & de l'Epicycle fuſſent égales, il faudroit que tandis que l'Epicycle ou la Lune fait 366 révolutions, le Déférent ou la Terre n'en fît qu'une. Or ce Déférent en fait plus de 30. Donc il a beaucoup plus de vîteſſe que l'Epicycle. Donc, &c.

Puiſque toutes les Planetes nous paroiſſent quelquefois rétrogrades, elles ſont toutes dans le cas oppoſé à celui-ci, mais les unes

plus

plus, les autres moins. Nous avons déja traité cette matiere en 1709 * ſur des principes tout differens.

SUR LA DETERMINATION DE L'ORBITE DES COMETES. †

LEs Aſtronomes modernes ont fait une entrepriſe preſque téméraire, lorſqu'ils ont prétendu aſſujettir aux calculs des Aſtres auſſi paſſagers & auſſi irréguliers que les Cometes, comme l'on y a déja aſſujetti ceux que l'on a ſous les yeux depuis tant de Siecles, & qui ont des mouvemens ſi règlés. Cependant l'entrepriſe s'avance, & promet du ſuccès.

On a déja reconnu, ou du moins on convient généralement, que les Cometes ſont des Planetes Solaires, c'eſt-à-dire, dont le mouvement ſe rapporte au Soleil, & ſe fait ſur la circonference d'une Ellipſe dont il occupe un des Foyers. On ſuppoſe auſſi aſſez volontiers qu'elles ſuivent, comme les autres Planetes Solaires, les deux fameuſes Règles de Kepler; l'une, que les tems employés à décrire deux differens arcs de ces Ellipſes Planetaires ſont entre eux comme les Secteurs Elliptiques correſpondans formés par des lignes tirées du Soleil aux extrémités de ces arcs; l'autre, que les quarrés des tems des révolutions totales autour du Soleil ſont entre eux comme les cubes des diſtances moyennes au Soleil. Mais pour faire uſage ou de ces ſuppoſitions, ou de ces principes, il faut au-

* p. 104. & ſuiv. † V. les M. p. 460.

auparavant avoir déterminé bien exactement quelle eſt l'Orbite d'une Comete, c'eſt-à-dire, quelle eſt ſa poſition dans le Ciel par rapport à notre Ecliptique, & en même tems quelle eſt la vîteſſe de la Comete, & c'eſt-là la grande difficulté. De toute l'Orbite de la Comete, on n'en voit qu'une petite partie, qui étant proche du Périhélie, & plus courbe qu'elle ne ſeroit ailleurs, ne détermine point la direction du reſte; & la vîteſſe eſt ſi inégale, que l'on ne peut en juger ſur une ſi petite partie de tout le cours.

La difficulté a piqué des Géometres du premier ordre, qui ont ouvert de grandes & belles vues; & aujourd'hui M. Bouguer s'engage dans le même travail, & propoſe une Méthode nouvelle qui donnera toute la Théorie des Cometes, & la rendra même plus ſimple, parce qu'il y entrera eſſentiellement un élément que l'on avoit ou négligé ou trop peu conſideré. Ce ſont les latitudes de la Comete, dont on tenoit peu de compte en comparaiſon des longitudes.

M. Bouguer ne demande que trois obſervations exactes, tant de la latitude que de la longitude d'une Comete, en des tems peu éloignés. Il impoſe cette condition, afin que la Comete puiſſe être cenſée n'avoir décrit qu'une ligne droite, & que cette droite puiſſe être cenſée auſſi parcourue d'un mouvement uniforme. Elle ſera ſenſiblement l'Infiniment-petit de l'Orbite de la Comete: il faut cependant que les trois obſervations y faſſent trois déterminations bien diſtinctes les unes des autres.

Il s'agit de ſavoir comment cette droite eſt poſée

posée par rapport à l'Ecliptique, ou, ce qui revient au même, il faut en faire la *projection* sur le plan de l'Ecliptique, celui de l'Orbite de la Comete y étant incliné, ce qui est le cas général, & même sans exception dans le réel.

On a fait trois observations de trois differentes positions de la Comete sur son Orbite en trois tems. La Terre a été dans ces trois tems sur trois points differens de son Orbe annuel, on connoit la position qu'ils ont entre eux, leurs distances, & par conséquent les angles que feront entre elles trois lignes visuelles tirées de ces trois points de l'Orbe de la Terre à ceux où la Comete a été vue. Ces lignes visuelles ne déterminent encore rien par rapport au plan de l'Ecliptique, car elles sont en differens plans differemment élevés sur le plan de l'Ecliptique, puisque la Comete a eu 3 differentes latitudes. Mais des points où se terminent dans le Ciel les lignes visuelles, on abaisse sur le plan de l'Ecliptique 3 perpendiculaires, qui soient entre elles comme les Sinus des 3 angles de latitude observés, & elles tombent sur 3 points de ce plan, qui étant joints, font la projection de la route de la Comete par rapport au plan de l'Ecliptique pendant tout le tems des observations.

Toutes les opérations de cette Méthode demandent le calcul de plusieurs Triangles absolument nécessaires, sans compter les auxiliaires dont on peut avoir besoin. Heureusement ils sont tous rectilignes. Il y a ici bien des grandeurs connues, les angles de longitude, ceux de latitude, leurs Sinus, &c. des lignes qui ont les mêmes rapports que

les tems écoulés entre les obſervations, puiſque le mouvement de la Comete a été ſuppoſé uniforme; & enfin M. Bouguer procédant toujours de Triangle en Triangle, & ne laiſſant rien d'inconnu ou d'indéterminé que la diſtance d'un point de la projection au point où étoit alors la Terre, ou à un terme équivalent, parvient à une Formule algébrique, qui eſt l'expreſſion de cette Inconnue en grandeurs toutes connues, & données par les 3 obſervations. S'il manquoit une des 3 latitudes, la Formule manqueroit, tant les latitudes ſont importantes ici.

Cette ſeule Formule de M. Bouguer contient toute ſa Théorie. On a donc la poſition ſur l'Ecliptique de la projection d'un eſpace ſuppoſé rectiligne décrit par la Comete en un certain tems. Quand l'eſpace rectiligne ne ſeroit regardé que comme une Tangente de l'Orbite, il ſeroit bien ſûr que cette Tangente prolongée ſeroit toujours dans le plan de l'Orbite; & quand elle viendroit à rencontrer la projection du mouvement de la Comete prolongée auſſi autant qu'il le faudroit, elle ſeroit auſſi dans le plan de l'Ecliptique, & par conſéquent dans un Nœud de l'Orbite avec l'Ecliptique. Que du Soleil on tirât une droite à ce Nœud, les Géometres verront aiſément que deux perpendiculaiées à cette ligne tirées l'une de l'Orbite de la Comete, l'autre du point correſpondant de ſa projection, ſe rencontreroient en un point, & y feroient un angle qui ſeroit celui de l'inclinaiſon de l'Orbite ſur l'Ecliptique. Le Triangle, où cet angle ſeroit compris, ſe réſoudroit par le moyen d'autres Trian-

Triangles déja connus, auxquels il ſeroit néceſſairement lié; & dans cette réſolution on trouveroit auſſi la diſtance de la Comete au Soleil, & par conſéquent à la Terre, lorſqu'elle étoit dans le point de ſon Orbite que l'on avoit déterminé.

Quelque importantes que ſoient déja ces concluſions, M. Bouguer tire encore plus de fruit de ſa Théorie avec le ſecours des deux Règles de Kepler. Par la premiere, le tems pendant lequel elle a décrit ſon petit arc Elliptique ſuppoſé rectiligne, eſt au tems pendant lequel elle décrira la circonférence entiere de l'Ellipſe, comme l'aire du petit Secteur Elliptique à celle de l'Ellipſe entiere. L'aire du petit Secteur Elliptique peut être priſe pour un Triangle rectiligne, dont la baſe eſt le petit arc ſuppoſé rectiligne, & chaque côté eſt la diſtance de la Comete au Soleil, connue en ce tems-là, comme il vient d'être dit. M. Bouguer calcule enſuite l'aire entiere de l'Ellipſe par les propriétés connues de cette Courbe, en laiſſant indéterminée & inconnue l'expreſſion de ſon grand axe; après quoi vient auſſi-tôt l'expreſſion du tems de la révolution entiere.

Par la ſeconde Règle de Kepler, le quarré du tems de la révolution entiere d'une Planete, comme la Terre, qu'il vaut mieux prendre que toute autre, ſera au quarré du tems de la révolution entiere de la Comete, comme le cube de la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt au cube de la diſtance moyenne de la Comete au Soleil. Cette diſtance moyenne eſt la moitié de la plus grande & de la moindre, qui toutes deux enſem-

ſemble ſont le grand axe de l'Ellipſe : donc elle eſt la moitié du grand axe, qui par-là devient déterminé, puiſqu'il entre dans une proportion où il n'y a que des grandeurs connues.

Avec la connoiſſance du grand axe ajoutée à celles que l'on avoit déja, on peut trouver le petit axe, la diſtance des deux Foyers, le centre, l'Aphélie & le Périhélie, la ligne des Apſides qui les joint, &c. Trois obſervations ſeules ont ſuffi pour ſervir de baſe à tout ce grand échaffaudage de Géométrie & d'Aſtronomie.

Une remarque de M. Bouguer, qui n'eſt pas à oublier ici, c'eſt que ſon expreſſion algébrique du grand axe de l'Ellipſe eſt telle qu'elle peut donner une grandeur ou poſitive, ou infinie, ou négative. Cela dépend de la vîteſſe plus ou moins grande de la Comete, quoique toujours finie. Si l'axe eſt poſitif, il eſt l'axe d'une Ellipſe ordinaire ; s'il eſt infini, ce qui arrive parce que la vîteſſe de la Comete eſt à un certain point, il eſt l'axe d'une Ellipſe infinie, c'eſt à-dire, d'une Parabole dont les deux Foyers ſont infiniment éloignés l'un de l'autre ; s'il eſt négatif, & alors la vîteſſe eſt encore plus grande, il eſt l'axe d'une Hyperbole, qui eſt une Ellipſe dont les deux Foyers finiment éloignés ſont poſés à contre-ſens de ce qu'ils ſont dans l'Ellipſe ordinaire. Il eſt évident qu'une Comete qui après ſon Périhélie auroit paſſé d'une branche de ſa Parabole ou de ſon Hyperbole dans l'autre, ne reviendroit jamais dans ſa premiere branche, dont elle s'éloigneroit toujours à l'infini, & par conſéquent ne ſeroit jamais revue : ainſi la Théorie de

M.

M. Bouguer comprend toutes les Cometes poſſibles, celles qui ont des retours, & celles qui n'en ont point.

Il ne ſemble pas qu'il fallût prendre pour Planetes Solaires les Cometes qui n'auroient point de retours. Quel rapport leur mouvement auroit-il au Soleil quand elles s'éloigneroient toujours de lui ſelon des lignes preſque exactement droites, & iroient ſe perdre à jamais dans l'immenſité de l'Univers? Peut-être même toutes les Cometes à retour ne ſeront-elles pas Planetes Solaires. Le Soleil eſt plus à nous que toute autre Etoile de ſon eſpece, & ne ſeroit-ce point un reſte du Syſtême Ptolémaïque, ſi naturel aux hommes, que de vouloir rapporter tous les mouvemens céleſtes à ce Soleil?

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

ON ſait combien certains ſpectacles céleſtes ſervent à la détermination des Longitudes terreſtres, parce qu'ils ſont vus en même tems par des Obſervateurs placés en differens lieux. Il faut que leur apparition ſoit promte & preſque inſtantanée, de peur qu'un Obſervateur ne les vît, ou ne crût les voir, tandis qu'un autre ou ne les verroit pas, ou ne s'en tiendroit pas ſûr. C'eſt par cet endroit, auſſi-bien que par la fréquence, que les Immerſions & les Emerſions des Satellites de Jupiter, & les occultations des Fixes par la Lune, l'emportent beaucoup

ſur les Eclipſes Lunaires, qui ſeules étoient employées autrefois à la recherche des Longitudes. On ne peut trop multiplier ces ſpectacles, & c'eſt les multiplier que de découvrir qu'on en puiſſe employer à cet uſage quelques-uns qu'on n'y employoit pas, ou auxquels on ne faiſoit pas aſſez d'attention.

Lorſque la Lune eſt en Croiſſant ou en Décours, on voit dans la partie obſcure de ſon Diſque quelques points lumineux ſemés çà & là, mais tous peu éloignés du Cercle ou demi-Cercle d'illumination, qui ſépare la partie éclairée d'avec l'obſcure. Ce ſont des ſommets de Montagnes élevées, qui reçoivent les rayons du Soleil plutôt que les Plaines, ſi la lumiere va vers eux dans le Croiſſant, ou qui perdent ces rayons plus tard, ſi la lumiere ſe retire dans le Décours. On peut appeller Emerſions de ces points leurs apparitions, puiſqu'ils ſe dégagent en quelque ſorte de l'ombre répandue autour d'eux; & leurs Immerſions au contraire ſeront leurs diſparitions, puiſqu'alors ils ſont confondus dans l'ombre générale.

M. Grandjean ayant remarqué que quelques-uns de ces points lumineux apperçus par ſa Lunette dans la partie obſcure, diſparoiſſoient en fort peu de tems, eut la curioſité de s'attacher à un, qu'il vit en effet diminuer de clarté peu-à-peu, & enfin diſparoître totalement en un inſtant. C'eſt ainſi préciſément que ſe font les Immerſions des Satellites. Les Emerſions des points lumineux de la Lune ſeront pareillement inſtantanées, & peut-être encore plus, parce que l'ébranlement de la Rétine peut faire continuer la viſion

vision d'un objet lumineux qu'on a cessé de voir réellement, au-lieu que cette raison n'a pas lieu pour celui que l'on commence de voir.

Il étoit donc assez naturel d'appliquer aux Longitudes les Immersions & Emersions de ces points lumineux de la Lune, sensibles & fréquentes comme elles sont, & M. Grandjean a été surpris que l'idée n'en soit venue qu'à Hévélius & à Langrénus, qui ne l'ont pourtant pas suivie. Il est vrai que la chose n'est pas sans difficulté dans l'exécution.

Il faudroit une *Sélénographie* ou Carte de la Lune extrêmement exacte, & on n'en a pas encore qui le soit assez, quoiqu'il soit beaucoup plus aisé de faire une Sélénographie qu'une *Géographie* prise dans le même sens. A moins que de cette grande exactitude de la Carte, deux differens Observateurs pourroient prendre deux differens points lumineux pour le même, & toutes les conclusions porteroient à faux.

Je suppose que l'on ait la meilleure Sélénographie qu'il se puisse, & où les points dont il s'agit soient parfaitement bien posés par rapport aux autres parties; il est certain qu'afin qu'ils ayent une Emersion, il faut qu'ils se fassent voir dans la partie obscure qui vient d'être éclairée, ou qui va bientôt l'être; on dira la même chose renversée sur l'Immersion. Pour cela il faut donc qu'ils ne soient qu'à une certaine petite distance du Cercle d'illumination, & la position de ce Cercle sur le Disque de la Lune dépend de la distance de la Lune au Soleil, & en général de son mouvement qu'il seroit difficile d'avoir dans une précision suffisante. Nous avons parlé

des irrégularités de ce mouvement en 1702 *.

Il y a encore plus. La Lune a une Libration tant en longitude qu'en latitude, expliquée assez au long en 1721 †, qui dérangeroit, quoiqu'assez peu, la position qu'on donneroit dans une Sélénographie aux Taches de la Lune & à ses points lumineux par rapport à certains Cercles qu'on seroit obligé d'imaginer sur son Disque.

De tout cela il suit, qu'il ne seroit pas aisé de construire des Tables qui marquassent assez juste les tems où doivent arriver les Emersions ou Immersions, dont nous traitons ici. Cependant ces Tables seroient nécessaires pour avertir les Observateurs d'observer, & beaucoup plus encore pour tenir lieu d'un Observateur perpétuel placé sous le Méridien pour lequel elles seroient calculées, ce qui est le grand usage des Tables des Satellites à l'égard des Longitudes.

En attendant les Tables, qui pourront venir, M. Grandjean a imaginé un expédient. Il ajoute à une Sélénographie ordinaire la partie de la Lune qui peut se découvrir par le mouvement de Libration, car c'est-là le plus embarrassant. Il a une feuille de Corne transparente, sur laquelle il a tracé des Cercles de longitude & l'Ecliptique, il la met sur sa Sélénographie disposée de la même maniere dont il voit qu'est la Lune au tems de l'observation, & avec une Alhidade mobile sur la feuille de Corne, il voit à quels Cercles de longitude, à quels points de l'Ecliptique se rapportent les differentes parties de la Lune, & où doit être à-peu-près le Cercle d'il-

* p. 99. & suiv. † p. 67. & suiv.

d'illumination cherché. Les Aſtronomes ſuppléeront aſſez au détail de cette opération que nous ſupprimons.

Si l'on veut ſuivre cette idée, tous les points ſujets à Emerſion & à Immerſion devroient avoir des noms dans la Sélénographie, & ils n'en ont pas encore.

Il y a un choix à faire entre eux. Quelques-uns n'ont pas leurs Emerſions ou Immerſions aſſez promtes, apparemment parce que ce ſont de grands Rochers à pluſieurs pointes aſſez éloignées, qui ne reçoivent ou ne perdent la lumiere que les unes après les autres.

Il vaut mieux prendre les points les plus proches de l'Ecliptique tracée ſur la Lune, parce que le mouvement de la lumiere y eſt plus promt.

Les points lumineux ſont plus frappans dans le Décours, parce qu'alors l'ombre qui les environne augmente toujours, au-lieu qu'elle diminue toujours dans le Croiſſant; & par cette raiſon, pour bien prendre l'habitude de ces ſortes d'obſervations, il eſt à propos de commencer à la prendre dans le Décours. Combien d'autres inſtructions le tems nous donnera-t-il ſur cette matiere, s'il vient à l'entreprendre?

CEtte année l'un des deux Mrs Caſſini qui avoient accompagné M. leur Pere au Voyage de la Perpendiculaire Occidentale, apporta à l'Académie une Méthode qu'il avoit trouvée pour la détermination de la Figure de la Terre, tirée du travail qu'ils venoient de faire.

Quand on avoit tracé la Méridienne de Paris qui traverſe la France Nord & Sud, on

avoit trouvé que les degrés en étoient inégaux entre eux, ce qui montroit déja que la Terre étoit non une Sphere, mais un Sphéroïde, & de plus que ces degrés étoient décroiſſans de l'Equateur vers les Poles, ce qui montroit que ce Sphéroïde étoit allongé ou oblong.

Par les opérations qu'on venoit de faire à l'Occident depuis Paris juſqu'à la Mer, on avoit trouvé que les degrés du Parallele de Paris étoient plus petits qu'ils n'auroient dû être ſi la Terre eût été une Sphere, & qu'au contraire ils auroient dû être plus grands que dans l'hypotheſe Sphérique, ſi la Terre eût été un Sphéroïde applati. C'étoit donc un Sphéroïde oblong.

M. Caſſini le Fils conſidéra que de l'hypotheſe du Sphéroïde oblong ſuivoit encore une conſéquence que l'on pouvoit vérifier par ce qui venoit d'être fait. On avoit tiré une Perpendiculaire au Méridien de Paris, ou une Tangente du Parallele de Paris au point de Paris. Depuis le point d'attouchement cette Tangente s'écarte toujours de plus en plus de ſon Cercle, c'eſt-à-dire, que toutes les perpendiculaires à la Tangente tirées de tous les points d'un quart de ce Cercle vont toujours en croiſſant depuis la premiere qui eſt au point d'attouchement, & nulle, juſqu'à la derniere qui eſt égale au rayon du Cercle poſé. Paſſé cela, il n'y a plus d'écarts à conſidérer, ſi ce n'eſt de l'autre côté, où la même choſe ſe répete. De-là il ſuit que plus le Cercle poſe eſt grand, plus les écarts de ſa Tangente ſont grands; car la derniere de ces perpendiculaires à la Tangente, qui meſurent les écarts, eſt toujours égale au rayon du Cercle poſé.

Si

Si la Terre eſt Sphérique, on ſait quels doivent être les écarts ou diſtances de chaque point du Parallele de Paris à chaque point de ſa Tangente. Si la Terre eſt un Sphéroïde oblong, ces écarts ſeront plus petits, parce que le Parallele ſera un petit Cercle, & au contraire, ſi la Terre eſt un Sphéroïde applati.

Cette Tangente étant actuellement tracée à l'Occident par les Triangles, il ne falloit donc plus que prendre de ce côté-là un point ſur le Parallele de Paris, c'eſt-à-dire, trouver un Lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, tirer de ce lieu ſur la Tangente une perpendiculaire, dont on viendroit à connoître la grandeur en la liant aux Triangles, & comparer cette grandeur trouvée avec celle de l'hypotheſe Sphérique. Voilà la Méthode propoſée par M. Caſſini le Fils. Heureuſement ils trouverent dans leur Voyage Granville, dont la latitude eſt à une Seconde près la même que celle de Paris, & il a donné l'exemple du Calcul qu'il y avoit à faire en ce cas-là. Il en réſulte ſûrement & ſenſiblement le Sphéroïde oblong.

Comme la diſtance de Granville, par exemple, à la Tangente du Parallele de Paris; ne peut être qu'une portion du Méridien de Granville, il faut donc avoir actuellement tracé ce Méridien, comme celui de Paris l'a été à Paris: mais auſſi cette opération, jointe à l'obſervation de la latitude de Granville, eſt tout ce que demande la Méthode de M. Caſſini, la Tangente du Parallele de Paris étant ſuppoſée décrite.

Les écarts de la Tangente, par rapport à ſon Cercle, croiſſent de degré en degré depuis

puis le point d'attouchement ſelon une raiſon beaucoup plus grande que celle du nombre des degrés, & c'eſt un avantage dans cette Méthode. Pourvu que le Lieu où l'on prendra la ſeconde latitude ſoit un peu éloigné de celui d'où l'on eſt parti, de Paris, par exemple, les écarts ſeront déja conſidérables, & par conſéquent leurs differences d'avec ceux de l'hypotheſe Sphérique aſſez ſenſibles. Si le 2d lieu étoit encore un peu plus éloigné, il ſeroit impoſſible qu'il reſtât la moindre incertitude.

Il n'étoit point néceſſaire que l'on eût un Lieu comme Granville, dont la latitude fût égale ou ſi approchante d'être égale à celle de Paris. Tout autre lieu d'une latitude connue auroit ſuffi: il n'auroit pas été ſur le Parallele de Paris, mais on l'y auroit rapporté aiſément par un calcul qui n'eût été qu'un peu plus long. M. Caſſini en a donné un exemple ſur St Malo, dont la latitude differe de pluſieurs Minutes de celle de Paris.

Dans cette Méthode, 1° il ne faut que des latitudes, dont l'obſervation eſt plus commode que celle des longitudes; car les longitudes demandent les Satellites de Jupiter, & par conſéquent de grandes Lunettes, outre que l'on n'a pas les Satellites en tout tems. 2° Si les latitudes ſont égales, ou, ce qui eſt le même, les hauteurs des mêmes Aſtres dans le même Climat, ou ſeulement ſi elles approchent aſſez de l'égalité, on n'a preſque point à craindre differentes erreurs dans les Réfractions, elles ſeront à-peu-près égales, s'il y en a, & par conſéquent ne gâteront rien. 3°. Et par la même raiſon les erreurs qui viendroient de la diviſion défectueuſe de l'In-

l'Inſtrument, comme il arrive ſouvent, ſeront ſans conſéquence, pourvu que l'Inſtrument, dont on ſe ſervira, ſoit toujours le même.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un Ecrit de M. Godin ſur une Addition qu'il faut faire aux Quarts de Cercles fixes dans le Méridien.

† Les Obſervations de l'Eclipſe Solaire du 13 Mai, faites par Mrs Caſſini & Godin.

‡ Celles de l'Eclipſe Lunaire du 28 Mai par M. Godin.

ǂ Une Méthode de M. Pitot pour calculer la 1re Equation des Planetes.

MECHANIQUE.

SUR LES CHARROIS, LES TRAINEAUX ET LE TIRAGE DES CHEVAUX. §

LA Méchanique, qui ne s'eſt d'abord appliquée qu'aux Arts les plus communs, & par-là les plus vils en apparence, s'eſt dans ces derniers tems élevée juſqu'aux mouvemens des Corps céleſtes: mais comme elle ne l'a fait qu'en s'appuyant toujours ſur les mêmes principes, elle ne doit pas dédaigner ſes premieres fonctions, plus utiles peut-être, quoique moins nobles; ni croire au-deſſous d'elle de conſidérer des Charrettes, & de pareilles Voitures, après avoir conſidéré les peſanteurs

* V. les M. p. 50. † p. 207. 209.
‡ p. 271. ǂ p. 502. § V. les M. p. 67.

teurs mutuelles des Corps céleſtes entre eux.

Pour faire tourner & avancer une Roue ſur un terrein ſuppoſé horizontal & uni, il faut que tandis qu'un des rayons de la Roue eſt poſé verticalement ſur ce terrein, où il eſt attaché par tout ſon poids, une Puiſſance appliquée au centre de la Roue, où eſt l'extrémité ſupérieure de ce rayon, la tire à elle de façon que l'extrémité inférieure ſe détache du point du terrein qui étoit le point d'appui du rayon. Si la puiſſance tire obliquement, ce qui eſt le cas général, la perpendiculaire tirée du point d'appui ſur cette direction oblique, ſera, comme on ſait, la diſtance de l'action de la puiſſance au point d'appui, ou le bras de levier par lequel elle agira; & plus ce bras ſera long, plus elle agira avantageuſement. Afin que pour une direction oblique ce bras de levier ſoit le plus long qu'il eſt poſſible, il faut, le point d'appui étant conçu au ſommet d'un angle formé par une horizontale & une verticale, & la direction oblique étant l'hypothénuſe de cet angle droit, que cette hypothénuſe faſſe, avec chacun des deux autres côtés, un angle de 45°; car alors il eſt démontré que la perpendiculaire, tirée du ſommet de l'angle droit ſur cette hypothénuſe, ſera plus grande que toute autre perpendiculaire tirée ſur la même hypothénuſe autrement poſée. Il eſt très aiſé de s'en convaincre, même à l'œil.

La direction de la puiſſance étant ſelon cette hypothénuſe ſuppoſée, il eſt bien certain qu'il n'y a qu'une moitié de ſon effort employée à tirer la Roue horizontalement, & que l'autre moitié l'eſt ou à porter une partie

partie du poids de la Roue, & à la ſoulever, ſi la puiſſance agit de bas en haut, ou à preſſer cette Roue contre le terrein, & à l'y appliquer plus qu'elle ne l'étoit déja par ſon poids, ſi la puiſſance agit de haut en bas. Le levier eſt le plus avantageux qu'il ſe puiſſe pour produire un mouvement compoſé de l'horizontal, & de l'un ou de l'autre de ces deux verticaux ; mais quand on veut faire rouler une Roue, on ne veut que la faire rouler, c'eſt-à-dire, lui donner un mouvement horizontal, qui ne coûteroit abſolument rien, ſi le terrein étoit parfaitement uni, & qui ne demande de la force qu'à cauſe des inégalités de ce terrein, & des frottemens qu'il faut vaincre. On eſt bien éloigné de chercher à ſoutenir une partie du poids de la Roue, ou à l'appliquer davantage contre le plan. Il ne faut donc pas que la direction de la puiſſance ſoit oblique au plan, mais parallele; & comme alors cette puiſſance agit toujours perpendiculairement au Rayon vertical à l'extrémité ſupérieure duquel elle eſt appliquée, ce Rayon eſt ſon levier naturel & néceſſaire.

Un Cheval tire par ſon poitrail, & puiſqu'il doit tirer parallelement au terrein horizontal, l'élévation de ce poitrail ſur le terrein doit être auſſi celle du centre de la Roue, ou la longueur des Rayons, & celle du levier de la puiſſance. De-là il ſuit que tout le reſte étant égal, le Cheval le plus haut eſt le meilleur, il permettra que la Roue ait un plus grand Rayon, ſi on la règle ſur lui, & il ſe donnera à lui-même un plus grand levier. Il ne s'agit ici que des Voitures qui n'ont que

deux

deux Roues égales, comme ſes Charrettes.

Si la Charrette rencontre en ſon chemin quelque éminence d'une certaine hauteur verticale, par deſſus laquelle elle doive paſſer, la puiſſance des Chevaux, qui auroit ſuffi pour faire avancer la Charrette horizontalement, ne ſuffira plus pour lui faire ſurmonter cette éminence, & M. Couplet détermine géométriquement quelle doit être en ce cas-là la puiſſance agiſſant toujours ſelon une direction horizontale. Cela ſe trouve aiſément par le rapport des Leviers, dont l'un eſt celui de la charge totale de la Charrette, l'autre celui de la puiſſance, tous deux ayant pour appui le point le plus élevé de l'éminence, & étant ſuppoſés en équilibre.

Il eſt certain que ſans ce calcul géométrique, un effort d'un moment qu'on feroit faire aux Chevaux, vaincroit aiſément un obſtacle ordinaire: mais il eſt bon de connoitre préciſément & à toute rigueur de quelle force on auroit beſoin. L'uſage commun eſt que le centre de la Roue ſoit un peu plus bas que le poitrail du Cheval, moyennant quoi le tirage, qui ne perd guere de ſon paralléliſme au terrein, gagne pourtant aſſez de direction verticale pour ſoutenir & ſoulever la charge de la Charrette autant qu'il eſt néceſſaire à la rencontre des obſtacles médiocres.

Quelquefois pour tranſporter plus ſurement des choſes qui ſeroient perdues, ou fort endommagées, ſi une Charrette venoit à verſer, on les met ſur un Traineau, quoique ce ſoit une Voiture moins avantageuſe en qualité de Machine, car elle préſente aux frottemens une ſurface ſans comparaiſon plus gran-

grande, & il ne s'y trouve aucun levier en faveur de la puiſſance motrice. Alors le Cheval ne peut plus tirer parallelement au terrein, il tire de bas en haut ſelon une direction oblique, dans laquelle entre néceſſairement du vertical, & par conſéquent il ſoutient une partie de la charge du Traineau; mais auſſi comme il le ſouleve d'autant, il en diminue le frottement contre le terrein. Ce qu'il y a de vertical dans cette direction oblique, eſt d'autant plus grand que le Traineau a ſa ſurface ſupérieure au-deſſus du terrein, & que les traits du Cheval ſont plus courts, car ils en approchent plus d'être verticaux. Si les traits étoient infiniment longs, le tirage deviendroit parallele au terrein, & le Cheval ne porteroit plus rien de la charge du Traineau.

Afin qu'il n'en porte qu'une certaine quantité, ou en général un certain poids, il faut donc une certaine longueur de traits, & M. Couplet la détermine par une formule algébrique, tout le reſte étant ſuppoſé connu, ou donné. Nous ne parlons ici que d'un Cheval, parce qu'il n'y en a qu'un dont les traits ſoient obliques à l'horizon, ou au terrein. C'eſt le dernier de la volée, ou le plus proche du Traineau: les autres, quand il y en a, tirent parallelement à l'horizon, & ne font que fortifier ce qu'il y a d'horizontal dans la direction du Cheval de volée, & ſe joindre à lui a cet égard.

Quand M. Couplet eſt arrivé par ſes raiſonnemens à des formules algébriques, il les réaliſe, pour ainſi dire, par des exemples qu'il donne en grandeurs connues & uſitées.

Si

Si l'on veut que le Cheval de volée, aidé de dix autres, ne ſoit chargé que de 300 livres ce qui eſt une charge moyenne, il ſe trouvera auſſi-tôt que la longueur de ſes traits doit être d'un peu plus de 20 pieds.

On changeroit la traction oblique du Traineau en parallele, ſi on le faiſoit tirer par l'extrémité ſupérieure d'une eſpece de Mât, dont la hauteur ſeroit égale à celle du poitrail des Chevaux: mais ce ſeroit-là un levier aſſez long par lequel agiroit tout ce qui pourroit tendre à faire verſer le Traineau, & rien ne ſeroit plus contraire à l'intention que l'on a que le transport ſoit plus ſûr.

Nous paſſons ſous ſilence pluſieurs Remarques de M. Couplet, qui tiennent plus à la Pratique, qu'à la Théorie, quoiqu'elles n'en ſoient pas pour cela moins utiles.

SUR LE VAISSEAU qui éprouvera la moindre réſiſtance de l'Eau. *

NOus avons déja parlé de ce Problême en 1699 †, mais il n'y a été qu'effleuré, non-ſeulement dans le peu que nous en dîmes alors, mais même dans les belles Solutions qu'en ont données Mrs Newton, Fatio, de l'Hôpital, & Herman. Ils ont ſuppoſé que la route du Vaiſſeau étoit *directe*, c'eſt-à-dire, ſelon ſa quille, & que la figure que demandoit la Proue pour fendre l'Eau avec la plus grande facilité poſſible, étoit celle d'un Conoïde qu'on avoit à déterminer, mais dont la baſe étoit toujours circulaire.

* V. les M. p. 115. † p. 126.

laire. Or il eſt très rare que la route d'un Vaiſſeau ſoit directe, & il n'eſt jamais de telle figure que la baſe du Conoïde de ſa Proue, ou le plan qui en cet endroit ſera perpendiculaire à ſa Quille, puiſſe être un Cercle. Le Problême n'a donc encore été réſolu que pour des cas, ou très particuliers, ou éloignés du vrai ; & c'eſt ce qui a invité M. Bouguer à donner une Solution nouvelle & générale, quelque compliquée & quelque pénible qu'elle dût être.

La baſe étant ſuppoſée telle qu'on voudra, & donnée, il faudra concevoir qu'on lui appliquera le Conoïde de la Proue, tel qu'il aura été déterminé géométriquement pour être celui de la moindre réſiſtance que le Vaiſſeau puiſſe éprouver de la part de l'Eau. Ce Conoïde a ſa ſurface formée par une infinité de Courbes, qui ſe réuniſſent toutes à ſa pointe ou ſommet. On prend pour la *principale* de ces Courbes, & pour celle dont il faut déterminer la nature, celle qui eſt dans un plan vertical. Son axe, qui eſt auſſi celui du Conoïde, eſt parallele à la Quille.

Quand un Vaiſſeau ſe meut, il frappe l'Eau ſelon des lignes paralleles à ſa route, & tous les côtés infiniment petits de la Courbe principale du Conoïde de la Proue doivent être conçus comme frappés chacun par un filet d'eau parallele à la route; ainſi c'eſt de la route que dépend la poſition des filets ſur chaque petit côté de la Courbe. Puiſque c'eſt une Courbe, ils ſont tous différemment poſés ſur chaque côté, c'eſt-à-dire, tous ceux qui frappent une même moitié de la Courbe. Ils ſont tous obliques chacun ſur leur

leur côté, hormis peut-être un qui lui ſera perpendiculaire, & un autre parallele; & tous les obliques ne frappent, comme on ſait, que par ce qu'il y a de perpendiculaire dans leur direction décompoſée. Moins un filet oblique a de perpendicularité par rapport au côté qu'il frappe, moins il le frappe; & par conſéquent moins tous les filets enſemble ont de perpendicularité par rapport à la Courbe, moins elle eſt frappée; & lorſqu'en vertu de ſa courbure, elle l'eſt le moins qu'il ſoit poſſible, elle eſt la Courbe qui doit être celle du Conoïde de la Proue.

Une route oblique, ou inclinée à la Quille, & à l'axe du Conoïde la Proue, étant déterminée, il en réſulte néceſſairement de certaines inclinaiſons des filets d'eau ſur les petits côtés de la Courbe, inclinaiſons differentes de celles qui réſulteroient d'une autre route oblique; & de ces inclinaiſons ou directions décompoſées, il en réſulte auſſi des perpendiculaires plus ou moins grandes, & autrement inclinées à l'axe du Conoïde qu'elles ne ſeroient pour toute autre route. Tout dépend de la force ou de la grandeur de ces perpendiculaires, que M. Bouguer appelle auſſi *impulſions relatives*, parce qu'elles ſont telles ou telles ſelon les routes differentes: il en faut prendre la ſomme dans une Zone infiniment peu large du Conoïde qui comprendra la Courbe principale; mais pour avoir cette ſomme, il faut avoir déterminé dans l'expreſſion algébrique toutes ces impulſions à être paralleles entre elles, ou dirigées en même ſens, après quoi cette expreſſion générale de la force employée par

tous

tous les filets d'eau contre la Zone, devient, par des Règles connues, celle de la moindre force poſſible, qui eſt ce qu'on cherche, car de-là nait l'équation de la Courbe principale, dont les Abſciſſes ſe prennent ſur l'axe du Conoïde. Mais ce n'eſt pas ſans beaucoup de difficulté que tout cela vient, & ſans qu'il ſoit beſoin d'employer beaucoup d'adreſſes de calcul; on pourra aiſément s'en convaincre.

Comme M. Bouguer, pour éviter que la baſe de la Proue fût néceſſairement un Cercle, en avoit rendu le Conoïde, qu'il cherchoit, tout-à-fait indépendant, & avoit laiſſé la baſe entierement indéterminée; il a voulu, après ce Conoïde trouvé, déterminer une baſe, & voir ce qui en arriveroit. Il a pris d'abord un demi-Cercle tronqué, c'eſt-à-dire, dont un Segment inférieur fût retranché, de ſorte que la baſe étoit formée par deux arcs circulaires que ſéparoit une ligne droite, ce qui approche aſſez de la figure qu'auroit la coupe verticale d'un Vaiſſeau faite en ce même endroit. Enſuite il a pris le demi-Cercle entier, & l'application de ſes Formules à cette ſuppoſition lui a fait naitre des vues nouvelles, & même paradoxes.

Après que les grands Géometres que nous avons nommés, eurent déterminé le Conoïde qui éprouvoit la moindre réſiſtance dans la route directe, & dans le ſens de cette route, c'eſt-à-dire, ſelon l'axe du Conoïde, M. Bouguer s'apperçut que dans les routes obliques ce même Conoïde éprouvoit encore la moindre réſiſtance ſelon ſon axe, ce qui étendoit les avantages de la premiere Théorie. Mais ils vont encore plus loin par celle de M. Bouguer. Ce ne ſont pas ſeulement

les impulſions dans le ſens de cet axe, qui y ſont les moindres qu'il ſe puiſſe, ce ſont les impulſions en tous ſens; & on le voit évidemment, parce que les changemens d'hypotheſe ſur l'inclinaiſon de la route à l'axe, & ſur celle des perpendiculaires à ce même axe, ou impulſions relatives, ne changent point le rapport des Abſciſſes de la Courbe du Conoïde à ſes Ordonnées, & que par conſéquent cette Courbe eſt toujours de la même nature : avantage très conſidérable, & qu'on ne pouvoit guere prévoir, car il étoit fort poſſible & fort vrai-ſemblable, qu'à la rigueur chaque route eût demandé ſa Courbe particuliere, & qu'on eût été réduit à ne donner à un Vaiſſeau qu'une certaine Courbe moyenne entre toutes les autres de cette eſpece, pour ſatisfaire à-peu-près à toutes les routes.

Le point le plus ſurprenant de cette Théorie de M. Bouguer, c'eſt que le Conoïde qu'elle donne pour celui de la moindre réſiſtance poſſible eſt auſſi en certains cas celui de la plus grande, de ſorte que de toutes les figures de Conoïdes, ce ſeroit la plus mauvaiſe pour le Vaiſſeau. Il eſt bien vrai qu'il n'y a qu'une même & unique Méthode pour *le plus petit* & *le plus grand*, que par cette Méthode préciſément on ne ſait point lequel des deux on trouve, & par conſéquent on peut auſſi-tôt avoir trouvé l'un que l'autre; mais ce ne ſera que l'un ou l'autre, & non pas tous les deux comme ici. J'entends *tous les deux*, non pas à la fois, mais en ce ſens que ſi ce n'eſt pas l'un dans le cas propoſé, c'eſt ſurement l'autre, ſans qu'il y ait rien de changé, ce qui n'arrive pas ainſi dans les

Cour-

Courbes ; un *plus petit* y eſt toujours un plus petit, & ne devient jamais un *plus grand*, & s'il y a dans la même Courbe un *plus grand*, on ne l'aura qu'en changeant quelque choſe aux ſuppoſitions du premier cas. De plus, & cela eſt très remarquable, s'il y a dans une même Courbe un *plus petit* & un *plus grand*, ils n'y ſont pas contigus, mais ſéparés par un intervalle, pendant lequel le changement de plus petit en plus grand eſt conduit par tous les degrés & les nuances que demande toujours l'ordre Géométrique, mais ici en ſuppoſant tous les Conoïdes de M. Bouguer arrangés de ſuite, le dernier de ceux de la moindre réſiſtance, & le premier de ceux de la plus grande, ſont contigus. Comment ſe fait ce ſaut ſi ſubit, & qui paroît ſans exemple?

Tout cela s'accordera, ſi l'on fait réflexion que le même Conoïde qui dans deux routes differentes du Vaiſſeau éprouve toujours la moindre réſiſtance poſſible, n'éprouve pas pour cela dans les deux routes une réſiſtance égale, il n'éprouve que la moindre poſſible par rapport à chaque route particuliere; car il eſt viſible que ſelon la route, l'Eau réſiſte plus ou moins au mouvement du Vaiſſeau, puiſqu'elle ne réſiſte que le moins abſolument qu'il ſoit poſſible à la route directe qui ſe fait ſelon la Quille, & abſolument le plus qu'il ſe puiſſe à celle qui ſe feroit ſelon une perpendiculaire à la Quille. Si l'on conçoit toutes les routes rangées entre ces deux extrêmes à commencer par la premiere, la réſiſtance qu'éprouvera le Conoïde de M. Bouguer, quoique la moindre poſſible pour chaque route, ira toujours en croiſſant d'une route à l'autre, & enfin viendra la plus grande

de toutes ces moindres, à laquelle ſera contiguë une encore plus grande, mais d'un autre ordre, & du nombre de celles qui ſeront les plus grandes poſſibles, elle en ſera la premiere & la moindre. Ainſi la Règle des *plus grands* & des *plus petits* a fait ce qu'elle a dû, & comme elle l'a dû. Elle a donné des uns & des autres, puiſqu'il y en avoit réellement dans la queſtion propoſée, ce qui eſt rare; & elle les a donnés diſtribués ſelon cet ordre ſi propre aux grandeurs, qui ſont l'objet de la Géométrie.

M. Bouguer n'a pas manqué de bien diſtinguer les deux eſpeces de routes, dont les unes produiſent la moindre réſiſtance, & les autres la plus grande. Leur ſéparation étant faite, & caractériſée géométriquement, il eſt heureux qu'il n'y ait preſque jamais que les premieres qui ſe trouvent réellement dans la pratique de la Navigation; les autres font de trop grands angles avec la Quille. Ainſi l'inconvénient du Conoïde de M. Bouguer n'eſt guere à craindre, & ne peut pas être comparé à l'avantage ſingulier qu'il a de convenir à toutes les routes, ſauf cette exception très rare.

SUR LE MOUVEMENT D'UNE BULLE D'AIR DANS UNE LIQUEUR. *

CE ſujet paroît avoir été choiſi plus pour ſa difficulté géométrique, que pour ſon utilité. M. de Maupertuis a voulu faire voir que la Géométrie moderne étoit parvenue, & cela très rapidement, à un ſi haut point de per-

* V. les M. p. 157.

perfection, qu'elle avoit de la peine à trouver deſormais des Problêmes aſſez compliqués, & où elle déployât tout ſon art.

Une Bulle d'Air poſée au fond d'un Vaiſſeau plein d'eau, monte en traverſant toute l'eau qui la couvroit, mais elle monte d'un mouvement fort inégal; & c'eſt cette inégalité qu'il s'agit de calculer, & de ſoumettre à une formule algébrique. La Bulle monte parce que ſon volume ne renferme que de l'air moins peſant que l'eau renfermée dans un volume d'eau égal. Ainſi la force motrice eſt l'excès de peſanteur de l'eau ſur celle de l'air, les volumes étant égaux. Cette force eſt accélératrice, puiſque c'eſt une peſanteur, & la Bulle montera toujours plus vîte. Quand elle eſt au fond de l'eau, elle eſt réduite à un certain état de condenſation, à un certain volume, tant par le poids de la liqueur ſupérieure, que par celui de toute l'Atmoſphere qui peſe ſur cette liqueur; car l'Air eſt compreſſible, comme l'on ſait, & il ſe comprime, du moins proche la Terre, ſelon la proportion des poids dont il eſt chargé. Dès que la Bulle monte, elle eſt ſoulagée de quelque partie du poids qu'elle portoit, & toujours ainſi de plus en plus, de ſorte que ſon volume s'étend toujours, ſans perdre cependant la figure ſphérique, circonſtance aſſez avérée par l'expérience.

Une plus grande ſurface éprouve de la part du Liquide qu'elle diviſe une plus grande réſiſtance. La Bulle qui augmente toujours de volume, reçoit donc toujours de ce chef quelque diminution à la vîteſſe que la force motrice augmente toujours. D'un autre côté le Liquide qu'il faut diviſer, réſiſte plus à une

plus grande vîteſſe du Mobile qu'à une moindre, & cela ſe fait ſelon la ſeconde Puiſſance de la vîteſſe, ou ſes Quarrés. Or les Quarrés font une Suite fort croiſſante, & par conſéquent la réſiſtance du Liquide au mouvement de la Bulle d'Air le diminue beaucoup d'inſtant en inſtant, & de plus en plus.

Puiſque ce mouvement eſt inégal en ſoi-même & dans le fini, il faut le tranſporter dans l'infiniment-petit où il deviendra uniforme, & par-là plus aiſé à calculer. Quand un mouvement eſt uniforme, la Force motrice eſt d'autant plus grande par rapport au Poids ou au Corps qu'elle meut, que la vîteſſe qu'elle lui donne eſt plus grande par rapport au tems qu'elle employe à la lui donner. Donc cette proportion ſera vraye quand le tems ſera ſuppoſé infiniment petit, & que la vîteſſe ne ſera que l'infiniment-petit, ou l'élément de la vîteſſe finie. Il ne faut qu'exprimer algébriquement la force, qui eſt l'excès de la peſanteur d'un volume d'eau ſur un volume d'air égal, mais dont on retranchera la réſiſtance du Liquide ou Milieu exprimée de même algébriquement; or cette réſiſtance eſt le produit de la ſurface de la Bulle d'air par le quarré de ſa vîteſſe. Toutes les autres expreſſions ſe préſentent d'elles-mêmes.

De cette proportion nait une Equation differentielle, qu'il ne faut plus qu'intégrer pour avoir tout ce qui appartient au mouvement de la Bulle d'air pris dans le fini, c'eſt-à-dire, l'eſpace qu'elle parcourt dans un tems déterminé, & ſa vîteſſe pour ce tems. Mais quand on eſt arrivé aux intégrations, ou, pour mieux dire, aux cas où il faudroit intégrer, ſouvent on ne le peut pas, on eſt abandonné par les Règles gé-

générales, & on a recours à differentes adreſſes particulieres qui, lorſqu'elles réuſſiſſent, ſont des coups de génie ou de bonheur. Ici l'équation finale où l'on arrive ſe laiſſe intégrer aiſément, & le Problême eſt parfaitement réſolu.

SUR LA CONCILIATION DES DEUX REGLES ASTRONOMIQUES DE KEPLER

Dans le Syſtême des Tourbillons. *

ON a vu dans les Volumes précédens † de quelle façon M. l'Abbé de Molieres a déja défendu le Syſtême des Tourbillons Cartéſiens contre les vives attaques que lui ont portées le célebre Newton & ſes Diſciples, qui ne ſont pas aujourd'hui renfermés dans les bornes de l'Angleterre. Voici encore une objection qui méritoit bien que l'on en délivrât, s'il étoit poſſible, le Syſtême Cartéſien.

Les tems que les Planetes employent à parcourir differens arcs de leurs Orbes ſont entre eux comme les aires correſpondantes de ces mêmes Orbes, compriſes chacune entre deux rayons tirés du Foyer à la circonférence, & terminées par les arcs de cette circonférence correſpondans.

Les quarrés des tems des révolutions des Planetes autour du Foyer de leur mouvement ſont entre eux comme les cubes de leurs diſtances à ce Foyer. Voilà ces deux Règles ou Loix aujourd'hui ſi connues, & ſi heureuſement

* V. les M. p. 419.

† V. l'Hiſt. de 1728. p. 134. & ſuiv. de 1729. p. 121. & ſuiv. de 1731. p. 92. & ſuiv.

ſement trouvées par Kepler, qu'il en mériteroit le nom de Légiſlateur en Aſtronomie.

Que le Tourbillon ſoit Sphérique, & que toutes ſes Couches concentriques ſoient en équilibre, c'eſt-à-dire, qu'elles ayent une Force centrifuge égale, ſans quoi le Tourbillon ne ſe maintiendroit pas comme il fait, il eſt certain que les deux Loix s'accorderoient enſemble ſans difficulté, ou plutôt naitroient toutes deux enſemble des ſuppoſitions qu'on auroit faites. Nous avons déja vu en 1728 naitre ainſi la 2de Loi; & pour la 1re il eſt viſible qu'elle en naitroit auſſi d'elle-même, puiſque dans un Cercle les aires décrites du Centre ne peuvent être que proportionnelles aux arcs. Tout vient de ce que dans le Tourbillon Sphérique, où il y a équilibre de Forces centrifuges, les vîteſſes de deux points quelconques ſont entre elles en raiſon renverſée des racines quarrées des diſtances de ces points au Centre.

Si le Tourbillon eſt Elliptique, comme l'eſt notre Tourbillon Solaire, il arrive du dérangement. Ce qui étoit Cercle devient une Ellipſe, ayant pour Foyer ce qui étoit ſon Centre, le point, qui décrivant ce Cercle étoit toujours également éloigné du Centre, ne l'eſt plus du Foyer en décrivant l'Ellipſe; il n'a donc plus dans tout ſon cours la même force centrifuge, ni par conſéquent la même vîteſſe, il a autant de vîteſſes differentes que de differentes diſtances au Foyer. Il peut ſuivre la 1re Règle de Kepler, parce qu'ayant toujours des vîteſſes en raiſon renverſée de ſes diſtances, leurs rayons tirés du Foyer plus longs pour de plus grandes diſtances, & en même tems des arcs plus petits parcourus par

par de moindres vîteſſes, pourront former des aires Elliptiques dans le rapport requis; mais alors ce même point ne peut ſuivre la 2de Règle, parce que n'ayant dans tous les inſtans de ſon cours qu'une diſtance variable au Foyer, & tout autre point du Tourbillon auquel on le compareroit n'en ayant qu'une auſſi, le rapport des diſtances au tems des révolutions ne peut que changer continuellement.

Il ſemble que cette difficulté devroit être commune aux deux Syſtêmes de Deſcartes & de Newton, car elle ne vient que du mouvement Elliptique, & non Circulaire, des Planetes, également admis dans l'un & dans l'autre. Il eſt vrai cependant que la difficulté n'eſt que pour Deſcartes, il a ſuppoſé le Plein, de grands Tourbillons, de grands Torrens de matiere fluide qui emportent les Planetes ſelon des Loix bien préciſes & durables, & il faut rendre compte de ce que ces mouvemens peuvent produire. Newton au contraire s'eſt mis dans le Vuide, à des forces mouvantes connues & Méchaniques il a ſubſtitué une force inconnue & Métaphyſique, une Attraction, dont on ne peut prévoir les effets, mais que l'on ſuppoſe telle que certains faits établis la demandent, & qui par conſéquent ſatisfait toujours préciſément à tout. M. l'Abbé de Molieres lui reproche même aſſez finement cette extrême préciſion: les principes Phyſiques n'en ont pas tant, lorſqu'on vient à les appliquer aux Phénomenes.

Il ſuffiroit de répondre à l'Objection dont il s'agit, que les deux Loix de Kepler ſont effectivement incompatibles, à la rigueur, dans le Tourbillon Elliptique; mais qu'auſſi dans un Tourbillon peu Elliptique comme le

nôtre, il s'en faut peu qu'elles ne s'accordent, & cela ſera confirmé par toutes les obſervations. Cependant M l'Abbé de Molieres ne s'en tient pas là, il ſoutient que la 2de Règle de Kepler s'accomplit à la lettre dans le Tourbillon Elliptique à l'égard de deux points differens pris, non pas dans deux points quelconques de leurs Orbes, mais ſeulement dans des points *correſpondans*, c'eſt-à-dire, qui ſoient ſur le même rayon tiré du Foyer. Pour parler plus géométriquement, M. de Molieres dit que la ſomme des vîteſſes du 1er point dans tout ſon Orbe ſera à la ſomme des vîteſſes du 2d dans le ſien, comme la racine de la diſtance moyenne du 2d au Foyer ſera à la racine de la diſtance moyenne du 1er; & delà s'enſuivra la 2de Règle de Kepler, modifiée comme elle a dû l'être en paſſant du Cercle dans l'Ellipſe.

Ce qui rend un Tourbillon Elliptique, c'eſt l'inégalité de la compreſſion des Tourbillons voiſins qui agiſſent ſur lui en faiſant effort pour s'étendre. Il ſeroit preſque contraire à la Phyſique, que cette compreſſion pût jamais être égale de tous côtés. Ainſi on peut compter que tous les Tourbillons ſont plus ou moins Elliptiques pour s'accommoder tous enſemble par cette figure, & comme de concert, aux differens degrés de force dont chacun eſt pouſſé par ceux qui l'environnent.

Tout ce que M. Newton a tiré de ſon Attraction ou Force Centripete combinée avec la Force Centrifuge, ſe tire auſſi de la Force Centrifuge, en ſubſtituant, au-lieu de la Centripete, les appuis fixes qu'un Tourbillon ſe fait ſur tous les Tourbillons voiſins, & qui peuvent tenir la place de forces agiſſantes, ſelon

ſelon que l'enſeigne la Méchanique. M. l'Abbé de Molieres conſerve donc toute la belle Théorie de M. Newton, ſeulement il la rend en quelque ſorte moins Newtonienne, en la dégageant de l'Attraction, & en la tranſportant dans le Plein. Ce Plein où elle n'eſt pas née, lui étant rendu, elle n'a plus beſoin de l'Attraction, & ce n'eſt pas là un malheur pour elle.

CEtte année le même M. le Clerc de Buffon, dont nous avons déja parlé ci-deſſus *, apporta à l'Académie la Solution d'un Problême qu'il s'étoit propoſé, & qui demandoit une fine Méchanique.

Un fil ſuſpendu à un point immobile par ſon extrémité ſupérieure, & chargé à l'autre d'un Plomb, étant mis en mouvement, & faiſant une vibration, rencontre par un de ſes points moyens quelconque un Clou poſé dans le plan vertical où ſe fait la vibration. Il paſſe au-delà, mais ſeulement par ſa partie interceptée entre le Clou & le Plomb, & cette partie décrit un arc de Cercle, dont elle eſt le rayon, & le Clou, le centre. Il eſt évident que le fil a frappé le Clou avec une certaine force, & cela parce que le fil porte un Plomb; car autrement, où il ne ſe ſeroit ſeulement pas mis en vibration, ou il n'auroit fait ſur le Clou qu'une impreſſion phyſiquement nulle. La force de l'impreſſion ſur le Clou peut être plus ou moins grande, ce qui eſt viſible, n'y eût-il d'autre principe de variation que le plus ou le moins de vîteſſe dont le fil ou Pendule eſt ſuſceptible; mais il y en a encore d'autres que les Géometres appercevront bien, & que nous allons détailler. M. le Clerc demande en quel cas il arrive-

* p 59.

ra

ra qu'un fil, dont la longueur & le Plomb qu'il porte ſont donnés, frappera avec la plus grande force poſſible le Clou qu'il rencontrera.

Le Plomb tend le fil autant qu'il peut être tendu par ce poids déterminé, & c'eſt cette tenſion qui le rend capable de faire une impreſſion ſur le Clou. Mais le Plomb ne tend le fil, autant qu'il le peut tendre, que quand il le tire ſelon ſa longueur, & il ne le tire ſelon cette direction que quand le fil eſt vertical; dans toutes ſes autres poſitions, l'action du Plomb, qui eſt toujours néceſſairement verticale, eſt oblique à la longueur du fil, & par conſéquent le tend moins.

Une ſeconde cauſe de la tenſion du fil eſt la force centrifuge que le Plomb a néceſſairement, puiſqu'il décrit des arcs de Cercle, d'abord autour du point de ſuſpenſion du fil, enſuite autour du Clou, devenu le centre d'un Cercle que nous nommerons le *ſecond*. Dans l'un & l'autre cas la force centrifuge tire toujours le fil ſelon ſa longueur, puiſqu'elle tend à éloigner ſon extrémité inférieure de la ſupérieure, qui eſt le centre du mouvement, & à cet égard elle eſt une force conſtante; mais elle peut d'ailleurs varier à l'infini par la vîteſſe, à laquelle elle eſt toujours proportionnée.

Plus la vîteſſe de la vibration du Plomb, avant que le fil rencontre le Clou, ſera grande, plus le ſera auſſi la vîteſſe du Plomb, lorſqu'il décrira un arc du 2^d^ Cercle, & plus par conſéquent il tendra le fil par ſa force centrifuge. Plus cette même vîteſſe du Plomb ſera grande, plus il décrira une grand arc du 2^d^ Cercle, ce qui eſt clair; & par conſéquent un plus grand arc de ce Cercle décrit par le Plomb,

Plomb, marque que le Clou a été frappé avec plus de force. Quand l'aura-t-il été avec la plus grande force poſſible? Il faut d'abord que le Clou ait été non-ſeulement dans le plan vertical de la vibration, ce qui eſt néceſſaire afin qu'il ſoit rencontré, mais qu'il ait été dans la ligne verticale tirée par le point de ſuſpenſion du fil ou Pendule, puiſque c'eſt dans cette ligne que le Pendule a ſa plus grande vîteſſe poſſible. Enſuite il eſt certain que ſi le Plomb décrit une moitié entiere du 2d Cercle, auquel cas le fil eſt replié verticalement ſur lui-même, le Clou aura été frappé avec plus de force que ſi un arc moindre que cette moitié avoit ſeulement été décrit. Mais eſt-ce alors bien ſurement que la vîteſſe a été la plus grande poſſible? n'auroit-elle pas été plus grande, ſi le Plomb avoit décrit plus de la moitié du 2d Cercle, ſi le fil arrivé à ſe replier ſur lui-même avoit paſſé au-delà? la vîteſſe auroit ſans doute été plus grande, mais non pas l'impreſſion du fil ſur le Clou; on verra aiſément que juſqu'à ce que le fil vienne à ſe replier ſur lui-même, il pouſſe toujours le Clou en même ſens, après quoi, s'il va plus loin, il le pouſſe en ſens contraire, & affoiblit par conſéquent ſa premiere impreſſion.

En même tems le Plomb agiſſant préciſément comme poids pour tendre le fil, ne peut agir que ſelon ſa longueur, puiſque le fil replié ſur lui-même eſt alors vertical; & par conſéquent les deux cauſes qui lui donnent cette tenſion, qui fait toute ſa force, ſont alors dans leur degré le plus avantageux, & elles ſont les ſeules dont l'effet propoſé dépende.

Il reſte à ſavoir quelle eſt la vîteſſe néceſſaire

ſaire au Pendule, afin que cet effet arrive, car on voit bien qu'il en faut une bien préciſe & bien juſte. Le fil doit en avoir aſſez pour ſe replier ſur lui-même après la rencontre du Clou, & il ne doit pas en avoir davantage. Juſque-là le ſeul raiſonnement ſans Algebre, la ſeule analyſe métaphyſique des Cauſes & de leurs actions, nous a conduits à la Solution de M. le Clerc: mais on ne peut plus faire le dernier pas ſans Algebre, & on le fait très aiſément par ſon ſecours. Il réſulte des expreſſions & des calculs qu'elle donne, que pour la vîteſſe requiſe il faut que le Plomb tombe d'une hauteur verticale qui ſoit au rayon du 2d Cercle qui ſera décrit, ou, ce qui eſt le même, à la partie du fil compriſe entre le Clou & ſon extrémité inférieure, comme 17 eſt à 2.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Camus ſur la figure des Dents des Roues & des Ailes des Pignons dans l'Horlogerie.

† L'Ecrit de M. de la Condamine ſur une nouvelle maniere d'obſerver en Mer la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXXIII.

I. UNE Machine à nettoyer les Ports de Mer*, & les grands Canaux, propoſée par M. Guyot, Préſident au Grenier à Sel à Verſailles. Deux Bateaux, de ceux qu'on

* V. les M. p. 165. † V. les M. p. 602.

qu'on nomme *Chalans*, accolés enſemble, portent deux grandes Roues à tambour, chacun la leur, montées ſur un même axe, dans leſquelles des hommes entrent pour les faire tourner. Leur mouvement fait d'abord deſcendre au fond de l'eau une grande Cuillier en forme de Caiſſe, qui va ſe charger de la Vaſe; après quoi le même mouvement des Roues, mais en ſens contraire, la fait remonter pour s'aller décharger dans un troiſieme Bateau. Entre les deux mouvemens la Cuillier a labouré au fond de l'eau, tirée par une corde attachée à l'extrémité de ſon Manche, & qui agiſſoit par un Cabeſtan poſé à terre. Pendant ce tems-là les Roues n'alloient point, & tout ſuivoit le mouvement de la Cuillier. S'il ſe trouve qu'à cauſe de ſa forme elle ne laboure pas aſſez quand elle trouvera des fonds d'un peu de conſiſtance, & qu'elle gliſſe deſſus, comme on l'a craint, l'Auteur pourra changer cette forme. Du reſte il a paru que l'invention étoit ingénieuſe, & pouvoit être utilement employée.

II. Un Pont-levis de M. Galon, tout different des autres, en ce qu'il faut lever celui-ci pour paſſer le Foſſé, & l'abaiſſer dans le Foſſé pour en empêcher le paſſage: les Baſcules qui le mettent en équilibre, & le font mouvoir, ſont couchées horizontalement à l'entrée du Pont, lorſque le paſſage eſt libre, & verticales, quand il ne l'eſt pas. On l'a jugé plus commode, en ce qu'il ne cache point la vue de la Campagne, ni la Façade de la Maiſon; ce qui a été l'objet de l'Auteur pour les Châteaux & les Maiſons des Particuliers. Les Baſcules peuvent même dans leur ſituation horizontale ſervir de Bancs, &

dans

dans la verticale, ce ſeront, ſi l'on veut, des Pilaſtres, qui feront un ornement.

III. Une eſpece de Hauſſe-col pour obliger les Enfans à porter la tête droite, inventé par M. des Hayes, Maitre à danſer, & qui a paru plus commode qu'aucun de ceux qu'on a employés juſqu'à préſent; & une Machine du même, pour obliger les Enfans cagneux à tourner leurs pieds en dehors, que l'on a trouvée ingénieuſe & utile.

IV. Une Machine de M. Peilhou de Faret pour faire aller les grands Soufflets des Fourneaux de Mine de Fer, dans les tems où l'Eau, que l'on y employe, vient à manquer, ce qui n'arrive que trop ſouvent. Des Chevaux, en faiſant tourner une grande Roue, ſeront le principe du mouvement, qui diſtribué enſuite dans les differentes parties de la Machine ſelon les directions néceſſaires, ſe termine à faire baiſſer par le moyen de certains Leviers les Tables ſupérieures ou *volées* des Soufflets, après quoi d'autres Leviers correſpondans relevent ces mêmes Tables, ce qui fait le jeu alternatif qu'on demandoit. On a jugé que cette Machine pouvoit être très utile. L'Auteur l'a même diſpoſée à pouvoir ſervir lorſque l'on auroit aſſez d'eau.

V. Une eſpece de Volant, par lequel M. Bouvet connoiſſant la vîteſſe & la direction du Vent, & les comparant enſuite au chemin du Vaiſſeau, en tire la connoiſſance des Courans. Quoiqu'on ait prévu beaucoup de difficultés dans la pratique de cet Inſtrument, on a reconnu que la Méthode étoit ingénieuſe, & marquoit dans l'Auteur de l'application & du ſavoir.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRE'S DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences,
De l'Année M. DCCXXXIII.

REMARQUES
SUR UN ENFANT NOUVEAU-NÉ,
Dont les Bras étoient difformes.

Par M. PETIT le Médecin. *

M. GREGOIRE, célèbre Accoucheur, & Me. Chirurgien Juré à Paris, me remit entre les mains, il y a quelques années, un Enfant dont les Bras étoient difformes, pour le faire voir à l'Académie. C'eſt ce que je fis le lendemain. J'y démontrai tout ce qu'il y avoit de particulier dans la Poitrine, & quel-

* 10 Janvier 1733.

quelques jours après, j'y apportai les Bras diſſéqués, où je fis voir ce qu'il y avoit de remarquable dans les Muſcles & dans les Os.

Le Mémoire que je vais lire, eſt fait il y a plus de 6 ans; j'ai héſité de le donner à l'Académie, parce qu'il me paroiſſoit que nous avions déja un aſſez bon nombre de Deſcriptions d'Enfans & de Fœtus monſtrueux. Je l'avois comme abandonné: néanmoins l'ayant trouvé il y a quelque tems dans mes Portefeuilles, je l'ai examiné de nouveau, j'y ai joint pluſieurs choſes nouvelles que j'ai découvertes dans d'autres Fœtus que j'ai diſſéqués, & qui ont du rapport à celles que j'ai vues dans notre Enfant difforme, & qui peuvent rendre mon Mémoire intéreſſant.

Je me ſuis propoſé deux choſes dans ce Mémoire; la premiere, de rapporter les ſingularités que nous avons trouvées dans la Poitrine, & qui ont été la cauſe d'une mort ſi prompte, puiſqu'il n'a vêcu que trois ou quatre minutes après ſa naiſſance; la ſeconde, de donner l'anatomie de ſes deux Bras difformes.

J'examinai d'abord les parties externes de ſon corps, je n'y trouvai rien d'extraordinaire; il n'y avoit aucune contuſion, il ne paroiſſoit par aucun endroit que l'Enfant eût ſouffert dans la matrice, ni au paſſage. L'accouchement avoit été prompt. Je m'apperçus ſeulement qu'il avoit la poitrine fort courte; cela m'engagea d'en meſurer les dimenſions. Elle n'avoit que 2 pouces de hauteur depuis la partie ſupérieure du Sternum juſques à ſa par-

partie inférieure, 2 pouces 10 lignes d'épaiſſeur depuis la partie inférieure du Sternum juſques à la partie poſtérieure des dernieres vertebres du dos, 3 pouces 8 lignes de largeur d'un côté à l'autre meſuré à l'endroit des dernieres fauſſes côtes, & 2 pouces 6 lignes d'un côté à l'autre meſuré ſur les côtés des deux premieres côtes ſupérieures.

Cet Enfant avoit 21 pouces de longueur depuis le ſommet de la tête juſqu'au deſſous du talon: c'eſt la longueur ordinaire de la plupart des Enfans nouveau-nés à terme.

J'ai obſervé que dans ces Enfants nouveaunés à terme, qui avoient 21 pouces de longueur, la hauteur de leur poitrine meſurée ſur le Sternum étoit de 2 pouces 8 lignes, juſques à 3 pouces, ce qui fait une différence du quart ou du tiers, quoique les autres dimenſions de leur poitrine ne fuſſent pas différentes de celles de notre Enfant difforme.

J'ai encore remarqué que tous les Enfans nouveau-nés à terme, qui n'avoient que 14, 15 à 16 pouces, n'avoient leur poitrine que de 2 pouces de hauteur, meſurée ſur le Sternum; mais les autres dimenſions étoient à proportion plus petites que celles de notre Enfant difforme.

Je fis l'ouverture de la poitrine, nous examinames le cœur, les poumons & la liqueur contenue dans les deux côtés de cette poitrine.

Nous remarquames d'abord que le cœur, qui naturellement eſt dans une ſituation oblique, comme l'ont très bien remarqué Veſale, Lower, & Euſtachius, étoit poſé tout-

à-fait tranſverſalement ſur le diaphragme. On obſerva même que le diaphragme n'avoit pas autant de convexité dans la poitrine qu'il en a pour l'ordinaire, le cœur le pouſſoit, pour ainſi dire, vers le bas-ventre, ſans quoi la poitrine n'auroit pu contenir le cœur, & les autres parties qu'elle renferme, puiſqu'elle avoit trop peu de hauteur, ce qui va du moins au quart, comme je l'ai déja dit.

Après cela on ne doit pas s'étonner ſi la veine cave étoit fort courte depuis le cœur juſques au diaphragme; elle n'avoit que 2 lignes de hauteur, elle en a trois juſqu'à 3 ½ dans les Enfans de 21 pouces de longueur. Elle avoit 6 lignes ½ de diametre, elle n'en a pour l'ordinaire que 2 ou 2 ½. La veine cave ſupérieure avoit 3 lignes de diametre, ce qui eſt naturel; mais elle n'avoit que 5 lignes de longueur, elle en a ordinairement 8 ou 10.

Le trou ovale étoit dans ſon état naturel; l'oreillette & le ventricule droit étoient gorgés de ſang, il y en avoit peu dans l'oreillette gauche & le ventricule gauche, nous en verrons la raiſon en parlant des poumons. *

Le canal de communication avoit 4 lignes de diametre du côté de l'aorte, & 4 lignes ½ du côté de l'artere pulmonaire; & il n'a ordinairement que 3 lignes de diametre dans toute ſa longueur.

Les poumons étoient differens l'un de l'autre. Celui du côté droit étoit rouge-pâle, gonflé, comme ſont ordinairement les poumons qui ont

* *Page* 8.

ont reſpiré. Le côté gauche étoit d'un rouge-brun, comme ſont ceux des Fœtus qui n'ont pas encore reſpiré; ce qui marquoit aſſez que l'Enfant avoit reſpiré par le poumon droit, dans lequel l'air étoit entré, mais qu'il n'avoit pu s'introduire dans le poumon gauche. Quoique cette preuve ſoit aſſez évidente, j'ai voulu la confirmer par une expérience connue. J'ai coupé un petit morceau du côté droit du poumon, je l'ai jetté dans un baſſin plein d'eau, ſur laquelle il a nagé. J'ai coupé un morceau du côté gauche, je l'ai jetté dans la même eau, il eſt tombé au fond; ce qui eſt une ſeconde preuve que l'air n'eſt point entré dans le côté gauche du poumon.

Le côté droit du poumon étoit plus gros & plus gonflé que le gauche, parce qu'il y étoit reſté de l'air, & c'eſt ce qui le faiſoit nager ſur l'eau. Lorſque l'air eſt une fois entré dans les poumons, il n'en reſſort plus totalement par l'expiration.

J'avois d'abord cru que l'air qui reſte dans les poumons & qui ſe loge dans les interſtices des lobules, n'en pouvoit plus reſſortir par aucun moyen avec la même facilité qu'il y eſt entré. L'expérience ſuivante m'avoit induit dans cette erreur.

J'ai ſoufflé des poumons d'un Fœtus qui n'avoit pas reſpiré; j'en ai coupé des morceaux, je les ai preſſez en tout ſens avec mes doigts pour en faire ſortir tout l'air; & malgré la quantité de paſſages que j'ai faits à l'air par l'endroit où j'ai coupé les morceaux, & qui avoit beaucoup de ſurface, je n'ai pu

en exprimer tout l'air ; ils ont toujours nagé ſur l'eau : mais j'ai fait d'autres expériences qui m'ont fait changer de ſentiment.

J'ai mis un jeune Lapin vivant, de trois jours de naiſſance, dans la machine du Vuide. Je l'ai laiſſé expirer, je lui ai ouvert la poitrine, j'en ai ôté les poumons que j'ai trouvés très affaiſſés, & ſemblables aux poumons d'un Fœtus qui n'a pas reſpiré. J'ai coupé un morceau de ce poumon, je l'ai jetté dans l'eau ; il eſt tombé au fond ; ce qui prouve que l'air qui entre dans les interſtices des lobules, paſſe par quelques détours, & en reſſort facilement lorſqu'il vient à être dilate dans la machine.

J'ai ſoufflé dans ce poumon, qui étant jetté dans l'eau a nagé deſſus. Je l'ai mis dans le Vuide, je l'en ai retiré, il eſt tombé au fond de l'eau. Cela m'a fait juger que lorſque l'on preſſe les morceaux de poumons avec les doigts, l'on comprime en même tems les détours par où paſſe l'air dans les interſtices, ce qui l'empêche d'en ſortir ; mais l'air, en ſe dilatant, ouvre facilement ces paſſages dans le Vuide.

M. de Poliniere, très habile Phyſicien, vint chez moi dans le tems que je faiſois cette expérience. Il me dit que je n'étois pas le premier qui l'a imaginée, & qui l'a faite. J'ai trouvé effectivement qu'elle a été faite par M. Gnide Docteur en Médecine, ſur un Chat qu'il avoit mis dans le Vuide, & ayant coupé un morceau de ſon poumon, il a été au fond de l'eau. Il a rapporté cette expérience dans une brochure imprimée en 1674.

Il

Il s'agit préſentement de découvrir la cauſe qui a empêché que le poumon gauche n'ait reçu l'air en même tems que le droit. Je n'ai pour cela eu que la peine d'ouvrir la trachée artere & les bronches. J'ai trouvé la trachée ronde, elle avoit une ligne ½ de diametre, elle étoit enduite d'une humeur dont je parlerai dans la ſuite de ce Mémoire. Cette humeur ſe trouve naturellement dans la trachée artere, & dans les bronches des Fœtus; elle eſt ordinairement fluide, mais elle étoit très épaiſſe & très viſqueuſe dans notre Enfant difforme. Le tronc gauche de la trachée en étoit entierement rempli juſques à ſa diviſion dans le poumon, Elle s'y étoit engagée par ſa viſcoſité, & par quelque diſpoſition particuliere que je n'ai pu découvrir, qui ſans doute ne ſe trouvoit pas dans le poumon droit, & qui a empêché l'air de paſſer dans le poumon gauche.

Lorſque le Fœtus eſt ſorti de la matrice, & que ſa poitrine & ſon bas-ventre ne ſont plus comprimés par les eaux, par la matrice & par les muſcles de l'abdomen, les eſprits animaux qui coulent inceſſamment dans les muſcles de la reſpiration, & qui tendent toujours à les mettre en contraction, n'ayant plus cette réſiſtance à vaincre, produiſent leur action; ils mettent les muſcles en contraction, la poitrine s'éleve & ſe dilate, l'air s'introduit par ſon reſſort dans le poumon qui, par ſon gonflement, remplit l'eſpace qui ſe forme dans la poitrine à meſure qu'elle ſe dilate, & produit la premiere inſpiration *. Mais

* *Voy. Morg. Adv. 5. p. 46. qui eſt d'un ſentiment différent.*

ſi le paſſage de l'air dans les poumons ſe trouve bouché, il ne peut s'y introduire; ainſi le côté gauche du poumon n'a pu remplir l'eſpace du même côté de la poitrine, puiſqu'il n'a pu ſe gonfler: d'où l'on peut ſoupçonner que le côté droit du poumon s'eſt dilaté au-delà de ſon état naturel. Il a été ſans doute pouſſé vers le côté gauche, & a fait reculer le péricarde, le cœur & le médiaſtin: pour-lors les vaiſſeaux de ce poumon ſe ſont trouvés trop allongés, & en même tems très comprimés par l'air, de maniere que le peu de ſang qui y circuloit auparavant, n'y a plus trouvé un paſſage aſſez libre; le ſang qui s'eſt porté dans le poumon gauche n'a pu dilater les vaiſſeaux, parce que les véſicules pulmonaires n'étoient point gonflées d'air, elles étoient encore affaiſſées les unes ſur les autres; le ſang s'eſt engorgé dans le tronc de l'artere pulmonaire. Voilà donc le ſang arrêté dans le ventricule droit & dans l'oreillette droite, qui ſe ſont gonflés extraordinairement. L'oreillette droite n'a pu recevoir le ſang qui lui venoit de la veine cave, de l'azygos & des intercoſtales; & c'eſt, autant que je l'ai pû conjecturer, une de ces dernieres qui s'eſt ouverte, n'ayant pu réſiſter à la trop grande dilatation que le ſang lui avoit cauſée: ce ſang s'eſt épanché dans le côté gauche de la poitrine, & s'eſt mêlé avec la liqueur qui y étoit; ce vaiſſeau s'eſt ouvert avec d'autant plus de facilité qu'il n'y avoit ni air ni partie qui pût le comprimer, & s'oppoſer à l'extenſion des vaiſſeaux de ce côté-là; car quoique le poumon droit ſe ſoit gonflé au-delà

de

de ſon état naturel, il ne pouvoit pourtant remplir tout le vuide qui tendoit à ſe former dans le côté gauche. Pluſieurs choſes s'y oppoſoient : le péricarde & le médiaſtin joints à la réſiſtance que faiſoient les membranes du poumon du côté droit, qui empêchoit une plus grande dilatation que celle qu'il avoit reçue : le péricarde ne pouvoit être pouſſé que juſques à un certain point, à cauſe de toutes ſes attaches avec le diaphragme & les autres parties qui l'environnent : le médiaſtin n'avoit pu beaucoup s'étendre, parce qu'il eſt fort étroit devant & derriere le péricarde. Toutes ces réſiſtances jointes à celles des membranes du poumon, ont empêché une plus grande dilatation.

Voilà des cauſes aſſez particulieres de la mort de cet Enfant : la poitrine étant d'ailleurs trop petite ne pouvoit lui donner aſſez d'eſpace pour la dilatation entiere des deux poumons ; & quand même la poitrine auroit été dans ſon état naturel, le ſeul engorgement arrivé dans les bronches du côté gauche par la matiere trop viſqueuſe, devoit faire périr cet Enfant peu de tems après ſa naiſſance.

Pour donner plus de jour à ce que je viens de dire, il faut prendre garde qu'il y a une liqueur qui remplit naturellement la trachée artere & les bronches du Fœtus, comme je l'ai dit ci-deſſus. Je crois être le premier qui ait fait cette obſervation. Je me ſuis imaginé qu'il devoit y avoir dans toutes les cavités de notre corps une liqueur ou quelque autre matiere qui les remplit, qui les forme,

& qui les dilate peu-à-peu. C'eſt principalement dans les canaux & les vaiſſeaux qu'il y a de la liqueur. J'ai donc cru qu'il devoit y en avoir dans la trachée artere. Je l'ai trouvée dans les Fœtus humains, & dans les animaux à quatre pieds. Cette liqueur eſt la même que celle qui ſe filtre inceſſamment dans le vivant par une infinité de glandes cachées ſous la membrane, dont la partie interne de la trachée & les bronches ſont revêtues. Elle humecte la trachée artere, les bronches & les parois des cellules, & les garantit de la ſechereſſe que l'air y produiroit en paſſant & repaſſant par le poumon. L'air enlève cette liqueur, il en diſſipe la partie la plus aqueuſe, & ce qui reſte eſt pouſſé dehors par l'expectoration.

Mais dans le Fœtus cette liqueur ne ſe diſſipe point par le paſſage de l'air, qui n'entre point dans les poumons; elle augmente tous les jours & contribue à l'augmentation de la capacité de la trachée artere, des bronches & des cellules du poumon.

On demandera peut-être, & c'eſt une queſtion que je me ſuis faite à moi-même, comment l'air peut entrer dans les poumons à la premiere inſpiration, puiſque la trachée artere & les bronches ſont remplies de cette liqueur.

Pour avoir une idée bien claire de ce que je vais dire pour expliquer ce Phénomene, il faut ſe reſſouvenir que la trachée artere eſt formée pour l'ordinaire de 20 ou 21, quelquefois 17, 18 & 19 anneaux cartilagineux, & dont le cartilage ne fait pas un cercle complet,

plet, ce que l'on voit dans la premiere Figure qui repréſente un anneau cartilagineux d'un Homme. * *F* eſt la partie antérieure, *G* eſt la partie où le cartilage manque, mais il eſt remplacé par des membranes & des fibres à reſſort ou charnues. Il faut encore prendre garde que dans le Fœtus & l'Enfant nouveau-né qui n'a pas reſpiré, le canal de la trachée artere eſt très petit *H*, parce que les fibres muſculeuſes qui ſont à la partie poſtérieure interne de la trachée artere, ſont dans une plus grande contraction que dans ceux qui ont reſpiré. Leur uſage dans ceux qui reſpirent eſt de reſſerrer la trachée artere dans l'expiration, & en ſe relâchant dans l'inſpiration elles laiſſent à la trachée artere la facilité de ſe laiſſer dilater: mais étant ordinairement dans une grande contraction dans le Fœtus, elles approchent les extrémités de chaque anneau, de maniere qu'ils ſe touchent dans quelques Fœtus, & dans d'autres ils ſont tant ſoit peu écartés; ce qui eſt rare dans ceux qui n'ont pas reſpiré. J'y ai trouvé pour-lors une plus grande quantité de liqueur, qui a peut-être contribué à cet écartement. Ceux dont les extrémités des anneaux ſont près les unes des autres, ſe touchent ſimplement par leurs extrémités; quelquefois par une longue ſurface, & pour-lors ils ſont recourbés en dehors, *DD*.

De tous ces anneaux les uns ſont ronds, *AB*, les autres ovales ou à peu près ovales *C*, *D*; ceux-ci ſont comprimés ou de devant en derriere *C*, ou par les côtés, principale-

* Fig. 1.

ment ceux dont les extrémités des anneaux ſont recourbées en dehors *D*.

Tous les anneaux qui ſont ronds n'ont guere qu'une ligne ou une ligne $\frac{1}{2}$, & quelquefois une ligne $\frac{3}{4}$ de diametre, *A*, *B*, dans leurs cavités, ce qui eſt bien rare; ceux qui ſont ovales, ce qui eſt le plus ordinaire, ont 2 lignes de grand diametre & demi-ligne de petit diametre, quelquefois une ligne, *C*, *D*.

Ces anneaux dans le Fœtus ſont preſſés les uns contre les autres, parce que la tête eſt panchée ſur la poitrine, qui eſt la ſituation naturelle, non ſeulement de tous les Fœtus humains dans la matrice, mais encore de la plupart des animaux à quatre pieds, & même des oiſeaux: ce qui contribue ſans doute à preſſer l'épiglotte contre la glotte, & à empêcher que la liqueur contenue dans la trachée artere n'en ſorte, quoique pouſſée par le reſſort des anneaux & des fibres muſculeuſes qui ſont à la partie interne & poſtérieure du larynx.

L'on ſait que la trachée artere ſe diviſe en deux troncs dont la ſtructure eſt toute ſemblable à celle de la trachée, tant par rapport aux anneaux que par rapport aux fibres & aux membranes qui les compoſent; mais cette ſtructure change auſſi-tôt que ces troncs entrent dans les poumons, où ils ſe diviſent en une infinité de branches & de rameaux qui ne ſont pas formés par des anneaux, mais par pluſieurs cartilages petits & irréguliers, qui ne forment pas des cercles. Ils ſont attachés les uns aux autres par des membranes dont les fibres à reſſort les rapprochent de maniere

maniere les uns des autres, qu'une partie de leur ſurface s'applique l'une ſur l'autre, & ſe retréciſſent lorſque les poumons ſont affaiſſés.

La plupart des Anatomiſtes ont appellé *bronches* les deux troncs de la trachée; ils ont donné le même nom aux branches de ces troncs qui ſe diſtribuent dans les poumons : néanmoins leur ſtructure eſt bien différente, comme nous venons de le voir, ce qui cauſe des équivoques qui les font ſouvent confondre les uns avec les autres. On peut les appeller ſimplement *troncs de la trachée*, comme ont fait Willis & d'autres Anatomiſtes. J'aimerois mieux les nommer *bronches trachéales*, parce qu'elles ont la même ſtructure que la trachée artere, & qu'elles ſont hors du poumon; & appeller celles qui ſe diſtribuent dans les poumons, *bronches pulmonaires*.

Les cartilages qui compoſent les bronches pulmonaires ſont ſéparés dans le Fœtus les uns des autres à leur ſurface par une très petite quantité de liqueur qui ſuffit pour les humecter, & entretenir la cavité; ce dont on peut ſe convaincre par la diſſection du poumon du Fœtus. L'on y verra encore que les cellules n'ont que très peu de cavité à proportion de celle qu'elles acquierent par la reſpiration : leurs membranes ſont non ſeulement comprimées les unes ſur les autres, elles ſont encore repliées ſur elles-mêmes.

Il faut préſentement prendre garde que lorſque l'Enfant ſort du ventre de la mere, il releve la tête, ou du moins on a ſoin de la lui relever, & pour-lors la trachée artere

s'allonge, ce qui n'a beſoin d'autres preuves que celles que l'on peut faire ſur ſoi-même: on n'a qu'à porter les doigts ſur ſa trachée, puis baiſſer le menton ſur la poitrine, on ſent baiſſer la trachée artere, & on la ſent allonger en relevant la tête. On peut auſſi s'en convaincre, comme j'ai fait, en découvrant la trachée artere d'un cadavre, & en portant ſa tête ſur la poitrine.

L'air qui entre dans la trachée artere, & les poumons, dans la premiere inſpiration, dilate cette trachée artere, les bronches & les cellules.

La trachée artere s'élargit, comme je l'ai dit, par l'extenſion des fibres muſculeuſes tranſverſes, qui ſont à la partie poſtérieure interne de cette trachée. On peut s'aſſurer de ce fait en découvrant la trachée artere d'un Fœtus, & après avoir ouvert la poitrine, ſouffler dans cette trachée; on la verra d'autant plus s'élargir qu'on ſoufflera plus de fois.

Voici une preuve de cet élargiſſement par la reſpiration. Le 11 Juillet 1726, une Femme étant accouchée à terme de deux Enfans jumeaux mâle & femelle, le mâle mourut après quelques mouvemens de reſpiration. On me l'apporta: cet Enfant avoit ſeulement 14 pouces de longueur depuis le ſinciput juſqu'au talon; ce ſont les deux tiers de la longueur ordinaire des Enfans nouveau-nés, & il n'étoit pas la moitié ſi gros. La trachée artere de cet Enfant avoit 2 lignes de diametre de droit à gauche dans ſa cavité, & demi-ligne de devant en derriere.

Trois

Trois jours après on m'apporta la ſœur jumelle de cet Enfant, qui avoit vécu juſques à ce tems-là. Elle étoit devenue maigre & n'avoit que 12 pouces de longueur, c'eſt 2 pouces de moins que ſon frere: toutes les autres parties étoient plus petites à proportion. Sa trachée artere avoit 2 lignes 2 tiers de droit à gauche dans ſa cavité, & 2 lignes de devant en derriere. L'on voit par cette obſervation que cette cavité étoit fort augmentée à proportion de celle de l'autre Enfant; leur difference étoit à peu près comme 1 à 5. *

Il eſt aiſé de voir, par tout ce que je viens de dire, 1°. Que la cavité de la trachée artere eſt très petite dans l'Enfant naiſſant. 2°. Qu'elle eſt la ſeule cavité des poumons qui contient quelquefois plus de liqueur qu'il n'en peut reſter ſur ſa ſurface interne après ſa dilatation. 3°. Que la premiere action de l'air qui entre dans la trachée, eſt de pouſſer vers les poumons la liqueur qu'elle contient, & de dilater en même tems la trachée, les bronches, & les véſicules. 4°. Que cette liqueur étant un peu viſqueuſe, laiſſe un enduit ſur les ſurfaces auxquelles elle s'attache. Cet enduit eſt plus épais que celui que feroit une autre liqueur qui ſeroit tout-à-fait liquide. 5°. Que s'il eſt reſté un demi-quart de ligne d'enduit ſur la ſurface interne de la trachée artere, l'air n'aura pouſſé que très peu de liqueur

* La premiere eſt un ovale de $\frac{11}{14}$ de ligne de ſuperficie de l'ouverture. La ſeconde eſt un ovale de 4 lignes $\frac{4}{21}$. Ces deux cavités ſont entre elles comme 33 à 176, ou à peu près comme 1 à 5.

queur dans les bronches de ceux qui auront la trachée artere comprimée de devant en derriere, comme étoit celle du Fœtus mâle jumeau dont je viens de parler, qui n'avoit qu'une demi-ligne de devant en derriere, quoiqu'il eût reſpiré. 6°. Que quand il y auroit 14 ou 16 grains de cette liqueur pouſſée dans les bronches & les véſicules, qui eſt la plus grande quantité que l'on peut ſuppoſer, elle y trouvera dequoi s'étendre même en plus grande quantité, pourvu qu'elle n'ait point trop de viſcoſité, & qu'elle puiſſe couler facilement. On n'aura pas de peine à ſe le perſuader, ſi l'on prend garde au grand nombre de bronches & de cellules du poumon, & à leur grande dilatation. On trouvera aiſément que leur ſurface interne étendue & multipliée eſt plus que ſuffiſante pour conſommer en enduit la liqueur pouſſée dans toutes les parties du poumon par l'air qui y entre dans les premieres inſpirations.

Je dis plus : quand il y auroit une plus grande quantité de liqueur qui après avoir produit un enduit ſur les ſurfaces intérieures du poumon, ſeroit capable de remplir un petit nombre de bronches pulmonaires & de cellules, le poumon s'en délivreroit bien vîte après quelques inſpirations & expirations. L'air qui ſe mêle avec cette liqueur, ne manque pas de l'entrainer avec lui en ſortant du poumon, ce qu'il eſt facile de remarquer dans quelques enfans nouveau-nés qui dégorgent peu à peu cette liqueur, qui ſort d'autant plus mouſſeuſe qu'elle a plus de viſcoſité.

Je vais prouver par l'expérience ſuivante, que

que cette liqueur ne doit jamais embarraſſer le poumon, à moins qu'elle ne ſoit trop viſqueuſe. Les trachées arteres les plus dilatées que j'aye trouvées dans les enfans mort-nés, & qui n'avoient pas reſpiré, n'avoient de cavité qu'une ligne $\frac{1}{4}$ au plus de diametre en tous ſens. Ces trachées avoient 12 lignes de longueur, chaque bronche trachéale avoit une ligne de diametre, & 2 lignes de longueur. Le tout bien calculé, on trouve 40 lignes cubes de cavité ou environ, qui contiennent au plus 9 grains de liqueur. J'ai après cela voulu reconnoitre la quantité de volume dont les poumons augmentoient dans les premieres reſpirations d'un Enfant nouveau né.

J'ai pris un Poudrier de verre qui peſoit 2 onces 4 dragmes 18 grains, je l'ai empli d'eau, le tout peſoit 12 onces 5 dragmes 60 grains; il contenoit donc 10 onces 1 dragme 42 grains d'eau. J'y ai plongé un poumon d'Enfant mort-né qui n'avoit pas reſpiré; j'ai peſé le vaſe avec l'eau qui reſtoit; j'ai trouvé qu'il s'eſt épanché une once 3 dragmes 12 grains d'eau. J'ai remis le poumon dans le poudrier, je l'ai ſoufflé, il s'eſt gonflé, & il a fait ſortir du poudrier encore 2 onces 1 dragme 60 grains d'eau. Il s'eſt donc formé, en ſoufflant dans ce poumon, des cavités capables de contenir cette quantité d'eau, qui diviſée par 9 grains que contient la trachée artere & les bronches trachéales, a donné pour quotient 143: ainſi ces poumons gonflés pouvoient contenir 143 fois, à très peu de choſe près, autant de liqueur que la trachée artere & les bronches trachéales en contiennent; ce qui

fait

fait que cette liqueur ne peut cauſer aucun embarras dans le poumon, pourvu qu'elle y coule facilement; car ſi elle ſe trouve trop viſqueuſe, enſorte qu'elle ne puiſſe couler, elle bouchera d'abord les bronches trachéales, & ne pourra entrer dans les bronches pulmonaires, comme il eſt arrivé à notre Fœtus difforme.

Pendant que j'étois en expérience, il m'a pris envie de m'aſſûrer de la quantité d'air qui étoit reſté dans le poumon après ſon affaiſſement. J'ai empli le poudrier d'eau, j'y ai plongé ce poumon, il s'eſt épanché une once 6 dragmes 26 grains, c'eſt 3 dragmes 14 grains de plus que lorſque j'ai plongé ce poumon la premiere fois, avant d'être ſoufflé: c'eſt preſque la 6me partie de l'air qui étoit entré dans le poumon.

Venons préſentement à la liqueur qui ſe trouve dans les deux côtés de la poitrine. Celle qui étoit dans le côté droit de cet Enfant étoit jaunâtre & fort liquide; on la trouve dans la poitrine de tous les fœtus & des nouveau-nés de l'homme, & des animaux à quatre pieds; elle eſt quelquefois ſans couleur, & reſſemble au blanc d'œuf battu & filtré par le papier gris; le plus ſouvent elle eſt plus liquide, & ne file point.

* Swammerdam l'a trouvée ſemblable à de la lavure de chair (elle n'étoit pas dans ſon état naturel) quelquefois en petite quantité, quelquefois en plus grande quantité. Je l'ai trouvée de même dans deux Fœtus qui paroiſſoient

* *Swammerd. de reſpir. ſect. 2. c. §. 4 & 6. c. 1.*

roiſſoient avoir ſouffert dans l'accouchement.

On en trouve ordinairement fort peu dans les Fœtus & les Enfans morts quelques jours après leur naiſſance, ſur-tout ſi on ne les diſſeque pas immédiatement après leur mort, parce qu'elle a été abſorbée dans les membranes. Dans notre enfant il y en avoit une plus grande quantité dans le côté droit que dans l'état naturel. La liqueur rouge qui étoit en quantité dans le côté gauche, n'étoit que la même liqueur mêlée de beaucoup de ſang qui s'y étoit épanché par l'ouverture d'un vaiſſeau de la poitrine, de la maniere dont je l'ai dit.

* On ne trouve pour l'ordinaire aucune liqueur dans la poitrine des animaux qui ont reſpiré quelque tems. Leurs poumons s'ajuſtent par leur molleſſe & leur flexibilité dans leur gonflement, de maniere qu'ils rempliſſent tous les eſpaces de la poitrine: mais dans le Fœtus le poumon eſt affaiſſé, il eſt ferme, il laiſſe quelque eſpace entre lui & les autres parties de la poitrine, & cet eſpace eſt rempli par la liqueur dont je viens de parler. Il me vint d'abord en penſée qu'elle pouvoit bien être produite par celle dont la trachée artere eſt remplie, & qu'une partie de cette liqueur, principalement la plus liquide, paſſoit à travers les membranes du poumon, & s'épanchoit dans la poitrine. Pour aſſûrer ma conjecture, je fis l'expérience ſuivante. Je pris le poumon avec le cœur d'un Fœtus de Vache qui n'avoit pas reſpiré; j'attachai à la trachée artere un tuyau, j'accommodai

* *Swammerd. de reſpir. ſect. 2. c. 1. §. 5.*

modai ce tuyau dans un goulot qui étoit à la partie ſupérieure d'un Récipient; enſorte que l'air extérieur pouvoit paſſer par ce tuyau dans le poumon qui pendoit dans le Récipient. Je mis ce Récipient ſur la Machine du Vuide, je mis de l'eau dans la trachée artere; je pompai l'air, le poumon s'eſt auſſi-tôt gonflé, la trachée s'eſt élargie, l'eau n'a point tranſudé à travers le poumon. J'ai encore mis de l'eau dans la trachée artere, mais il n'en a point paſſé, ce qui auroit dû arriver avec d'autant plus de facilité, que l'eau eſt pouſſée avec aſſez de force par l'air extérieur, lorſque l'on pompe celui du Récipient. Il faut bien prendre garde que le poumon ne ſoit point déchiré, ou ne ſe déchire par aucun endroit pendant l'expérience. J'y ai été trompé une fois; j'ai vu l'eau couler à l'extérieur du poumon, mais ayant réitéré cette expérience avec beaucoup de précaution, il ne s'eſt point écoulé d'eau.

Il m'a donc fallu chercher une autre ſource à la liqueur qui ſe trouve naturellement dans la poitrine des Fœtus. Je n'en vois point de plus problable que le thymus; je ſuis entré d'autant plus volontiers dans cette penſée, que l'on voit que le thymus ſe trouve dans l'une & dans l'autre cavité de la poitrine, qu'il eſt beaucoup gros à proportion dans le Fœtus que dans ceux qui reſpirent: ceux-ci n'ont pas beſoin d'une ſi grande quantité de cette liqueur qui ne ſert qu'à humecter les parties externes des poumons, & les autres membranes de la poitrine. Les poumons par leurs gonflemens compriment avec force à cha-

chaque inſpiration les glandes du thymus, preſſent les vaiſſeaux qui les compoſent les uns contre les autres, & par ce moyen elle empêche non ſeulement l'augmentation de cette partie, mais même elle en diminue le volume. Si l'on ne trouve point de cette liqueur dans la poitrine de ceux qui ont reſpiré, c'eſt qu'elle eſt reſorbée peu-à-peu par les membranes avec d'autant plus de facilité, que dans la reſpiration elle eſt pouſſée & preſſée par les poumons ſur la pleure.

Tout ce que je viens d'avancer ſur l'uſage du thymus doit paſſer tout au plus pour une conjecture aſſez vrai-ſemblable, mais qui ne paroît pas encore bien démontrée.

Venons préſentement à la difformité des Bras. Elle étoit égale dans l'un & dans l'autre ; ils étoient bien nourris comme tout le reſte du corps, fort gras & potelés. Leur circonférence étoit de 3 pouces 10 lignes ou environ dans toute la longueur du bras depuis l'épaule juſqu'au commencement de l'avant-bras, mais diminuant peu-à-peu ; ils n'avoient que 3 pouces 3 lignes près du poignet.

* Ces bras étoient longs de 4 pouces 8 lignes depuis l'articulation de l'os du bras avec l'omoplate juſqu'au poignet ou carpe. Chacun de ces bras ne paroiſſoit d'abord compoſé que d'un ſeul os pour le bras & l'avant-bras, mais en les examinant plus particulierement, j'ai trouvé qu'ils étoient compoſés de deux os qui n'avoient qu'un mouvement très obſcur, quoiqu'il y eût une articulation, comme

* Fig. 2.

comme nous le verrons dans la ſuite de ce Mémoire.

* La main étoit jointe à la partie latérale antérieure de l'extrémité de l'avant-bras, & renverſée de maniere qu'elle formoit avec l'avant-bras un angle aigu; elle avoit un mouvement manifeſte, mais de peu d'étendue.

Cette main n'avoit que quatre doigts d'une conformation naturelle dans leur longueur, leur groſſeur & leur articulation; il n'y avoit point de pouce, les doigts étoient pliés dans la main. L'indicateur & celui du milieu étoient dans le creux de la main, l'annulaire & le petit doigt étoient par-deſſus, & ſe croiſoient avec eux. Cette main avoit 2 pouces 4 lignes de longueur en étendant les doigts, comprenant le carpe: elle avoit un pouce de largeur.

Voici ce que j'ai remarqué dans la diſſection de ces Bras. Le ſus-épineux, le ſous-épineux, le ſous-ſcapulaire, le grand rond, le très-large, le petit rond, le coracobrachial dans le bras droit n'avoient rien que de naturel; mais il y avoit quelque choſe de particulier dans le deltoïde, le grand pectoral & le très-large du côté gauche. † L'origine du deltoïde *F* étoit dans l'état naturel. Ce qu'il y avoit d'extraordinaire eſt qu'il ſe confondoit à ſon inſertion avec le brachial interne *G*, avec lequel il formoit une continuité, enſorte que le brachial interne n'avoit pas d'autre origine que celle qu'il prenoit du deltoïde; au reſte le deltoïde s'inſeroit un peu au deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os

* Fig. 2. † Fig. 3.

l'os du bras. Ce muſcle dans l'état naturel fait une continuité de pluſieurs fibres charnues avec le brachial interne *G*, mais dans cet Enfant cette continuité ſe faiſoit avec tout le muſcle.

L'origine du grand pectoral *E* étoit auſſi dans ſon état naturel, mais au lieu de s'inſérer ſur le bord de la rênure de l'os du bras dans laquelle eſt logé le tendon du biceps, il avoit deux aponevroſes diſtinctes l'une de l'autre. La premiere alloit s'inſerer au biceps *H* près de ſon inſertion *K*. L'autre aponevroſe s'attachoit aux fibres muſculeuſes antérieures du deltoïde près de ſon inſertion, enſorte que les fibres charnues qui venoient de la partie inférieure du ſternum produiſoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au biceps, & les fibres charnues qui venoient de la partie ſupérieure du ſternum, formoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au deltoïde.

Il n'y avoit point de petit rond au bras gauche; le biceps *H* prenoit ſon origine du rebord de la cavité glénoïde de l'omoplate, tout auprès de l'apophyſe coracoïde *M* à laquelle il s'attachoit par une aponevroſe très courte, & s'alloit inſerer au-deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os du bras *K*, où il recevoit une aponevroſe du grand pectoral, comme je l'ai dit. Il n'avoit qu'une tête charnue & large qui s'attachoit au rebord de la cavité glénoïde, & s'étendoit juſqu'à l'apophyſe coracoïde, ſans gliſſer comme dans l'état naturel dans la rênure de la tête de l'humerus, qui dans ce Sujet étoit fort ſuperficielle: ce muſcle ne pouvoit pas s'inſerer au radius, il n'y

en

en avoit pas, comme on le verra dans la ſuite de ce Mémoire ; ainſi ce muſcle étoit très court, il n'avoit au plus que le tiers de ſa longueur naturelle, & la moitié de ſon épaiſſeur. Il manquoit au bras gauche.

Le long & le court n'avoient rien que de naturel à l'un & à l'autre bras.

Je n'ai point trouvé de petit anconé au bras gauche, mais il y en avoit un dans ſa ſituation naturelle au bras droit.

Il y avoit un muſcle court & large qui embraſſoit toute la partie inférieure antérieure de l'os du bras, couvroit tout l'eſpace qui eſt entre les deux condiles, paſſoit entre le ſublime & le long extenſeur des doigts, & s'inſeroit à la partie ſupérieure du cubitus. Ce muſcle auroit pu fléchir l'avant-bras, & remplacer le défaut du biceps.

* Le cubital interne *N* prenoit ſon origine du condile interne de l'humerus, & de la partie interne de l'olécrane : il ſe diviſoit en deux muſcles. Le plus gros s'attachoit en paſſant à l'extrémité du cubitus, & alloit s'inſerer à l'os du carpe le plus prochain du cubitus. Le ſecond alloit s'inſerer au premier os du petit doigt. Le bras gauche n'avoit pas ce muſcle, mais il en avoit un qui n'étoit pas au bras droit. Il prenoit ſon origine du brachial externe, avec lequel il faiſoit une continuité, & alloit s'inſerer à l'os du métacarpe qui ſoutient le petit doigt tout proche le carpe.

Le cubital externe † *G* prenoit ſon origine

* Fig. 3. † Fig. 4.

ne du condile externe de l'os du bras. Son tendon paſſoit ſur l'extrémité inférieure du cubitus. Ce tendon étoit large & garni d'une ſubſtance cartilagineuſe en cet endroit, au moyen de quoi il faiſoit une eſpece d'articulation avec le cubitus ſur lequel il auroit pu ſe mouvoir; puis ce tendon s'élargiſſoit en aponevroſe, qui alloit s'inſerer à toute la partie postérieure latérale du carpe juſqu'à l'os du métacarpe qui ſoutient le petit doigt.

Il n'y avoit point de palmaire ni de radial interne & externe; le long, le court, le rond & le quarré manquoient auſſi, parce qu'il n'y avoit point de radius.

L'extenſeur commun des doigts *H* prenoit ſon origine du condile externe de l'humerus. Il ſe diviſoit en deux muſcles. Le premier alloit s'attacher par une large aponevroſe à toute la partie latérale externe du carpe; le ſecond paſſoit ſous un ligament annulaire *I* qui n'avoit pas ſa conformation naturelle. Son tendon ſe diviſoit en trois *L*, ils alloient s'inſerer aux premieres & ſecondes phalanges du doigt du milieu, de l'annulaire & du petit doigt. Il y avoit ſous ce muſcle un autre muſcle large qui prenoit ſon origine de l'os du coude depuis la partie ſupérieure & poſtérieure juſqu'aux trois quarts de cet os, il alloit s'inſerer à tout l'os du carpe qui ſoutient le doigt indice. Les fibres de ce muſcle étoient obliques.

On voyoit un autre petit muſcle qui occupoit le quart de la partie inférieure & poſtérieure de l'os du coude, & formoit une aponevroſe qui s'étendoit juſqu'aux prémieres

phalanges des quatre doigts auxquels elle s'attachoit.

Le ſublime * *O* prenoit ſon origine du condile interne de l'humerus. Il formoit une aponevroſe, dont une partie alloit s'inſerer à l'os du métacarpe qui ſoutient le petit doigt, & l'autre formoit quatre tendons qui alloient s'inſerer aux ſecondes phalanges des quatre doigts ſelon l'état naturel. Il n'y avoit point de ligament annulaire, deſſous lequel ce muſcle auroit dû paſſer.

Le profond † *P* prenoit ſon origine de la partie ſupérieure interne du cubitus juſqu'à ſa partie moyenne, paſſoit obliquement ſous le cubital interne *N*, puis ſous l'aponevroſe du ſublime *O*, où il ſe diviſoit en quatre tendons, garnis de leurs muſcles lumbricaux. Ces tendons paſſoient par les fentes des tendons du ſublime, & alloient s'inſerer aux troiſiemes phalanges des doigts.

Tous les muſcles du pouce, & tous ceux qui y ont quelque rapport, manquoient, parce qu'il n'y avoit pas de pouce.

Je n'ai point trouvé d'indicateur ni d'extenſeur propre du petit doigt, mais il y avoit un abducteur du petit doigt.

Après avoir décrit les muſcles, il faut faire voir la conformation des os du bras; elle étoit la même dans l'un & dans l'autre.

L'os du bras ‡ *A* avoit ſa forme ordinaire, il étoit long de 3 pouces. Sa tête *B* avoit 7 lignes ½ de diametre, elle n'avoit qu'une ſinuoſité *C* très ſuperficielle pour loger le muſ-

* Fig. 3 † Fig. 3. ‡ Fig. 5.

muſcle biceps. La partie moyenne *E* de cet os avoit 3 lignes de diametre. L'extrémité inférieure *F*, qui s'articule avec le coude, étoit large de 7 lignes $\frac{1}{2}$, elle étoit épaiſſe de 3 lignes $\frac{1}{2}$ au condile externe *F*, & de 2 lignes au condile interne *G*.

Le radius manquoit à tous les deux bras. Le cubitus *HH* avoit 22 lignes de longueur, ce qui n'a point de proportion avec l'os du bras, puiſqu'il eſt moins long de plus du tiers, & que pour l'ordinaire il n'y a qu'un huitieme ou environ de difference. Sa cavité demi-circulaire *I*, articulée avec l'os du bras, étoit moins profonde que dans l'état naturel; elle avoit 7 lignes de longueur, elle étoit épaiſſe de 3 lignes $\frac{1}{4}$. Cette extrémité n'avoit point une cavité qui reçoit la partie ſupérieure du radius qui manquoit dans ce Sujet. L'os étoit épais de 2 lignes dans ſa partie moyenne *HH*. Son extrémité inférieure *L* formoit une tête ronde qui avoit 3 lignes de diametre; elle n'avoit pas la petite apophyſe courte d'où partent les ligamens qui l'attachent aux os du carpe, elle étoit garnie d'un cartilage recouvert du tendon du cubital externe avec lequel elle formoit une eſpece d'articulation, comme je l'ai dit ci-deſſus; ainſi cette tête n'étoit point articulée avec le carpe.

Le carpe *M* étoit attaché par des membranes au côté externe de la partie inférieure du cubitus. La ſurface du carpe qui touchoit le cubitus étoit cartilagineuſe & polie, mais la partie du cubitus qui la touchoit ne l'étoit pas. La largeur de la ſurface du carpe qui

touchoit le cubitus étoit de 3 lignes, & ſon épaiſſeur de 2 lignes $\frac{1}{3}$, & dans le naturel elle a depuis 5 lignes juſqu'à 6 lignes de largeur, & depuis 2 lignes $\frac{1}{2}$ juſqu'à 3 lignes d'épaiſſeur. Ce carpe ſe joignoit aux os du métacarpe *N* par une largeur de 5 lignes $\frac{1}{2}$ & une épaiſſeur de 2 lignes. Le carpe dans les Enfans nouveau-nés a pour l'ordinaire 7 lignes de largeur à l'endroit de ſon articulation avec les os de l'avant-bras, & 9 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur à ſon articulation avec les os du métacarpe; il a 6 lignes de longueur & 3 lignes d'épaiſſeur.

Les os du métacarpe *N* & des quatre doigts *O* n'avoient rien de different de ceux des autres Enfans. Après cet examen, on ne ſera pas étonné de la difformité de ces bras. Il n'y avoit pas de radius, ainſi le carpe manquoit de plus des trois quarts de ſon appui, qu'il reçoit par ſon articulation avec le radius, & par conſéquent tous les muſcles qui alloient s'inſerer au carpe & aux autres parties de la main, ont dû par leur ſeul reſſort tirer la main du côté où il n'y avoit pas d'appui, & la retirer même de l'articulation du cubitus, comme il eſt arrivé.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

Elle repréſente pluſieurs anneaux cartilagineux de la trachée artere, comme on les trouve dans les Fœtus; un anneau d'Homme, & une trachée artere de Fœtus.

A, B,

A, *B*, deux anneaux ronds ; l'un d'une ligne ½ de diametre, & l'autre *B* d'une ligne. Les extrémités du premier ſont écartées, ce qui ne paroît pas dans la Figure, & celles du ſecond ſe touchent.

CC, anneaux comprimés de devant en derriere. L'un de 2 lignes de diametre d'un côté à l'autre, & de demi-ligne de devant en derriere. L'autre eſt irrégulier.

DD, anneaux comprimés par les côtés. L'un a une ligne de devant en derriere, & deux tiers de ligne par les côtés. L'autre a une ligne ½ de devant en derriere, & demi-ligne d'un côté à l'autre.

F, *G*, l'anneau d'une trachée d'Homme. *F* eſt la partie antérieure, *G* la poſtérieure, qui eſt membraneuſe.

H, la trachée artere d'un Fœtus ou Enfant nouveau-né, vue par ſa partie poſtérieure.

FIGURE II.

Le Bras repréſenté par ſa partie antérieure avec la main renverſée ; on y voit les quatre doigts pliés les uns ſur les autres.

FIGURE III.

Le Bras diſſéqué, repréſenté par ſa partie antérieure.

A, l'omoplate vue par ſa partie interne, revétue du muſcle ſous-ſcapulaire.
B, le grand rond.
C, le grand dorſal.
D, le petit pectoral renverſé.
E, le grand pectoral.
F, le deltoïde.
G, le brachial interne.
H. le biceps.
I, le coracobrachial.
K, l'inſertion du biceps & du grand pectoral.
L, le long & le brachial externe.
M, l'apophyſe coracoïde.
N, le cubital interne.
O, le ſublime.
P, le profond.

FIGURE IV.

Le Bras diſſéqué, & vu par ſa partie postérieure.

A, l'omoplate vue par ſa partie externe avec le ſus-épineux & le ſous-épineux.
B, le grand rond.
C, le long.
D, le brachial externe.
E, le brachial interne.
F, le deltoïde diſſéqué.
G, le cubital externe.
H, l'extenſeur commun des doigts.
I, le ligament annulaire par où paſſe le ſecond muſcle de l'extenſeur des doigts.
L, le tendon de l'extenſeur commun des

7. 2.

Fig. 3.

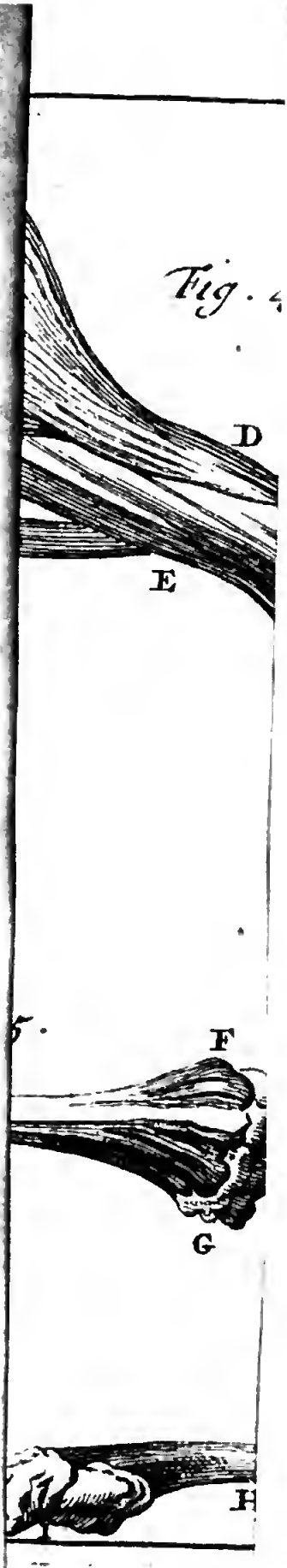


Fig. 4
D
E
5.
F
G
H

des doigts diviſé en trois tendons.

FIGURE V.

Tous les os du bras & de l'avant-bras repréſentés par leur partie antérieure.

A, l'os du bras ou humerus.
B, la tête de l'os du bras.
C, la ſinuoſité qui logeoit le biceps.
E, la partie moyenne de l'os du bras.
F, l'extrémité inférieure & le condile externe.
G, le condile interne.
HH, le cubitus & ſa partie moyenne.
I, cavité demi-circulaire.
L, ſon extrémité inférieure.
M, le carpe.
N, le métacarpe.
OO, les doigts.

PREMIER MEMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ.

Par M. DU FAY. *

HISTOIRE DE L'ELECTRICITÉ.

L'ELECTRICITÉ eſt une propriété commune à pluſieurs matieres, & qui conſiste à attirer les corps légers de toute eſpece pla-

* 15 Avril 1733.

placés à une certaine diſtance du corps électrique, après qu'il a reçu une préparation qui n'eſt autre que de le frotter avec du linge, du papier, du drap, la main &c.

Le nom qu'on a donné à cette propriété prouve que c'eſt dans l'Ambre qu'on l'a reconnue d'abord; elle y eſt en effet très manifeſte: mais il y a pluſieurs matieres dans leſquelles elle eſt auſſi conſidérable, & quelques-unes même où elle eſt beaucoup ſupérieure.

Si je voulois parler ici de tous ceux qui ont traité de l'Electricité, il me faudroit citer tous les Auteurs qui ont écrit ſur la Phyſique; il y en a peu qui ne ſe ſoient arrêtés à ce phénomene, & qui n'ayent tâché d'en trouver l'explication chacun dans ſon ſyſtême; d'autres ſe ſont appliqués à examiner plus particulierement cette propriété, & à faire des expériences, tant ſur les differentes matieres qui en ſont ſuſceptibles, que ſur les circonſtances particulieres à chaque corps électrique. Pour ne m'arrêter qu'à ceux qui ont écrit ſur ce ſujet avec le plus d'intelligence, ou qui y ont fait quelque découverte conſidérable, & ſur l'exactitude deſquels on peut le plus compter, je commencerai par Gilbert *, qui a ajouté au nombre des corps électriques une infinité de matieres dans leſquelles cette vertu n'avoit point été reconnue. Comme il y en a dans leſquelles elle eſt très foible, il a imaginé, pour la rendre plus ſenſible, de ſe ſervir d'une Aiguille, de quelque métal que ce ſoit, ſuſpendue ſur un pivot

* *Gilbert, de Magnete, l. 2. c. 2.*

pivot comme une Aiguille aimantée; ſi l'on approche d'un des bouts de cette aiguille un corps électrique, il l'attire plus ou moins fortement, ſuivant la force de ſon électricité. Il a reconnu, par ce moyen, que non ſeulement l'Ambre & le Jayet ont cette propriété, mais qu'elle eſt commune à la plupart des Pierres précieuſes, comme le Diamant, le Saphir, le Rubis, l'Opale, l'Améthiſte, l'Aiguemarine, le Cryſtal de roche; qu'on la trouve auſſi dans le Verre, la Belemnite, le Souphre, le Maſtic, la Gomme lacque, la Réſine cuite, l'Arſenic, le Sel gemme, le Talc, l'Alun de roche. Toutes ces differentes matieres lui ont paru attirer non ſeulement la paille, mais tous les corps légers, comme le bois, les feuilles, les métaux, ſoit en limaille ou en feuille, les pierres, & même les liqueurs, comme l'eau & l'huile.

Il lui a ſemblé de même qu'il y avoit des corps qui n'étoient nullement ſuſceptibles d'électricité, comme l'Emeraude, l'Agate, la Cornaline, les Perles, le Jaſpe, la Calcedoine, l'Albâtre, le Porphyre, le Corail, le Marbre, la Pierre de touche, le Caillou, la Pierre hématite, l'Emeril, les Os, l'Yvoire, les bois les plus durs, les métaux, l'Aimant.

Il remarque que tous les corps électriques n'ont aucune vertu s'ils ne ſont frottés, & qu'il ne ſuffit pas qu'ils ſoient échauffés, ſoit par le feu, par le ſoleil, ou autrement, quand même ils ſeroient brûlés ou mis en fuſion. Il ajoute pluſieurs autres obſervations ſur le changement qu'apporte l'interpoſition de differens

ferens corps, mais nous approfondirons dans la ſuite cette matiere beaucoup plus qu'il ne l'a fait. Nous paſſerons ſous ſilence, par la même raiſon, des remarques fort curieuſes qu'il a faites ſur l'effet que font les corps électriques ſur le feu, la flamme, la fumée, l'air, &c.

Quelque tems après, Otto de Guerike fit ſur un globe de Souphre pluſieurs expériences qui auroient dû porter beaucoup plus loin les connoiſſances que l'on avoit ſur l'Electricité; mais il ne paroît pas qu'on ſe ſoit appliqué à les ſuivre, puiſqu'il n'en eſt point mention dans les Auteurs qui depuis ont traité la même matiere avec le plus de détail: on les trouve dans le Recueil des Experiences de Magdebourg, page 147. Voici les principales. On fait tourner ſur ſon axe, par le moyen d'une manivelle, une boule de Souphre groſſe comme la tête d'un enfant. Cette boule etant mûe avec rapidité, ſi on applique la main deſſus, elle devient électrique, & attire les corps légers qui lui ſont préſentés: ſi on la detache de la machine ſur laquelle elle a dû être poſée pour la faire tourner, & qu'on la tienne à la main par l'axe, non ſeulement elle attire une plume, mais elle la repouſſe enſuite, & ne l'attire plus de nouveau que la plume n'ait touché quelque autre corps; il remarque que la plume chaſſée par le globe attire tout ce qu'elle rencontre, ou va s'y appliquer, ſi elle ne peut pas l'attirer vers elle, mais que la flamme d'une chandelle la chaſſe & la repouſſe vers le globe: il ajoute que la partie, ou le côté de la plume

me qui a été attiré & repouſſé par le globe eſt toujours le même qui s'y applique, enſorte qu'elle ſe retourne ſi on préſente le globe à ſa partie oppoſée. Si l'on ſuſpend un fil au deſſus du globe, enſorte qu'il ne le touche point, & qu'on approche le doigt du bout inférieur de ce fil, on verra le fil s'éloigner du doigt. Il a auſſi remarqué que la vertu électrique du globe ſe tranſmettoit par le moyen d'un fil juſqu'à la diſtance d'une aulne; & que lorſque le globe avoit été rendu électrique par la rotation, & la main appliquée deſſus, il conſervoit ſa vertu pendant pluſieurs heures. Tenant l'axe de ce globe ainſi frotté dans une poſition verticale, il promenoit une plume par toute la chambre ſans qu'elle s'appliquât au globe. On peut voir dans le récit abrégé de ces expériences la baſe & le principe de toutes celles qui ont été faites depuis avec le tube & le globe de verre, & on ne peut s'empêcher d'être ſurpris qu'elles ayent demeuré ſi longtems dans l'oubli, ou du moins qu'on ne ſe ſoit pas aviſé de les répéter, & de tâcher de les porter plus loin.

* A peu près dans le même tems, le fameux Boyle fit des expériences ſur l'Electricité. Il étoit difficile qu'un ſujet auſſi curieux ne fît pas à ſon tour l'objet des recherches d'un homme qui a parcouru avec tant d'exactitude toutes les parties de la Phyſique, & à qui nous avons obligation d'un ſi grand nombre de belles découvertes. Il rapporte pluſieurs obſervations qu'il a faites à ce ſujet. Quel-

* *De mechanica Electricitatis productione.*

Quelques Phyſiciens avoient avancé que l'Ambre & les autres corps électriques chauffés au feu, devenoient capables d'attirer; d'autres aſſuroient que ce n'étoit que par le frottement que cette vertu pouvoit être excitée. M. Boyle prend ce dernier parti, mais il remarque que l'Ambre ayant été chauffé au feu, acqueroit plus de vertu par une ſeule friction, qu'un frottement quatre fois plus long ne lui en pouvoit procurer lorſqu'il étoit froid.

Il paſſe enſuite à divers effets des corps électriques ſur la fumée, ſur les matieres embraſées, & autres; enfin il fait un détail de pluſieurs matieres qui ſont ſuſceptibles d'électricité, ſoit par elles-mêmes avec le ſeul frottement, ſoit par le ſecours de quelque préparation. Du nombre de ces dernieres ſont la Thérébentine épaiſſie en conſiſtence ſolide, un mêlange d'Huile pétréole & d'Eſprit de vin deſſeché de la même maniere, le Verre d'Antimoine, celui de Plomb, la Tête-morte du Karabé diſtillé ſans addition; il met auſſi au nombre des corps électriques le Cryſtal de roche, le Saphir blanc, l'Amethiſte, & l'Emeraude qui avoit été exceptée par Gilbert; il remarque que cela n'eſt pas toujours certain à l'égard de cette derniere pierre, & qu'il en avoit trouvées qui attiroient, tandis que d'autres ne faiſoient aucun effet. Il fait la même remarque ſur la Cornaline, dont la plupart, dit-il, n'ont aucune vertu électrique, quoiqu'il en poſſede un morceau qui attire très vivement. On trouve encore dans le même Auteur deux obſervations très importantes: l'une eſt, que la vertu électrique

ſe

ſe conſerve dans le vuide; & l'autre, qu'elle ſe communique aux differentes matieres par l'approche des corps électriques. Voici ſon expérience. Il a pris un morceau d'Ambre dont la vertu avoit été puiſſamment excitée en le chauffant d'abord, & le frottant enſuite; il a approché ce morceau d'Ambre des barbes les plus déliées d'une petite plume de duvet, en ſorte qu'elles y demeuroient attachées. La plume & l'Ambre étant dans cet état, il approcha le doigt des barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre, & s'apperçut qu'elles tendoient à s'appliquer à ſon doigt, & s'y appliquoient effectivement lorſqu'il l'en approchoit aſſez près : craignant que cela ne vînt de quelque vertu électrique particuliere à ſon doigt ou à ſon ongle, il en approcha differens corps, comme du Bois, du Fer, du Marbre, & tous ſans exception firent le même effet, c'eſt-à-dire, que les barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre s'inclinerent vers ces corps, & s'y appliquerent. Voilà donc une nouvelle propriété reconnue dans les corps électriques, non ſeulement ils attirent les corps légers, mais ils communiquent encore cette vertu à tous les corps ſolides qui ſe rencontrent dans leur tourbillon. Cette découverte ne fut pas alors pouſſée plus loin, il falloit des corps qui poſſedaſſent cette vertu dans un degré plus éminent; & quoique le Verre fût déja mis au nombre des électriques, on ne ſavoit pas à beaucoup près juſqu'à quel point il pouvoit le devenir.

On trouve encore dans le Recueil des Ex-

périences faites par l'Académie de Florence, pluſieurs bonnes obſervations ſur les corps électriques, tant ſur ceux qui ſont incapables d'acquérir cette propriété, que ſur pluſieurs circonſtances concernant la vertu de l'Ambre. Ce ſeroit nous engager dans un trop long travail que de rapporter toutes ces obſervations, nous nous contenterons d'indiquer les principales. On y voit que l'Ambre n'attire point la flamme, qu'il attire la fumée, que le froid ne détruit point ſa vertu, qu'il n'en acquiert point s'il eſt frotté ſur des corps liſſes & polis, comme le Verre, le Cryſtal, l'Yvoire, &c. que les Diamans à facettes ont plus de vertu que ceux qui ont une grande table, que ceux qui ſont épais en ont plus que les autres, qu'enfin il y en a dans leſquels il a été impoſſible d'exciter aucune vertu; que l'Ambre n'attire pas plus les corps qu'il en eſt attiré, & que cela dépend de ſon volume; qu'il attire toutes les liqueurs, & même le Mercure; qu'il y a des liqueurs que l'Ambre n'attire plus, lorſqu'il en a été mouillé, quoiqu'il ſoit enſuite frotté à l'ordinaire; telles ſont les Eaux diſtillées, l'Eau commune, le Vin, le Vinaigre, les liqueurs acides, les liqueurs tirées des Animaux, le Baume, les Juleps, les Huiles diſtillées, enfin tout ce qui ſe tire par diſtillation; au-lieu que l'Huile pétréole, l'Huile commune, l'Huile d'Amandes douces, ou d'Amandes ameres, le Suif, le Lard, ſont un effet contraire, &c. Ces dernieres expériences m'ayant paru très ſingulieres, je les ai faites avec beaucoup d'exactitude; mais je n'ai trouvé aucune liqueur

queur qui ne fût attiré par les corps électriques, après même que ces corps en ont été mouillés, pourvu qu'ils ſoient enſuite bien eſſuyés, & parfaitement ſechés : ainſi il y a apparence que ces faits tenoient à d'autres principes. Mais avant que d'entrer dans un examen plus particulier, il faut rapporter les progrès qui, depuis ces premiers tems de la Phyſique, ont été faits ſur cette matiere.

On trouve dans les Tranſactions Philoſophiques N°. 308 & 309, pluſieurs expériences faites par M. Hauksbee, touchant l'électricité du Verre ; le même Auteur ayant continué ſes recherches, a conſidérablement augmenté le nombre de ſes expériences, & le détail s'en trouve en divers endroits des Tranſactions Philoſophiques : il a enſuite raſſemblé dans un ſeul Ouvrage toutes ſes découvertes, tant ſur l'Electricité que ſur la Lumiere, & ſur la difference de ces phénomenes dans le Vuide ou dans le Plein ; c'eſt dans ce Livre imprimé à Londres en 1709, en Anglois, & traduit en Italien en 1716, que nous avons pris ce que nous allons rapporter en peu de mots pour continuer l'idée que nous avons commencé de donner des progrès de cette découverte.

M. Hauksbee remarqua qu'un tuyau de verre long d'environ 30 pouces, gros d'un pouce, ou un pouce & demi, & bouché par une de ſes extrémités, étant frotté avec la main, du papier, de la laine, de la toile, &c. devenoit ſi fort électrique, qu'il attiroit d'un pied de diſtance des feuilles de métal, qu'enſuite il les repouſſoit avec force, & leur donnoit

noit en tous ſens divers mouvemens très ſinguliers. On a vu dans le récit des expériences de Magdebourg des effets tout pareils, produits par le globe de Souphre. Il remarqua de plus que la differente température de l'air apportoit un grand changement à tous ces effets, qui étoient bien plus conſidérables quand l'air étoit pur & ſerein; il obſerva que cette vertu étoit preſque entierement détruite, lorſque le tube étoit vuide d'air, & ſe rétabliſſoit lorſqu'on l'y laiſſoit rentrer; que lorſque le tuyau étoit frotté, & qu'on en approchoit les doigts, ou quelque autre corps ſans le toucher, on entendoit un petillement dans la ſurface du tuyau, & que ſi on le mettoit proche le viſage, on ſentoit comme une eſpece de voile délié ou de toile d'araignée qui venoit frapper le viſage.

Ces expériences faites dans l'obſcurité, étoient accompagnées de circonſtances très ſingulieres : car tandis qu'on frottoit le tuyau, on en voyoit ſortir une lumiere conſidérable, & même des étincelles qui accompagnoient ces petillemens dont nous venons de parler : lorſque le tube étoit vuide d'air, cette lumiere étoit plus vive en dedans, mais elle ne ſortoit pas au dehors, & ne s'attachoit pas aux corps voiſins, comme lorſqu'il étoit rempli d'air. Voilà les principales expériences qu'il fit avec le tuyau; on pourra conſulter le Livre, ſi on en veut un plus grand détail, & on y trouvera pluſieurs circonſtances curieuſes.

M. Hauksbee prit enſuite un vaiſſeau de verre ſphérique, & diſpoſé de ſorte qu'on le

pût

pût faire tourner ſur ſon axe par le moyen d'une grande roue, & d'une machine qu'il décrit, & qu'il eſt très aiſé de ſe repréſenter. L'un des pivots ſur lesquels tournoit le Globe, étoit un robinet qui s'ajuſtoit ſur la Machine pneumatique pour en pouvoir pomper l'air quand il jugeoit à propos. Ce vaiſſeau étant ainſi diſpoſé, & tournant très rapidement ſur ſon axe, devenoit lumineux intérieurement lorſqu'il étoit vuide d'air, & qu'on appliquoit la main deſſus; mais lorſqu'il étoit rempli d'air, l'effet étoit bien plus ſingulier, car la lumiere s'élançoit au dehors, &, s'attachoit aux corps voiſins en forme d'étincelles, ou de petites particules de Phoſphore. A l'égard de la vertu électrique de ce globe, voici de quelle maniere il imagina de la rendre extrêmement ſenſible: il fit un demi-cercle de fer qui entouroit le globe à environ un pied de diſtance de ſa ſurface; il avoit attaché à ce demi-cercle des fils de laine qui n'étoient pas tout-à-fait aſſez longs pour atteindre la ſurface du vaiſſeau. Venant enſuite à faire tourner ce globe rapidement ſur ſon axe, & poſant la main deſſus, en ſorte que cela occaſionnoit un frottement très conſidérable, les fils qui auparavant pendoient librement, étoient alors attirés tous enſemble par la ſurface du vaiſſeau ſphérique, & ſembloient tendre vers ſon centre. Cette même direction ou tendance des fils ſubſiſtoit 4 ou 5 minutes après que le mouvement du globe étoit ceſſé, & qu'on avoit retiré la main de deſſus. Si le frottement avoit été fait ſur l'équateur du globe, les fils tendoient au centre; au contraire s'il avoit été

fait

fait vers un des poles, le point de tendance ſe trouvoit dans l'axe, mais plus proche de ce pole que de l'autre. La direction de ces fils étoit dérangée, lorſqu'on approchoit de leur extrémité le doigt, ou quelque autre corps, & ils en étoient attirés ou repouſſés très ſenſiblement. On a vu dans ce que nous avons rapporté des expériences de Magdebourg, quelque choſe de tout-à-fait ſemblable, lorſqu'on approche le doigt des fils qui ſont attirés par la boule de Souphre; mais l'effet eſt beaucoup plus ſenſible dans l'expérience préſente, au moyen de la diſpoſition des fils ſur un cercle de bois ou de fer. M. Hauksbee ayant introduit dans ce même globe un axe garni dans ſon milieu d'un cylindre de bois ou de liège, à la ſurface duquel étoient attachés de pareils fils, un peu trop courts pour atteindre la ſurface intérieure du globe; ces fils s'écartoient en rayons, lorſque par la rotation du globe & la main appliquée deſſus, on avoit excité ſa vertu électrique: ainſi ces fils tendoient alors du centre à la circonference, au lieu que dans l'expérience précédente, lorſqu'ils étoient placés au dehors du vaiſſeau, ils paroiſſoient tendre de la circonference vers ſon centre. On troubloit de même cette direction, & on la dérangeoit lorſqu'on approchoit le doigt de la ſurface extérieure du globe ſans cependant la toucher; ce qui eſt bien ſingulier, car l'épaiſſeur du verre ſemble devoir ôter toute communication entre ces fils qui ſont renfermés en dedans, & le doigt qu'on ne fait qu'en approcher par dehors. Le même déran-

rangement étoit cauſé en ſoufflant ſimplement avec la bouche à la diſtance de deux ou trois pieds du globe.

On trouve encore dans le même Ouvrage un grand nombre d'obſervations, tant ſur l'électricité du Verre, que ſur celle de la Gomme lacque, du Souphre, de la Poix, de la Colophone; mais comme nous avons rapporté les principales, & que les autres n'en ſont que des ſuites, dont les variétés réſultent du changement de quelques circonſtances, nous nous en tiendrons à celles dont nous venons de parler, & nous paſſerons aux autres découvertes qui ſe ſont faites depuis ſur la nature de l'électricité.

En 1720, M. Etienne Gray donna dans les Tranſactions Philoſophiques, N°. 366, la découverte qu'il avoit faite de l'électricité de pluſieurs corps dans leſquels cette vertu n'étoit point connue; tels ſont les plumes, les cheveux, des échevaux de ſoye, le poil des animaux, des rubans paſſés avec vîteſſe dans la main, ou entre les doigts, de la toile de lin, de chanvre & de coton, de la laine, du papier, des copeaux de bois, du cuir, du parchemin, les peaux dont on ſert pour battre les feuilles d'or; toutes ces matieres étant chauffées, ou ſeulement bien ſechées, acquierent la vertu électrique, lorſqu'on les frotte vivement, & non ſeulement elles s'approchent de la main, ou de quelque autre corps qu'on leur préſente, mais elles attirent quelquefois d'aſſez loin les corps que leur peu de volume met en état d'être enlevés.

M. Gray remarque auſſi que la plupart de ces

ces corps étant frottés dans l'obſcurité, rendent de la lumiere, & même que la lumiere en ſort, & s'attache aux doigts, comme il arrive avec le tuyau de verre, & ainſi que M. Hauksbee l'avoit remarqué à l'égard du globe. La ſoye, la toile & le papier ſont ce qui fait le mieux; mais il faut les avoir chauffés auſſi vivement que les doigts peuvent le ſouffrir. J'omets pluſieurs circonſtances curieuſes que l'on peut voir dans l'Auteur, mais qui ne donnent aucunes connoiſſances particulieres ſur la nature de la vertu électrique, ce qui eſt actuellement notre objet principal.

Si les découvertes dont on vient de rendre compte, ont paru ſingulieres, on peut aſſurer que celles dont on va parler doivent étonner les eſprits les plus hardis en conjectures, puiſqu'elles étendent les bornes de la vertu électrique fort au-delà de ce que l'on pouvoit imaginer, & qu'elles laiſſent douter ſi elles ne peuvent pas être portées encore infiniment plus loin. C'eſt le même Auteur, dont nous venons de parler, qui les rapporte dans les Tranſactions Philoſophiques, N°. 417; nous ne parlerons que des principales, mais nous exhorterons à lire l'Ouvrage entier, dans lequel on trouvera une ſuite d'expériences ſurprenantes qui ont enfin conduit l'Auteur juſqu'à celles que nous allons rapporter.

Il s'eſt ſervi d'un tube de verre long de 3 pieds, & d'un peu plus d'un pouce de diametre; ce tube étoit bouché par chacune de ſes extrémités avec un bouchon de liège: il s'aviſa d'abord d'ajuſter dans le bouchon de

de l'extrémité la plus éloignée de la main, lorſqu'il tenoit le tuyau, une baguette fort longue; l'extrémité de cette baguette entroit dans une boule d'yvoire percée: alors le tuyau étant rendu électrique par le frottement, la vertu ſe communiqua à la boule; en ſorte qu'elle avoit, de même que le tuyau, la vertu d'attirer & de repouſſer les feuilles d'or, le duvet, &c. Ayant porté la longueur de cette baguette, formée de pluſieurs piéces, juſqu'à 32 pieds, & ne pouvant, à cauſe de l'embarras de l'expérience, la porter plus loin, il s'aviſa d'y ſubſtituer une corde, & ayant monté ſur un lieu élevé, il vit que l'électricité ſe continuoit de même par le moyen de la corde; & à 52 pieds de diſtance la boule faiſoit les mêmes effets que le tuyau. Il vint enfin à poſer la corde horizontalement, & après avoir levé un grand nombre de difficultés qui ſe rencontroient à chaque inſtant, il la ſoutint d'eſpace en eſpace ſur une ſoye déliée, & l'étendant tantôt en ligne droite, tantôt lui faiſant faire pluſieurs allées & venues, tours & détours, il parvint à lui donner la longueur de 886 pieds Anglois: la boule ſuſpendue à l'extrémité de cette corde, & à une ſi grande diſtance du tuyau, étoit encore ſenſiblement électrique, & auroit peut-être pu être portée beaucoup plus loin ſans avoir perdu toute ſa vertu. Et afin qu'on ne ſoupçonnât pas que la boule d'yvoire eût quelque propriété particuliere, il a ſuſpendu au bout de la corde differens corps, comme du bois, du plomb du liège, des feuilles, une pierre d'aimant,

une

une boule de ſavon, un fer rouge, un poulet, une mappemonde, un paraſol, &c. & chacun de ces corps a contracté la vertu électrique auſſi parfaitement que l'yvoire.

M. Gray a remarqué de plus, qu'il n'eſt pas néceſſaire que le tube touche immédiatement le bout de la ficelle, ou de la perche, pour que la vertu paſſe à l'autre extrémité; il ſuffit de l'en approcher lorſqu'il a été frotté & rendu électrique: il a fait à ce ſujet pluſieurs expériences très curieuſes avec diverſes matieres, & entre autres avec un Enfant de huit à dix ans ſuſpendu ſur deux cordes dans une ſituation à peu près horizontale; mettant alors le tuyau proche des pieds de l'enfant, ſa tête, ſes cheveux, ſon viſage devenoient électriques, ce qui arrivoit de même aux pieds, lorſque l'on approchoit le tube proche de la tête de l'enfant. Les mêmes expériences ont été faites à peu près avec les mêmes circonſtances, en ſe ſervant d'un Cylindre de verre ſolide, d'environ un pied de long, & de près d'un pouce de diametre; mais l'effet n'en étoit pas ordinairement ſi conſidérable.

On a de même tranſmis la vertu électrique par le moyen d'un Cercle, ou Cerceau, ſoit qu'il fût poſé horizontalement, ou verticalement; la partie oppoſée à celle où l'on appliquoit le tube devenoit électrique, ſoit que le tube y touchât immédiatement, ou qu'il en fût ſeulement approché.

En faiſant toutes ces expériences, on réuſſit bien mieux, & l'électricité eſt beaucoup plus ſenſible & agit de plus loin, ſi l'on poſe

ſe les feuilles d'or, plumes, ou autres corps légers, ſur une eſpece de petit guéridon élevé d'un pied, ou un pied & demi, que ſur la table, ou ſur le plancher; ce qui vient ſans doute de ce que les écoulemens électriques, de quelque nature qu'ils ſoient, s'étendent le long de la table, & qu'il y en a une moindre partie qui exerce ſon action ſur les feuilles. C'eſt par la même raiſon que ſi, dans l'expérience que nous avons rapportée, on ſe ſert de cordes ou de bois pour ſoutenir la corde qui porte l'électrité du tube à la boule, cette vertu n'y parvient point, elle s'attache à cet appui; & il ſemble que cette détermination à un corps plutôt qu'à un autre, dépende du volume des corps qu'elle rencontre. Il arrive la même choſe, & la vertu de la boule eſt arrêtée de même, ſi l'on poſe ſur la ligne de communication le doigt, un bâton, ou quelque autre corps capable de détourner les écoulemens électriques.

M. Gray finit, en remarquant que les corps de même nature & de même eſpece ſont diverſement ſuſceptibles d'électricité, relativement à leur couleur, en ſorte que le rouge, l'orangé ou le jaune attirent trois ou quatre fois plus fortement que le verd, le bleu ou le pourpre: mais il ſe réſerve à donner une autre fois le détail de ces expériences.

Dans un autre endroit des Tranſactions Philoſophiques de l'année derniere, N°. 422, M. Gray fait voir que l'Eau peut devenir électrique. Voici de quelle maniere ſe fait cette expérience. On remplit d'eau une petite écuelle de bois, ou une ſoucoupe de porcelaine,

laine, on la poſe ſur un de ces petits guéridons, ou ſur un verre à boire bien ſec, & un peu chauffé; pour-lors ayant frotté ce tube, on l'approche de la ſoucoupe, le paſſant par deſſus & par les côtés deux ou trois fois, ſans néanmoins y toucher: cela ſuffit pour communiquer une vertu électrique très ſenſible à l'écuelle, ou la ſoucoupe, & à l'eau qui y eſt contenue, ce que l'on reconnoit en approchant un cheveu, ou un fil délié dans une ſituation horizontale de la ſurface de l'eau; on voit alors ce fil s'en approcher juſqu'à ce qu'il s'y ſoit plongé. Cette expérience m'a réuſſi de la maniere que je viens de la décrire; & avec autant de facilité, de la maniere ſuivante. J'avois ajuſté au bout de mon tuyau un bouchon de liège auquel étoit attaché un bout de corde: le tuyau étant rendu électrique par le frottement, j'ai plongé l'extrémité de la corde dans la ſoucoupe remplie d'eau, & poſée ſur un verre chauffé, ce qui a communiqué la vertu à la ſurface de l'eau, de même que par l'opération précédente; & il eſt vraiſemblable qu'il en ſeroit de même de toutes les liqueurs: mais il eſt à obſerver que cette vertu eſt moins conſidérable dans l'eau que dans les corps ſolides.

M. Gray rapporte auſſi dans le même endroit, que l'eau eſt attirée par ce tube: mais cela avoit déja été obſervé par Otto de Guerike & pluſieurs autres Phyſiciens à l'égard du Souphre, de la Gomme lacque & de l'Ambre. Il ajoute que lorſque l'expérience ſe fait dans l'obſcurité, on voit ſortir de la petite élévation d'eau qui ſe forme à l'approche du

corps

corps électrique, une eſpece de lumiere accompagnée d'un petit bruit.

Voilà à peu près quels ſont les progrès qui ont été faits juſqu'à préſent ſur cette matiere, & pour ainſi dire, l'hiſtoire abrégée de l'Electricité. Je ne répéterai pas que mon deſſein n'a point été de parler de tous ceux qui en ont traité, on voit aſſez que mon objet a été de ne faire mention que de ceux qui y ont fait quelque découverte ſinguliere, & qui ont contribué à porter les connoiſſances que nous en avons au point où elles ſont aujourd'hui. Je ne pouvois me diſpenſer de faire cet abregé, afin de mettre ſous les yeux du Lecteur l'état où eſt actuellement cette partie de la Phyſique; & cela étoit d'autant plus néceſſaire, qu'aucun des Auteurs dont je viens de faire mention n'a parlé des découvertes de ceux qui l'ont précédé: il ſemble même qu'ils les ayent ignorées, & l'on a pu voir que les derniers ont quelquefois donné comme des obſervations nouvelles, des choſes qui avoient été remarquées par les premiers. C'eſt ce qui m'a engagé à rapporter le plus ſuccinctement qu'il m'a été poſſible, ce qui a été écrit de plus important ſur cette matiere juſqu'à préſent, avant que d'en venir aux expériences que j'ai faites, & dont je donnerai le détail dans les Mémoires ſuivans.

ADDITION

Qu'il faut faire aux Quarts-de-Cercle fixes dans le Méridien.

Par M. GODIN. *

UN Quart-de-Cercle fixé dans le plan du Méridien a ordinairement ſa Lunette en alhidade, dirigée au Midi, & on s'en ſert pour prendre les hauteurs méridiennes des Aſtres, depuis le point *Sud* de l'horizon juſqu'au Zénith. Pour avoir de la même maniere les hauteurs méridiennes des Aſtres, depuis le point *Nord* de l'horizon juſqu'au Zénith, il faut fixer un autre Quart-de-Cercle, ſemblable au premier, dans le plan du Méridien, mais tourné du côté du Nord.

M. Roemer fit part à M. Leibnitz en 1700 d'un Inſtrument de ſon invention, qui ſervoit à prendre en même tems les hauteurs, tant au Sud qu'au Nord: cet Inſtrument eſt ſuccintement décrit dans le troiſieme tome des *Miſcellanea Berolinenſia* †. C'eſt un Cercle entier placé dans le Méridien, & porté par un Axe fermement appuyé de part & d'autre, ſur deux murs. Ce Cercle porte une Lunette en alhidade, & l'Inſtrument entier eſt placé dans une chambre, dont le toit & les deux côtés, Nord & Sud, ſont ouverts d'une longue fenêtre, dirigée

* 11 Février 1733. † *Page* 276.

dirigée le long du Méridien. Cette machine eſt aſſez difficile à bien exécuter ; mais quand elle ſeroit une fois bien exécutée, elle ſeroit d'ailleurs ſujette a beaucoup d'inconvéniens.

Voici un moyen facile, & qui peut être exact, d'avoir au même Quart-de-Cercle, fixé du côté du Midi, les hauteurs des Aſtres qui ſont vers le Nord.

Il faut ajouter à l'extrémité de la Lunette du Quart-de-Cercle, à un pouce ou un pouce & demi de diſtance de l'Objectif, un petit miroir rond, d'environ un pouce de diametre, lequel ſoit incliné à la ligne de foi de la Lunette, ſous un angle de 45 degrés. La face du miroir qui réfléchit, regardant le Nord, les Aſtres qui paſſeront par le Méridien du côté du Nord ſeront peints ſur ce miroir, & leur image ſera réfléchie au foyer commun des verres de la Lunette, lorſqu'on fera répondre cette Lunette au degré du complément de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horizon ; ce qui eſt évident, à cauſe de l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, & que le miroir eſt incliné de 45 degrés à l'axe de la Lunete. On aura donc ſur le même Inſtrument, & de la même maniere, les hauteurs des Aſtres & leurs paſſages par le Méridien, ſoit au Midi, ſoit au Nord.

On peut faire cette addition à une ſeconde Lunette qu'on fera convenir avec celle dont on ſe ſert du côté du Midi. Je crois cependant qu'il eſt plus ſimple de la faire à la Lunette même dont on ſe ſert.

En ce cas, il faut pouvoir ôter & remet-

tre le miroir toutes les fois qu'on voudra, car s'il reſtoit toujours, il boucheroit le champ de la Lunette pour les Aſtres qui ſont au Midi. Il faut donc que le miroir ſoit logé dans une couliſſe bien ſolide, & ſolidement attachée ſous un angle de 45 degrés, aux règles qui portent la Lunette de l'Inſtrument, & de cette maniere on pourra retirer & remettre aiſément le miroir dans ſa couliſſe. Ce qu'on peut faire encore par le moyen d'une petite vis qui l'élevera ou l'abbaiſſera, & par ce moyen laiſſera l'ouverture de la Lunette libre.

Il eſt néceſſaire de pouvoir vérifier l'inclinaiſon du miroir à la ligne de foi de la Lunette; car ſi l'angle d'inclinaiſon étoit de plus ou moins que 45 degrés, les hauteurs de l'Aſtre ne ſeroient pas les mêmes que celles que la Lunette indiqueroit ſur le limbe: mais cette vérification ſe peut très aiſément faire.

1°. En obſervant avec un autre Quart-de-Cercle vérifié, les hauteurs méridiennes du côté du Nord, & les comparant à celles que l'on aura trouvées par la nouvelle méthode.

2°. Si l'on applique pour cela une ſeconde Lunette au Quart-de-Cercle, il faudra la mettre en deſſus de la premiere, & en ce cas on pourra, par le moyen des 6 ou 7 degrés de plus que l'on marque ſur le limbe, au-delà de 90, prendre la hauteur d'une Etoile qui paſſera à 6 ou 7 degrés près du Zénith par les deux Lunettes, c'eſt-à-dire, par les deux méthodes, ce qui fera voir s'il y a de l'erreur dans la poſition du miroir.

3°.

3°. En ne se servant que d'une seule Lunette, on pourra faire la même chose que je viens de dire, & par cette voye rectifier la position du miroir, ou tenir compte de l'erreur qu'il produira dans les hauteurs.

Outre cette position du miroir incliné de 45° à la ligne de foi, il faut encore que son plan soit exactement dirigé dans la *ligne de six heures*, ou de l'Est à l'Ouest; supposé le Quart-de-Cercle exactement dans le plan du Méridien; si cela n'étoit pas, le moment auquel l'Astre passeroit dans la Lunette, ne seroit pas celui de son passage par le Méridien: & c'est une objection que M. Cassini m'a faite avec raison, contre l'usage de cette addition. Mais cette position nécessaire du miroir, & même la premiere, quoiqu'il soit peut-être moralement impossible de les lui donner, ou de les lui conserver, ne doivent pas plus en faire rejetter l'usage, que celui des Quarts-de-Cercle fixes ordinaires, dont il n'y aura peut-être jamais un seul qui soit exactement dirigé dans le plan du Méridien. On employe cependant ceux-ci tous les jours, & on se contente de faire qu'ils ne soient que très peu éloignés de leur juste position, & d'en connoitre, ce qu'on peut toujours aisément, la déclinaison, qui est ordinairement differente en differens points.

Pour m'assurer donc de la position du miroir que je propose, je ferai les mêmes opérations que pour m'assurer de la position d'un Quart-de-Cercle fixe dans le Méridien.

J'observerai, par exemple, *Capella*, dont la hauteur est d'environ 86° 55′ avec la Lunet-

te ordinaire de mon Quart-de-Cercle fixe, & dans le même instant de son passage par le Méridien, je la ferai passer aussi par le vertical de la Lunette à miroir, ce que je peux faire en élevant la Lunette à 3° 5′ au-dessus du point de 0° sur le limbe. Je placerai donc alors le miroir en telle situation qu'il transmette dans la ligne de foi de la Lunete, l'image de l'Etoile à l'instant de son passage par le Méridien ; ce qui ne se peut faire sans que ce miroir ne soit dirigé exactement Est & Ouest, comme il faut qu'il le soit.

Je prendrai ensuite des hauteurs correspondantes de quelques autres Etoiles du Nord, afin d'avoir l'heure de leur médiation, & après les avoir observées par la Lunette à miroir rectifiée, comme je viens de dire, je connoitrai la difference, s'il y en a, qui conviendra à chaque point du limbe. Cette difference doit s'accorder à la déclinaison des mêmes points du limbe, que l'on doit connoitre d'ailleurs pour l'usage ordinaire du Quart-de-Cercle, indépendamment de cette addition.

REFLEXIONS

SUR LA HAUTEUR DU BAROMETRE

Observée sur diverses Montagnes.

Par M. CASSINI. *

DANS le Voyage que nous avons fait en 1700 pour mesurer la grandeur de la Terre, & prolonger la Ligne méridienne de l'Observatoire de Paris jusqu'à l'extrémité méridionale du Royaume, nous avions entrepris de déterminer la hauteur de diverses Montagnes d'Auvergne, du Languedoc, du Roussillon & des Pyrenées sur le niveau de la Mer, dans le dessein d'y faire des observations du Barometre, pour pouvoir connoitre quelle étoit à ces differentes élevations l'abaissement du Mercure causée par la diminution du poids de l'Atmosphere.

Comme la saison étoit avancée, auquel tems les plus hautes montagnes des Pyrenées sont inaccessibles à cause des neiges dont elles sont couvertes; nous ne pumes faire les observations du Barometre que sur celles dont la hauteur perpendiculaire n'excédoit pas 860 toises, & nous nous contentames de déterminer l'élévation des plus hautes montagnes que nous pumes appercevoir, pour servir

* 17 Janvier 1733.

vir à ceux qui auroient dans la ſuite occaſion de s'y tranſporter pour faire de ces ſortes d'obſervations.

C'eſt ce qui vient d'être exécuté par M. de Plantade, Avocat-général de la Cour des Aydes de Montpellier, qui a été chargé par les Etats de Languedoc, de la direction des Obſervations néceſſaires pour lever une Carte exacte de cette Province.

Il nous avoit déja fait part des opérations géométriques qu'il avoit faites dans les lieux que nous avions déterminés par nos Triangles, où il avoit trouvé dans la plupart une conformité avec nos opérations au-delà de ce que l'on peut eſperer; il vient préſentement de nous envoyer quelques Obſervations du Barometre qu'il lui a réuſſi de faire ſur diverſes montagnes de Rouſſillon & des Pyrenées, nonobſtant les differens obſtacles qu'il lui a fallu ſurmonter, tant par la difficulté de ſe tranſporter avec des inſtrumens ſur le ſommet de ces Montagnes, que par la viciſſitude du tems & la température de l'air, qui y a été telle, qu'il y a reſſenti des froids extrêmes dans le tems de la plus grande chaleur de l'Eté.

M. de Plantade remarque d'abord qu'il a trouvé de grandes variations dans la ſuſpenſion du Vif-argent en divers tuyaux dont il s'eſt ſervi, & qu'à une élévation ſur le niveau de la Mer qui n'excédoit pas 1000 toiſes, le Vif argent s'eſt toujours tenu plus bas dans les tuyaux d'un diametre étroit, que dans ceux qui étoient plus larges, & cela conſtamment ſur ſeize montagnes differentes, où il a fait des

des expériences avec toutes les précautions néceſſaires ; mais que depuis 1000 toiſes & au deſſus, le Vif-argent s'eſt mis au même niveau dans tous les tubes, de quelque diametre qu'ils fuſſent, larges ou étroits.

Sur le Pic de Canigou, au haut de la pointe de la Pyramide élevée pour les opérations de la Méridienne, M. de Plantade mit le 4 Août 1731 à 10 heures du matin, par un tems aſſez tranquille, trois tubes de differente largeur en expérience, & le Vif-argent deſcendit dans tous les trois à 20 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$.

Pour déterminer par le moyen de cette expérience, l'abaiſſement du Vif-argent qui répond à la hauteur de cette montagne ſur le niveau de la Mer, que nous avons trouvée par nos opérations de 1441 toiſes, nous avons cru devoir employer les obſervations du Barometre qui ont été faites à Marſeille par M. Arazy dans un lieu élevé ſeulement de 6 pieds au deſſus du niveau de la Mer, & qui nous ont été communiquées par le P. Pezenas ; & nous avons préferé ces obſervations à celles qui ont été faites à Paris, qui ſe trouve beaucoup plus éloigné, ſous un climat fort different, & dont nous ne connoiſſons la hauteur que ſur le niveau de la Mer Océane, qui peut être un peu differente de celle de la Méditerranée, à l'égard de laquelle nous avons meſuré les differentes hauteurs des montagnes.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marſeille, de 28 pouces 2 lignes, dont retranchant celle qui a été obſervée ſur le haut de

Canigou de 20 pouces $2\frac{1}{2}$, reſte 7 pouces $11\frac{1}{2}$ pour l'abaiſſement du Mercure, qui répond à la hauteur de cette montagne ſur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1441 toiſes, & que M. de Plantade a trouvée par pluſieurs opérations géometriques & réitérées, de 1453 toiſes, plus grande que ſuivant nos dimenſions, de 12 toiſes, qui eſt une difference que nous ne jugeons pas de grande conſéquence dans ces ſortes d'obſervations.

M. de Plantade remarque à cette occaſion que par les expériences que M. Scheuchzer a faites pendant les cinq derniers mois de l'année 1728 ſur le Mont S^t. Godard, qu'il dit être le plus haut des Alpes, & la plus haute montagne de l'Europe, il a trouvé que le Vif-argent n'a jamais été au deſſous de 21 pouces, au-lieu que ſur le Canigou il a été de 20 pouces $2\frac{1}{2}$; ce qui fait voir que cette montagne eſt plus haute que le Mont S^t. Godard, & qu'en général, les Pyrenées ſont beaucoup plus hautes que les Alpes.

Le 18 Août 1732, M. de Plantade ayant mis en expérience ſur la montagne du Mouſiet les mêmes tubes à une heure après midi, par un vent d'Eſt aſſez grand, le Vif-argent demeura dans tous les trois, à 20 pouces $10\frac{1}{2}$. Il étoit ce jour-là à Marſeille de 28 pouces o^l au bord de la Mer. On aura donc 7 pouces $1\frac{1}{2}$ pour l'abaiſſement du Mercure, qui répond à 1289 toiſes, dont il a trouvé que la pointe la plus élevée de cette montagne étoit au-deſſus du niveau de la Mer. Nous avons déterminé dans le voyage de la Méridienne, la

la hauteur du Mouflet de 1253 toiſes, plus baſſe de 36 toiſes que M. de Plantade ne l'a trouvée, ce qui lui fait croire que celle que l'on nous indiqua pour le Mouflet, eſt la pointe du Bernard ſauvage, que l'on appelle auſſi communément dans ce païs, la montagne de Madre ou du Mouflet, & à laquelle nos angles paroiſſent répondre.

Enfin, le 25 Août à midi, il mit les trois mêmes tubes en expérience ſur la pointe la plus occidentale de la montagne de S^t. Barthelemy, & la hauteur du Vif-argent fut obſervée dans tous les trois de 21 pouces o^l ½. Le vent étoit à l'Oueſt aſſez fort, le Ciel fort ſerein, & il faiſoit un froid très aigu & très cuiſant, enſorte que trois étangs qui étoient vers le haut de cette montagne étoient entierement glacés, & toute la montagne, de même que les voiſines, couverte de verglas, avec de la neige en divers endroits.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marſeille de 28 pouces o^l au bord de la Mer, dont retranchant 21 pouces o^l ½, hauteur obſervée ſur S^t. Barthelemy, on aura 6 pouces 11½ pour l'abaiſſement du Mercure, qui répond à l'élévation de cette montagne ſur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1184 toiſes & demie, plus petite ſeulement de 5 toiſes & demie que celle que M. de Plantade a trouvée de 1190 toiſes. Cette élévation peut être regardée comme la meſure du Mont S^t. Godard, où, ſuivant M. Scheuchzer, le Mercure n'eſt jamais deſcendu plus bas de 21 pouces.

Nous ajouterons à ces obſervations, celles

les qui ont été faites en 1704 par le P. Feuillée ſur le Pic de Ténériffe, dont il avoit meſuré géometriquement la hauteur perpendiculaire ſur le niveau de la Mer de 2213, c'eſt-à-dire, d'environ une lieue à plomb, ce qui ſurpaſſe de 760 toiſes la plus haute que l'on a meſurée juſqu'à préſent dans les Pyrenées. La hauteur du Barometre fut obſervée ſur le haut de cette montagne de 17 pouces $5^{l}0'$, qui étant retranchés de 28 pouces 0^{l}, hauteur moyenne du Barometre au bord de la Mer, donnent 10 pouces 7^{l} pour l'abaiſſement du Vif-argent, à la hauteur de 2213 toiſes. Nous avons préféré la hauteur moyenne du Barometre à celle qui avoit été obſervée quatre jours auparavant au bord de la Mer de 27 pouces $9^{l}\frac{1}{4}$, à cauſe que dans cet intervalle il peut y avoir eu quelque variation.

Si l'on compare préſentement les obſervations que nous venons de rapporter, avec la Table de la hauteur de l'air, qui répond à l'abaiſſement du Vif-argent, qui eſt inſerée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1705, p. 92, où l'on a marqué quelle doit être cette hauteur, tant ſuivant les principes de M. Mariotte, que ſuivant nos obſervations; on trouve que la hauteur du Mercure ayant été obſervée ſur la montagne de St. Barthelemy de 21 pouces $0^{l}\frac{1}{2}$, plus baſſe qu'au niveau de la Mer de 6 pouces $11^{l}\frac{1}{3}$, la hauteur de cette montagne auroit dû être, ſuivant M. Mariotte, de 1012 toiſes, plus petite de 178 toiſes que celle que M. de Plantade a déterminée; & qu'au contraire, ſui-

ſuivant les règles fondées ſur des obſervations faites ſur des montagnes moins élevées, cette hauteur auroit dû être de 1427 toiſes, plus grande de 237 toiſes qu'elle ne l'eſt effectivement.

Si l'on examine de même l'obſervation du 18 Août, faite ſur la montagne du Mouflet, qui eſt élevée de 1289 toiſes ſur le niveau de la Mer, on trouve que l'abaiſſement du Vif-argent y a été de 7 pouces $1^{l}\frac{1}{4}$, plus grand ſeulement d'une ligne & deux tiers, qu'on ne l'a trouvé le 25 Août ſur St. Barthelemy, quoiqu'il y ait une différence de 99 toiſes de hauteur entre ces deux montagnes, ce qui peut venir de ce que dans l'obſervation du 25 Août, les frimats qui ſe ſont fait ſentir ſur cette montagne, ont cauſé quelque variation extraordinaire dans l'Atmoſphere.

Suivant cette obſervation, on trouve que la hauteur du Mouflet devoit être, ſuivant les principes de M. Mariotte, de 1035 toiſes, plus petite de 254 toiſes qu'on ne l'a déterminée, & ſuivant notre méthode, de 1467 toiſes, plus grande de 178 toiſes qu'elle ne l'eſt en effet.

Dans l'obſervation du Barometre, faite le 4 Août, ſur le ſommet du Canigou, qui ſuivant M. de Plantade eſt élevé de 1454 toiſes ſur le niveau de la Mer; on a trouvé que la diminution de la hauteur du Mercure a été de 7 pouces $11^{l}\frac{1}{2}$. Comme la Table qui eſt rapportée dans les Mémoires de l'Académie de 1705, ne s'étend qu'à 7 pouces 2 lignes, nous l'avons prolongée ſuivant les mêmes principes; & nous avons trouvé que la

hauteur de l'air, qui répond à 7 pouces 11^{l} $\frac{1}{2}$ devoit être, ſuivant M. Mariotte, de 1183 toiſes, plus petite de 271 toiſes que M. de Plantade ne l'a déterminée, &, ſuivant nos principes, de 1728 toiſes, plus grande de 275 toiſes qu'elle ne l'eſt en effet; de ſorte que la véritable meſure ſe trouve à peu près moyenne entre les déterminations de M. Mariotte & les nôtres.

Enfin, ſi l'on compare les obſervations du Barometre, faites par le P. Feuillée ſur le Pic de Ténériffe, avec la hauteur de cette montagne, qu'il a déterminée de 2213 toiſes, c'eſt-à-dire, d'environ une lieue à plomb, ce qui ſurpaſſe de 760 toiſes les plus hautes que l'on a meſurées juſqu'à préſent dans les Pyrenées; on trouvera que l'abaiſſement du Mercure ayant été obſervé ſur le haut de cette montagne de 10 pouces 7^{l}, ſon élévation n'auroit dû être, ſuivant M. Mariotte, que de 1686 toiſes, plus petite de 533 toiſes qu'elle n'a été obſervée; & qu'au contraire, ſuivant notre méthode, cette hauteur auroit dû être de 2624 toiſes plus grande de 411 toiſes qu'elle ne l'eſt en effet.

Les règles que nous avons rapportées pour trouver la hauteur de l'air, qui répond à l'abaiſſement du Vif argent, étant donc inſuffiſantes, nous avons cherché ſi l'on pouvoit en trouver quelque autre qui pût repréſenter les Obſervations qui ont été faites ſur les diverſes montagnes dont on a obſervé la hauteur ſur le niveau de la Mer.

Nous avons conſideré pour cet effet, que puiſque ſuivant les expériences de M. Mariot-

riotte, l'air renfermé dans un tube ſe condenſe à proportion des poids dont il eſt chargé, & que cette règle ne s'obſerve pas dans la dilatation de l'air obſervée ſur les montagnes lorſqu'il eſt libre, il faut néceſſairement que l'air en liberté ſuive d'autres règles que lorſqu'il eſt renfermé.

Comme il ſeroit difficile de déduire cette règle immédiatement de quelque cauſe phyſique, parce qu'il faudroit connoitre la nature du reſſort de l'air; nous avons ſuppoſé que cette dilatation ſe fait dans la raiſon réciproque du quarré des poids dont il eſt chargé.

Dans cette ſuppoſition, le poids de l'Atmoſphere étant au niveau de la Mer en équilibre à une colomne de Mercure de 28 pouces de hauteur, & à l'élevation de l'air qui répond à une ligne de diminution de Mercure de 63 pieds, comme M. Mariotte l'a déterminé, il ſuit que lorsque le poids de l'Atmoſphere ſera diminué de moitié, & que la hauteur du Mercure ſera de 14 pouces, l'air ſera dilaté quatre fois davantage, & occupera 42 toiſes: car ſi l'on fait, comme le quarré de 14 eſt au quarré de 28, c'eſt-à-dire comme 1 eſt à 4; ainſi la dilatation de l'air, lorſqu'il eſt au niveau de la Mer où une ligne de Mercure répond à 63 pieds de hauteur, eſt à ſa dilatation lorſqu'il n'eſt chargé que de la moitié du poids de ſon Atmoſphere; on trouvera 42 toiſes pour la hauteur de l'air, qui répond alors à une ligne de diminution du Mercure, ce qui eſt le double de celle qui réſulte des principes de M. Mariotte.

Suivant

Suivant cette règle, la hauteur de l'air qui répond à un pouce d'abaiſſement de Mercure, eſt de 130 toiſes,

Celle qui répond	à 2 pouces	eſt de	269
	à 3 pouces	de	419
	à 4 pouces	de	582
	à 5 pouces	de	759
	à 6 pouces	de	962
	à 7 pouces	de	1173
	à 8 pouces	de	1405
	à 9 pouces	de	1662
	à 10 pouces	de	1947

Toutes ces meſures ſe trouvent moyennes entre celles de M. Mariotte & les nôtres, dont elles s'écartent d'abord davantage, & ſe rapprochent enſuite, comme on le peut voir dans la Table que nous avons citée.

En comparant préſentement les obſervations qui ont été faites ſur les montagnes dont la hauteur eſt meſurée, avec la règle que nous venons de propoſer, nous trouvons que la dilatation qui en réſulte n'eſt pas encore ſuffiſante pour repréſenter les obſervations; car dans celle qui fut faite le 12 Mars 1701 ſur le haut de la Tour de la Maſſane, on a trouvé qu'à la hauteur de 397 toiſes, entre le ſommet de cette montagne, & le lieu où nous faiſions nos obſervations à Collioure ſur le bord de la Mer, l'abaiſſement du Mercure a été de 2 pouces 7^{l}, au-lieu que ſuivant cette règle, la hauteur de l'air qui répond à cette diminution de Mercure, n'auroit dû être que de 354 toiſes.

Cette difference eſt encore plus grande ſur la montagne de Bugarach, où nous avons trou-

trouvé pour 648 toiſes 3 pouces 10l d'abaiſſement de Mercure, au-lieu que la hauteur de l'air qui répond à cette diminution, n'auroit dû être que de 564 toiſes.

Sur les montagnes de la Côte & de la Courlande en Auvergne, dont la premiere eſt élevée de 851 toiſes ſur le niveau de la Mer, & la ſeconde de 838 toiſes, on a obſervé 4 pouces 10l de diminution de Mercure, ce qui n'auroit dû donner que 759 toiſes pour la hauteur de ces montagnes, c'eſt à-dire 79 toiſes moins que la plus petite, & 91 toiſes moins que la plus grande.

Sur la montagne de St. Barthelemy dont la hauteur, ſuivant nos meſures, eſt de 1184 toiſes ½ & ſuivant celle de M. de Plantade, de 1190 toiſes, on a trouvé l'abaiſſement du Mercure, de 6 pouces 11 7/12, ce qui ſuivant la derniere règle, auroit dû donner 1168 toiſes pour la hauteur de cette montagne, peu differente de celle que l'on a déterminée, quoique toujours moindre.

Sur la montagne du Mouflet, qui ſuivant M. de Plantade, eſt de 1289, on a trouvé l'abaiſſement du Mercure, de 7 pouces 1l 1/7, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette montagne de 1200 toiſes, plus petite de 89 toiſes que celle que l'on a déterminée.

Sur le Canigou, qui ſuivant nos meſures, eſt de 1441 toiſes, & ſuivant celles de M. de Plantade, de 1454 toiſes, l'abaiſſement du Mercure étoit de 7 pouces 11 ½, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette montagne, de 1394 toiſes, plus petite de 47 toiſes que nous

nous ne l'avions trouvée, & de 60 toiſes, que ſuivant M. de Plantade.

Enfin ſur le Pic de Ténériffe, qui ſuivant les meſures du P. Feuillée, eſt élevé de 2213 toiſes ſur le niveau de la Mer, l'abaiſſement du Mercure y a été trouvé de 10 poucès 7^{l}, ce qui, ſuivant la derniere règle, auroit dû donner 2120 toiſes pour la hauteur de cette montagne, 93 toiſes moins qu'on ne l'a obſervé.

De ce que nous venons de rapporter, il réſulte que la dilatation de l'air dans l'Atmoſphere, à differens degrés de hauteur, ſe fait encore dans une proportion plus grande que les quarrés des poids dont il eſt chargé, ce qui doit donner la hauteur de l'Atmoſphere beaucoup plus grande qu'on ne l'a cru juſqu'à préſent, puiſque, ſuivant cette règle, lorſque l'air ne ſera chargé que du poids d'une ligne de Mercure, l'étendue qui y répond ſera de 1185450 toiſes, ou plus de 500 lieues.

Nous n'entreprendrons point ici de donner des cauſes phyſiques de cette dilatation, & nous nous ſommes contentés de faire voir le rapport qu'il y a de la dilatation réelle de l'air avec celle qui réſulte de diverſes hypotheſes dont les Phyſiciens pourront ſe ſervir dans la ſuite pour expliquer ſes divers effets.

R E-

REFLEXIONS
SUR LE TIRAGE DES CHARRETTES ET DES TRAINEAUX.

Par M. COUPLET. *

L'USAGE des Charrettes & des Traineaux pour tranſporter de lourds fardeaux eſt ſi ancien, qu'il ſeroit étonnant que ces machines n'euſſent point toute la ſolidité qui leur eſt néceſſaire, & toutes les commodités qu'on en peut attendre.

Un Traineau ſur un plan horizontal parfaitement dur & poli, ſera mu par la moindre puiſſance, quelle que ſoit la charge du Traineau.

Une Charrette dont les roues ſeroient parfaitement dures & rondes, dont l'eſſieu & le moyeu ſeroient auſſi parfaitement durs, polis & centrés, étant ſur un plan horizontal parfaitement dur & poli, ſera auſſi mue par la moindre puiſſance, quelle que la ſoit charge de la Charrette.

Mais il s'en faut beaucoup que les Charrettes, les Traineaux & les chemins où ils paſſent, ayent les perfections dont nous venons de parler.

Les roues des Charrettes ne ſont point parfaitement rondes, les cloux de leurs bandes

29 Avril 1733.

y font même des éminences qui obligent la charrette & ſa charge à s'élever ; les chemins ſont remplis de tant d'éminences & d'ornieres qu'il faut continuellement monter & deſcendre, qu'on eſt obligé d'appliquer aux Charrettes & aux Traineaux un nombre conſiderable de chevaux pour les trainer.

Ce nombre de chevaux ne peut point être déterminé par la charge ſeule de la voiture, il faut encore avoir égard aux chemins par leſquels elle doit paſſer.

Le Traineau demande une troiſieme attention ; c'eſt la longueur des traits du dernier cheval de volée ; car nous ferons voir dans la ſuite de nos réflexions, que plus il faudra de chevaux pour le tirage, plus les traits de ce dernier cheval doivent être longs, pour qu'il puiſſe réſiſter à la charge qu'il auroit à ſouffrir.

La comparaiſon de la Charrette & du Traineau mérite encore quelques attentions.

M. Duquet a préſenté il y a quelque tems à l'Académie, un Modele de Charrette poſée ſur un chemin incliné, ſur lequel il y avoit des inégalités comme il s'en trouve ſur un chemin pavé ; & cette Charrette tirée par une certaine puiſſance, n'a pu monter ce chemin incliné.

La même Charrette devenue Traineau par la ſuppreſſion de ſes roues & de ſon eſſieu, étant poſé ſur le même chemin & tiré par la même puiſſance, a facilement monté le chemin.

L'Auteur, fondé ſur cette expérience, a prétendu que l'uſage du Traineau étoit préfé-

férable à celui des autres voitures portées ſur des roues ; mais au lieu-de conclure comme il a fait, examinons ce qui eſt arrivé dans ſa propre expérience.

1°. La puiſſance *P* * qui a fait monter le Traineau, agiſſoit ſuivant une direction *FB* (*Fig.* 2.) preſque parallele au plan incliné *CB* ; & cette même puiſſance qui n'a pu faire monter la Charrette, agiſſoit ſuivant une direction *AB* (*Fig.* 1.) inclinée au même plan *CB*.

2°. Le Traineau n'étant autre choſe que la Charrette dont on avoit ôté l'eſſieu & les roues, étoit beaucoup plus leger que la Charrette.

L'on avoit donc donné au Traineau deux avantages ſur la Charrette.

1°. On a donné le premier avantage au Traineau en le tirant ſuivant la direction la plus avantageuſe, ſavoir ſuivant la direction parallele au plan.

2°. L'on a donné au Traineau le ſecond avantage ſur la Charrette, en le faiſant plus leger qu'elle.

Il n'eſt donc pas étonnant que la même puiſſance *P*, qui a enlevé le Traineau, n'ait pu enlever la Charrette.

L'expérience même a fait voir que le Traineau n'avoit point d'autres avantages ſur la Charrette, que ceux qu'on lui avoit donnés; car ayant ôté au Traineau le ſecond avantage, c'eſt-à-dire, l'ayant chargé des roues & de l'eſſieu pour le rendre auſſi peſant que la Char-

* Fig 1. & 2.

Charrette, la puiſſance *P*, qui n'a pu monter la Charrette, & qui avoit monté le Traineau ſans être chargé des roues & de l'eſſieu, n'a pu monter le Traineau lorſqu'il en a été chargé, quoique le Traineau eût encore ſur la Charrette le premier avantage, qui eſt celui de la direction du tirage.

Si l'on eſt obligé de convenir que dans les chemins pavés le Traineau a un avantage réel ſur la Charrette, en ce que le Traineau gliſſe ſur le pavé comme ſur un plan, au-lieu que la Charrette a ſouvent ſes roues enfoncées entre deux pavés, & eſt par conſéquent obligée de monter comme ſur un plan *ED*, perpendiculaire au rayon *AF*, & par conſequent plus roide que le plan général du pavé *FGHI*, que le Traineau toucheroit en ces ſeuls points:

Il faut auſſi avouer que la Charrette a un autre avantage ſur le Traineau, en ce que le frottement de l'eſſieu de la Charrette dans le moyeu de ſes roues eſt moindre, & plus facile à vaincre, que le frottement du Traineau ſur le pavé.

1°. Le frottement dans le moyeu des roues eſt moindre, parce que la ſurface frottante eſt plus petite, & qu'elle peut être enduite de graiſſe qui fait l'office de rouleaux entre le moyeu & l'eſſieu, ce que l'on ne ſauroit faire dans le Traineau ſimple.

2°. Le frottement de l'eſſieu dans le moyeu eſt plus facile à vaincre que celui du Traineau ſur le pavé, quand même les frottemens

* Fig. 1. & 2.

mens seroient les mêmes; car on n'a aucun levier pour vaincre le frottement du Traineau contre le pavé, & l'on a presque tout le rayon de la roue pour vaincre le frottement qui se fait dans le moyeu ; de sorte que la tenacité du frottement est à la force qui peut le vaincre, étant appliquée à la circonférence de la roue, comme le rayon de l'essieu est au rayon de la roue.

Cet avantage est si considérable, qu'il compense de reste les desavantages que trouve la charrette dans l'inégalité du pavé.

L'on voit tous les jours des charrettes attelées de trois chevaux, porter autant de pierres qu'un traineau attelé de sept à huit chevaux.

Lorsqu'on a transporté par tronçon les Figures qui sont au-dessus d'un des portails de St. Sulpice, on l'a fait sur un traineau attelé de 10 à 12 chevaux; cependant il n'y avoit sur le traineau que deux tronçons, qui vraisemblablement avoient chacun été apportés en charrette chez le Sculpteur; l'on pourroit même assûrer que le Sculpteur a perdu plus d'un quart de la pierre, en sorte que l'une des deux pierres apportées de la carriere, pesoit les deux tiers de ce qu'il y avoit sur le traineau, puisque le traineau n'étoit chargé que du poids d'une $+\frac{1}{2}$ de ces pierres, ou 6 quarts, & que la charrette en avoit apporté une entiere, ou 4 quarts.

Cependant l'on ne voit presque jamais dans Paris plus de trois chevaux sur une charrette chargée de pierres.

Une charrette attelée de trois chevaux a donc

donc apporté auſſi peſant que les deux tiers de la charge d'un traineau attelé de dix à douze chevaux ; d'où il ſuit que trois chevaux tirent en charrette auſſi peſant que les deux tiers de 10 à 12 chevaux, c'eſt-à dire, auſſi peſant que 7 à 8 chevaux attelés ſur un traineau.

Un ſi grand avantage de la charrette ſur le traineau pourroit paſſer pour un paradoxe, ſi la charrette n'avoit d'autres avantages ſur le traineau que la facilité de vaincre ſes frottemens.

L'on eſt aſſez porté à croire que cet avantage eſt compenſé & détruit par les difficultés que la charrette trouve à paſſer par deſſus les éminences du pavé ; mais cette difficulté même qu'elle trouve dans ſon chemin, ſe compenſe en partie par les avantages qui la ſuivent.

* Si la charrette trouve quelques difficultés à monter l'éminence *b* d'un pavé, elle trouve enſuite de la facilité à deſcendre de l'autre côté du pavé ; elle acquiert même en le deſcendant par ſon propre poids, une force capable de lui faire monter une partie de l'éminence du pavé ſuivant, & cette force acquiſe, aidée de la puiſſance moyenne des chevaux, ſuffira pour monter ce pavé en entier, quoique cette puiſſance moyenne des chevaux ne ſoit point ſeule capable de lui faire monter ce pavé : ainſi une charrette en repos, prête à monter l'éminence d'un pavé, ayant reçu, pour la mettre en mouvement, un

* Fig. I.

un coup de colier plus vif que la force moyenne des chevaux, n'a plus beſoin dans la ſuite que de cette force moyenne pour continuer ſon mouvement ; la charrette trouve donc ſouvent des avantages dans les difficultés mêmes qu'elles rencontre, ce qui n'arrive point dans le traîneau, qui a beſoin d'une puiſſance preſque toujours égale à celle qui a commencé à le mouvoir.

C'eſt donc une erreur de dire que le traineau eſt plus avantageux que les voitures ordinaires.

Je ne prétends pas cependant détruire les avantages du traineau, je ſai qu'il en a de réels : mais ces avantages ne conſiſtent pas dans la facilité du tranſport des marchandiſes, ils conſiſtent ſeulement dans leur ſureté.

Quantité de corps arrivent ſans accident au lieu de leur deſtination, qui ne pourroient ſoutenir les cahots d'une charrette.

D'ailleurs le traineau, comme plus bas, eſt plus facile à charger & à décharger. Auſſi, après la lecture que j'ai faite à l'Académie de ce Mémoire, M. Duquet m'a-t-il dit que le principal objet qu'il avoit enviſagé, en propoſant l'uſage du traineau, étoit de tranſporter des perſonnes incommodées.

J'ai encore remarqué dans le tranſport des Figures de S^t. Sulpice ſur un traineau, que le dernier cheval de volée étoit extrêmement fatigué, & qu'il auroit été hors d'état de faire une traite un peu longue, attendu que ſes traits étoient trop courts, & qu'il réſultoit de la réſiſtance du traineau & de la puiſſance

des premiers chevaux de volée, une charge trop conſidérable ſur le dernier.

Les réflexions que j'ai faites à l'occaſion de ce Traineau que j'ai comparé à la Charrette, m'ont engagé à faire quelques remarques ſur le Tirage des chevaux attelés, ſoit à une charrette, ſoit à un traineau.

Du Tirage des chevaux attelés à une Charrette.

Le tirage d'un cheval ſe fait de ſon poitrail, directement à l'eſſieu de la charrette; l'eſſieu engagé dans les moyeux des roues les pouſſe en avant par l'intérieur de leur moyeu, & les oblige à tourner, & par conſéquent à parcourir un eſpace égal au chemin circulaire que fait un point quelconque de la circonférence de la roue autour de ſon eſſieu.

* Le rayon *AN* de la roue, qui porte ſur le ſol, peut donc être regardé comme un levier; le point *N* ou *B* du ſol où porte le rayon, ou contre lequel ce rayon arcboute, peut être regardé comme l'appui du levier; & le centre *A* de la roue, comme le point où eſt appliquée la puiſſance *P*.

Si la roue ne portoit jamais que ſur un rayon vertical *AN*, il eſt évident qu'un tirage infiniment peu puiſſant la feroit tourner, & feroit par conſéquent marcher la charrette ſur un plan horizontal dur & poli.

Si la roue porte ſur pluſieurs rayons, comme il arrive quand elle enfonce dans le terrein ſur lequel elle roule, ou qu'elle ſe trouve ſur un

* Fig. 3.

un ſol inégal tel que le pavé, il y a toujours des rayons qui portent avant d'être arrivé au vertical; le point *B* où porte ce rayon oblique *AB*, doit être conſideré comme l'appui, & pour-lors le plan naturel du chemin *FL* ſe trouve dans ce point *B* transformé dans le plan *GH*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB*; la perpendiculaire *BM* tirée de cet appui *B* ſur le tirage *AD*, comme le levier employé à faire tourner la roue; & la perpendiculaire *BC*, tirée de ce même point d'appui *B* ſur la verticale *AN*, qui paſſe par le centre *A* de l'eſſieu, comme le levier où eſt appliquée la charge de la voiture.

Or, plus un bras de levier eſt long, plus la puiſſance qui lui eſt appliquée a d'avantage; il faut donc, autant qu'il eſt poſſible, conſerver la longueur du bras de levier auquel le tirage eſt appliqué.

Mais ce bras de levier où eſt appliqué le tirage, ne peut jamais être plus grand que le rayon de la roue; il faut donc faire en ſorte que le tirage ſoit perpendiculaire au rayon qui arcboute ſur le terrein.

Comme le rayon *AB* qui arcboute ſur le terrein eſt toujours incliné vers le derriere de la voiture, le tirage (pour être le plus avantageux) devroit être oblique à l'horizon, comme, ſuivant *AI* perpendiculaire au rayon *AB*, c'eſt-à-dire, que le poitrail du limonier devroit être plus élevé que l'eſſieu, ou que le centre *A* de la roue.

Mais comme le poitrail d'un cheval eſt d'environ 3 pieds $\frac{1}{2}$ de haut, il ſembleroit que les roues qui auroient moins que trois pieds $\frac{1}{2}$ de

rayon, ſeroient plus avantageuſes que de plus grandes roues.

Cependant plus les roues ſont grandes & plus elles ont d'avantage, car l'on voit que dans les roues dont les rayons * *AB*, *CB*, ſont differens, le levier *FB* de la plus grande qui eſt employé dans le tirage *CD*, eſt plus grand que le levier *AB* de la petite roue qui eſt employé dans le tirage *AD*, pris du même point *D*, & avec la même puiſſance *P*. Il faut donc faire les roues les plus grandes que l'on pourra, & conſerver en même tems, autant qu'il ſera poſſible, la longueur du levier du tirage.

Si la longueur du tirage eſt déterminée, comme il l'eſt ordinairement par la longueur des charrettes, ou plutôt par la diſtance qui ſe trouve entre l'eſſieu & le bout des limons, la hauteur des roues pour être la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible, doit être telle que le tirage ſe faſſe de haut en bas ſous un angle de 45°, comme il eſt facile de le démonter.

THEOREME I.

La longueur du tirage étant déterminée, comme pour exemple de la longueur du cordage † AB, *dont on veut ſe ſervir le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible pour faire effort ſur le levier* AC, *il faudroit que la direction du tirage ſe fit ſous un angle* CAB *de* 45°.

Quoique cette propoſition ſoit connue, com-

* Fig. 4. † Fig. 5.

comme elle vient au ſujet préſent, je ne laiſſerai pas d'en rapporter la démonſtration le plus en abregé qu'il ſera poſſible.

Dans quelque poſition que ſe trouve le cordage AB, entre les côtés de l'angle droit ACB, le milieu F de ce cordage ſera toujours éloigné du ſommet C de cet angle de la quantité $BF = \frac{AB}{2}$; car ſi du milieu F du cordage l'on abaiſſe FG perpendiculaire ſur CB, elle la coupera en deux également, ce qui donnera $CF = GB = \frac{AB}{2}$.

Puiſque le point F, milieu du cordage AB, eſt toujours à une même diſtance du point C, il s'enſuit que ce point F décrira un arc de cercle, ſi l'on fait gliſſer les deux extrémités du cordage A & B le long des côtés AC, CB, de l'angle droit ACB; en tenant ce cordage AB toujours tendu.

Il ſuit auſſi que l'angle BAC étant de 45°, la ligne CF, moitié de AB, ſera perpendiculaire ſur AB.

Ainſi la corde AB faiſant un angle CAB de 45°, aura un levier CF égal à ſa moitié $\frac{AB}{2}$.

Mais ſi le cordage AB prenoit la ſituation $\alpha\beta$, dans laquelle il ne ſeroit point incliné de 45°, la droite CF, qui étoit levier dans le premier cas, tombera en $C\varphi$.

Or, $C\varphi$ étant oblique ſur le cordage, $\alpha\beta$ ne ſera plus le levier employé, mais ce ſera la perpendiculaire CQ, tirée du point C ſur

ce même cordage $a\beta$, laquelle ſera plus courte que $C\varphi$, & par conſéquent plus courte que $\varphi\beta$ ou FB, qui ſont chacune moitié de leur corde AB, ou ſon égal $a\beta$.

Donc, quand la corde $a\beta$ fait un angle $Q\beta C$, moindre de 45°, le levier CQ de cette corde eſt plus court que ſa moitié $= CF$; au-lieu que quand l'angle eſt de 45°, le levier que cette corde employe eſt égal à ſa moitié, c'eſt-à-dire, $= CF$.

Donc, la corde doit être inclinée de 45°, pour avoir le plus grand levier qu'il eſt poſſible. Mais cette théorie ne peut point s'appliquer au tirage des Charrettes, comme nous voyons dans le Théorême ſuivant.

THEOREME II.

* *En ſuppoſant, comme nous avons fait, la hauteur du poitrail d'un cheval de* 3 *pieds* $\frac{1}{2}$, *& donnant* 6 *pieds de place horizontale pour le limonier, ſi le tirage* AP *étoit incliné de haut en bas ſous un angle* CAM *de* 45°, *pour-lors le rayon* AC *des roues ſeroit de la hauteur* PD *ou* BC *du poitrail du limonier, plus de la diſtance* AP *de l'eſſieu* A *au bout* P *des limons, multiplié par* $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Car le rayon $AC = BC + AB$.

Mais AB *étant le côté du triangle rectangle & iſoſcele,* ABP *eſt* $= AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$, *car* $AP^2 = AB^2 + BP^2 = 2AB^2$.

Ainſi $AB^2 = \frac{1}{2} \times AP^2$, *& tirant la racine quarrée, l'on aura* $AB = AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$.

DANS

* Fig. 4.

DANS CE CAS,

1°. Le cheval ſeroit incommodé par le tirage de haut en bas.

2°. La caiſſe de la charrette ſeroit beaucoup moins longue que le diametre de ſes roues.

Car la diſtance AP de l'eſſieu A au bout P des limons réduite à l'horizontale, ſeroit $PB = AB$, qui eſt plus court que AC de la hauteur BC du poitrail du cheval, laquelle nous avons ſuppoſée de 3 pieds $\frac{1}{2}$.

Et comme le cheval doit être commodément dans les limons, les limons doivent faillir d'environ 6 pieds au-delà de la caiſſe de la charrette; ainſi prenant $PE = EF = BG$ de 6 pieds pour la place du limonier dans les limons, pour-lors $EB = FG = AG$ ſeroit la demi-longueur de la caiſſe de la charrette réduite à l'horizontale.

Et par conſéquent le rayon AC de la roue ſurpaſſeroit la demi-longueur AG de la caiſſe de la grandeur $CB + BG = CB + PE = 3$ pieds $\frac{1}{2} + 6$ pieds $= 9$ pieds $\frac{1}{2}$.

D'où il ſuit que le diametre de la roue ſurpaſſeroit la longueur de la caiſſe de 19 pieds.

Ainſi, faiſant le diametre de la roue de 19 pieds, il ne ſe trouveroit point de caiſſe à la charrette, & par conſéquent des roues d'une grandeur démeſurée, comme de 25 pieds de diametre, ne pourroient admettre qu'une caiſſe de ſix pieds de longueur; ce qui formeroit une charrette, qui ſeroit tout à la fois fort peſante, fort petite, & impraticable; car,

3°. De ſi grandes roues demanderoient des eſſieux fort longs, pour que la charrette ne ſoit point trop expoſée à verſer; elles demanderoient encore de fort longs moyeux, pour ne point vaciller ſur l'eſſieu.

4°. L'eſſieu étant fort long, & la charrette fort élevée, la voiture non ſeulement ne pourroit pas entrer dans les portes ordinaires des maiſons, mais encore par les portes des villes; outre que les charrieres ordinaires ne lui pourroient pas ſervir.

Les charrettes les plus avantageuſes pour le tirage, & pour la commodité, ne ſont donc pas celles dont les roues ſont les plus hautes, & où le tirage donné de longueur tire ſuivant la direction la plus avantageuſe; il faut tout combiner dans la conſtruction d'un inſtrument dont l'uſage eſt fréquent, l'on a non ſeulement égard à la conſervation, & à la commodité des animaux qu'on employe, mais encore au coût, & à la ſolidité de la voiture.

C'eſt pourquoi, ſans avoir égard aux raiſons géométriques qui peuvent donner un avantage d'une voiture ſur une autre, l'uſage n'a donné que ſix à ſept pieds de diametre aux plus grandes roues; par-là, le poitrail du cheval ſe trouve un peu au-deſſus du centre de l'eſſieu, & par conſéquent le tirage a pour levier preſque tout le rayon de la roue.

AVERTISSEMENT.

Dans l'examen que je ferai du tirage de la charrette & du traineau, je ſuppoſerai le poi-

trail

trail du cheval de même hauteur que l'eſſieu; & par conſéquent, je ſuppoſerai toujours le tirage parallele au ſol.

PROBLEME I.

* *Le Rayon* AN, *& la charge* p *d'une roue étant donnée avec la hauteur* BE *d'une éminence par-deſſus laquelle elle doit paſſer, déterminer quelle force* P, *ſuivant l'horizontale* AD, *il faut appliquer à cette roue, pour la faire paſſer par-deſſus l'éminence* AE?

SOLUTION.

Du centre *A* de la roue ſoit tirée la verticale *AN*, & l'horizontale *AD*; du point *B*, de l'éminence contre lequel la roue eſt arcboutée, ſoient tirées la verticale *BM* & l'horizontale *BC*; *MBC* ſera un levier coudé, *B* l'appui de ce levier, *BM* le bras de la puiſſance horizontale appliquée à la roue, & *BC* le bras de la charge de la roue.

Soit maintenant la charge de la voiture ou de la roue . . . . . $= p$.

Le rayon *AN* ou *AB* de la roue . . . $= a$.

La hauteur du point *B* contre lequel arcboute la roue . . . . . $= b$.

La puiſſance *P* du tirage horizontal $= x$.

L'on aura *BM* ou $AC = a - b$, & $\overline{BM}^2 = aa - 2ab + bb$, *BC* ou $MA = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{aa - aa + 2ab - bb} = \sqrt{2ab - bb}$.

Mais

* Fig. 3.

Mais les puiſſances p, x, étant en équilibre, ſont entre elles en raiſon réciproque de leurs bras BC, MB, ou de leur diſtance à l'appui B.

L'on aura donc cette analogie, $MB : BC :: p : x$, c'eſt-à-dire, $a-b : \sqrt{2ab-bb} :: p : x$.

Donc $x = p = \frac{\sqrt{2ab-bb}}{a-b} = \frac{\sqrt{2abpp-bbpp}}{a-b}$

$= \frac{\sqrt{2a-b \times bpp}}{a-b}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Si une autre roue, dont le rayon eſt A, chargée du même poids p, rencontroit le même obſtacle dont la hauteur eſt b, appellant X le tirage horizontal des chevaux, l'on auroit par le Problême précédent

$$X = \frac{\sqrt{2A-b \times bpp}}{A-b}.$$

Mais nous avons trouvé dans Problême précédent $x = \frac{\sqrt{2a-b \times bpp}}{a-b}$.

Donc $X : x :: \frac{\sqrt{2A-b \times bpp}}{A-b} : \frac{\sqrt{2a-b \times bpp}}{a-b}$

$:: \frac{\sqrt{2A-b}}{A-b} : \frac{\sqrt{2a-b}}{a-b}$. C'eſt-à-dire, que les puiſſances qu'il faut appliquer à differentes roues également chargées, pour ſurmonter un même obſtacle, ſont en raiſon compoſée de la directe des racines des differences qui ſe trou-

trouvent entre les diametres des roues & la hauteur de l'obſtacle, & de l'inverſe des differences qui ſe trouvent entre les rayons de ces roues, & la hauteur du même obſtacle.

Application du Problême.

Soit le poids de charrette, ou $p = 4000$.
le rayon de la roue, ou .... $a = 36$ pouces.
la hauteur du point B contre lequel arcboute la roue, ou ... $b = 6$ pouces.

L'on aura $pp = 16000000$

$bpp = 96000000.$

$2a - b = 66.$

$2a - b \times bpp = 6336000000.$

& $\sqrt{2a - b \times bpp} = 79599.$

$a - b = 30.$

& $\frac{\sqrt{2a - b \times bpp}}{a - b} = x$, qui eſt l'effort horizontal requis $= 2653\ \frac{1}{10}$.

Si l'on ſuppoſe avec M. de la Hire, page 227. des Mémoires de l'Académie, de l'année 1699, qu'un homme tire dans un travail continuel, avec une force de 27 livres; pourlors admettant avec lui, qu'un cheval tire autant que 7 hommes, il tirera avec 189 livres de force, ou environ, 200 livres.

Donc, ſi l'on diviſe par 189 ou 200, la puiſſance motrice horizontale, $2653\ \frac{1}{10}$, que nous venons de trouver qu'il eſt néceſſaire pour faire mouvoir la charette, le quotient qui eſt de 13 à 14, exprimera qu'il faudroit 13 à 14 chevaux pour ſurmonter l'obſtacle

propoſé de 6 pouces de hauteur, avec une charge de quatre milliers.

Mais comme dans un obſtacle accidentel les chevaux ſont capables d'un effort au moins quadruple de celui qu'ils ſont capables d'employer dans un travail continuel, l'on voit qu'avec 3 à 4 chevaux, la charrette ſurmontera l'obſtacle propoſé.

REMARQUE.

Nous avons juſqu'à préſent conſideré la charge entiere de la charrette, comme portée ſur une ſeule roue; cependant comme elle eſt portée ſur deux roues dans ces ſortes de voitures, & que par conſéquent chaque roue ne porte que la moitié de la charge totale, chaque roue pourra donc ſurmonter au moins deux fois plus facilement les obſtacles qui ſe préſenteront, ſur-tout en profitant de la longueur des limons que l'on pourra employer, comme levier, pour rabattre de côté & d'autre, ce qui ſe fait en calant une roue pour l'empêcher de reculer, dans le tems que l'autre ſurmonte l'obſtacle; après quoi ayant acoré ou calé la roue montée, pour l'empêcher de redeſcendre, l'on fait monter l'autre roue à ſon tour, en rabattant les limons ſur la roue la premiere montée, ce qui facilite beaucoup; enſorte qu'avec deux chevaux, l'on peut par ce moyen ſurmonter des obſtacles que le double de chevaux ne ſurmonteroit qu'à peine, en faiſant leur tirage direct.

Si on ſe ſervoit de chariots, les roues fatigueroient de moitié moins que celles des charrettes, & les chevaux du timon fatigueroient beaucoup moins que les limoniers des charrettes.

Il faut encore remarquer que des roues qui ne ſont point rondes, font le même effet que des éminences qu'il faudroit monter; car les roues n'étant point rondes, la voiture & ſa charge ſont obligées de s'élever, comme elles s'éleveroient en montant une éminence.

Le défaut de rondeur aux roues cauſe encore un deſavantage, qui eſt que ſouvent la voiture & ſes roues trouvent moins de réſiſtance à gliſſer qu'à s'élever, lorſque le plus grand rayon de la roue approche du ſol.

L'eſſieu même monte dans ſon moyeu plus qu'à l'ordinaire, & retombe bruſquement lorſque la réſiſtance de la voiture diminue conſidérablement; & cette chute, jointe à la vacillation de l'eſſieu dans ſon moyeu, cauſe ſouvent la rupture de l'eſſieu ou des roues, & même de tous les deux enſemble.

Nous avons dit, qu'il faut autant qu'il eſt poſſible, que le tirage ſe faſſe perpendiculairement au rayon d'appui de la roue, ſans quoi il y a une force perdue, proportionnément à la quantité dont cette ligne de tirage déclinera, de côté ou d'autre, ſoit en deſſus ſoit en deſſous de cette perpendiculaire, qui paſſeroit par le centre de la roue, & qui a pour levier ſon rayon d'appui, qui eſt le plus grand levier que l'on puiſſe employer, comme il eſt aiſé de s'en convaincre.

Car si la ligne de tirage étoit suivant la direction *AD, parallele au sol NO, qui est parallele à la ligne BE, qui passe par le point d'appui B de l'obstacle à surmonter, l'on voit qu'elle n'auroit pour levier, que la partie AC du rayon de la roue.

De même, si cette ligne de tirage étoit AE, elle n'auroit que sa perpendiculaire BF pour levier, qui est encore plus petit que celui AC, comme il arrive quand il faut que les roues passent sur quelque éminence, ou que l'on double quelque montagne; car dans cet état, le tirage devient oblique comme ici.

Mais si le tirage au-lieu d'être suivant les directions AD, AE, qui n'ont que AC, BF, pour levier, se faisoit suivant la direction AG, perpendiculaire au rayon d'appui AB de la roue qui se trouve avoir un obstacle B à surmonter, le tirage auroit pour-lors le rayon entier AB pour levier, qui est le cas le plus avantageux que l'on puisse avoir, comme on l'a vu ci-devant, (*Fig.* 3.) lorsque le tirage AI s'est fait parallelement au plan GH, & perpendiculaire au rayon d'appui AB.

†Et si le tirage se faisoit suivant les direction AH, AI, également éloignées du tirage AG, perpendiculaire au rayon d'appui AB de la roue, ils seront tous deux également foibles, puisque pour-lors le tirage AH aura sa perpendiculaire BL pour levier, & que le tirage AI prolongé, aura sa perpendi-

* Fig. 7. † Fig. 7.

diculaire *B M* pour levier, & que *B L*, *BM*, ſont égaux & plus petits que l'hypothénuſe *AB* des deux triangles rectangles *ALB*, *AMB*.

L'on voit que ces deux tirages *AH*, *AI*, ſont moins avantageux que celui *AG*, mais qu'ils ſont préférables à celui *AD*, & beaucoup plus à celui *AE*.

Enſorte que la différence qui eſt entre les leviers *BF*, *BM*, *BL*, *BA*, *AC*, chacun perpendiculaire à la direction de ſon tirage *AE*, *AI*, *AH*, *AG*, *AD*, indique parfaitement le tirage préférable.

De ce que nous venons de dire, l'on voit que les plus grands chevaux limoniers ſont les plus avantageux, puiſqu'ils tirent de plus haut, ayant le poitrail plus élevé que d'autres, & que nous venons de voir, que lorſqu'il y a des ornieres ou des obſtacles *B*, comme dans la Figure 7e, les directions du tirage, comme *AH*, & particulierement comme *AG*, ſont plus favorables que l'horizontale *AD*, & encore beaucoup plus que celle *AE*, qui lui eſt inclinée de haut en bas.

L'on voit que les chevaux ſont capables d'un effort beaucoup plus conſidérable que celui que nous leur avons donné ci-devant pour force moyenne, puiſque les charrettes ordinaires attelées de trois chevaux, mènent coutumierement ſur le pavé, une charge de pierre de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conſéquent de près de 7 milliers; & auſſi à Rome, les charrettes montées à l'ordinaire, ſur leurs roues de 6 pieds de diametre, & attelées d'un ſeul cheval, mènent elles

les des charges que l'effort moyen de 200 livres ne pourroit pas ſurmonter, comme nous le voyons à Paris, ſur nos haquets de braſſeur attelés d'un ſeul cheval grand & fort, ou ſur une charrette chargée à l'ordinaire, d'une demi-corde de bois qui eſt d'environ 64 pieds cubiques, & par conſéquent de plus de 4 milliers; outre que ſouvent cette même charrette ſe trouve chargée encore d'autres marchandiſes au par-delà du poids de la charrette même.

Si l'on tenoit les roues des voitures d'un rayon plus grand que la hauteur du poitrail du limonier, pour-lors les fardeaux dont la charrette ſeroit chargée, ſeroient ſur un plan incliné, & par conſéquent tendroient & feroient effort pour gliſſer & charger le limonier, & gliſſeroient réellement ſi on ne les aſſujettiſſoit fortement avec des cordages ou des chaines: mais ces cordages toujours tendus & forcés, romproient bien-tôt, & la charge gliſſant inopinément écraſeroit le limonier, ſur-tout dans les deſcentes.

PROBLEME II.

* *Le nombre de chevaux qu'il faut atteler ſur un traineau, & la hauteur du poitrail du dernier cheval de volée étant donné, avec la charge moyenne d'un cheval, & la hauteur des crochets* B *du traineau, déterminer quelle doit être la longueur des traits de ce dernier cheval de volée, c'eſt-à-dire, la diſtance qu'il doit y avoir entre les*

* Fig. 3.

les crochets & la doſſiere de ce cheval, pour qu'il n'ait qu'une charge moyenne à ſupporter?

SOLUTION.

Le nombre des chevaux qu'il faut atteler ſur le traineau ſoit . . . . . $= m$.
La hauteur AD du poitrail du cheval de volée . . . . . $= a$.
La hauteur BF ou CD du point B du crochet d'où part le trait au-deſſus du ſol GFD . . . . . $= b$.
La charge moyenne d'un cheval. . . $= p$.
La longueur AB du trait du dernier cheval de volée . . . . . $= x$.
L'on aura AC . . . . . $= a - b$.

$$BC = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}.$$

Et tirant CE parallele à AB, l'on aura auſſi

$$AE = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}.$$

Soit f. le tirage d'un cheval.
mf ſera le tirage du nombre m de chevaux.

Mais BE étant un parallelogramme, & le tirage des chevaux ſe faiſant ſuivant ſon côté AE, la réſiſtance du traineau ſuivant AB, & la réſultante de ces deux puiſſances, qui eſt la charge de ce dernier cheval de volée, ſe faiſant ſuivant la diagonale AC, ces trois forces doivent être entre elles comme les côtés AB, $AE = BC$, & la diagonale AC du parallelogramme BE, ou comme les trois côtés AB, BC, AC, du triangle rectangle ACB.

Ce qui donnera cette analogie $mf : p :: AE : AC$, c'eſt-à-dire, $mf : p :: \sqrt{xx - aa + 2ab - bb} : a - b$

$: a - b$. Donc $\frac{mf \times a - b}{p} = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}$.

Quarrant chaque membre, l'on aura $\frac{\overline{mmff \times a - b}^{2}}{pp} = xx - aa + 2ab - bb$.

Tranſportant $-aa + 2ab - bb$, l'on aura $\frac{\overline{mmff \times a - b}^{2}}{pp} + aa - 2ab + bb = xx$.

Ou bien $\frac{\overline{mmff \times a - b}^{2}}{pp} + \overline{a - b}^{2} = xx$.

Et donnant même dénominateur au premier membre, l'on aura $\frac{\overline{mmff \times a - b}^{2} + pp \times \overline{a - b}^{2}}{pp}$ $= xx$, c'eſt-à-dire, $\frac{\overline{mmff + pp \times a - b}^{2}}{pp} = xx$.

Tirant la racine quarrée de chaque membre, l'on aura $\sqrt{mmff + pp} \times \frac{a - b}{p}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Application du Problême.

Soit le nombre des chevaux . . . . . = 10
Le tirage f d'un cheval. . = 200
La charge moyenne p d'un cheval. . . . . = 300
La hauteur a du poitrail d'un cheval. . . . . = 3 pieds $\frac{1}{2}$
La hauteur b du crochet... = 6 pouc. ou $\frac{1}{2}$ pied.

L'on

L'on aura mm . . . . . = 100.
ff . . . . . = 40000.

Donc $mmff$ . . . . . = 4000000.
pp . . . . . = 90000.

Donc $mmff + pp$ . . . . . = 4090000.
Et $\sqrt{mmff + pp}$ . . . . = 2022.

Mais $a - b$ . . . . . = 3 pieds.
Donc $\sqrt{mmff + pp} \times a - b$ = 6066.
Enfin $\frac{\sqrt{mmff + pp} \times a - b}{p}$ . . = 20 pieds $\frac{1}{7}$.

C'eſt-à-dire, que le dernier cheval de volée doit avoir ſes traits de 20 pieds $\frac{1}{7}$ pour n'être chargé que de 300 livres, qui eſt celle que nous avons pris pour charge moyenne.

Le même Problême, ou plutôt ſa réſolution, ſervira à déterminer la charge du dernier cheval de volée, quand la longueur de ſes traits ſera donnée, le nombre des chevaux attelés ſur le traineau auſſi donné, avec la hauteur du poitrail ou du tirage, & la hauteur des crochets du traineau, comme auſſi le nombre des chevaux qu'il convient de mettre ſur un traineau étant donné, la longueur des traits du dernier cheval de volée ſera toujours déterminée, ſelon les differentes charges que l'on voudra lui faire ſupporter.

Car nous ſervant des expreſſions du Problême précédent, nous aurons, comme dans ce Problême,

$mf : p :: \sqrt{x.x - a.a + 2ab - bb} : a - b.$

D'où

D'où l'on tire la charge $p = \frac{mf \times \overline{a-b}}{\sqrt{xx-aa+2ab-bb}}$

$= \frac{mf \times \overline{a-b}}{b\sqrt{x+a-b \times x-a+b}}$.

Comme la longueur x des traits eſt ſuppoſée connue, & qu'il n'y a que la charge p d'inconnue, le ſecond membre de cette Equation eſt connu, & par conſéquent, la valeur de la charge p eſt trouvée.

Il eſt évident, que moins x ſera grand, & plus la valeur de p ſera grande; c'eſt-à-dire, que moins la longueur des traits du dernier cheval de volée ſera grande, plus la charge de ce cheval ſera conſiderable.

Si l'on étoit obligé d'employer un trop grand nombre de chevaux pour enlever le traineau, les traits du dernier cheval de volée ſe trouveroient exceſſivement longs, & cauſeroient par conſéquent un embarras au moindre détour, & le tirage deviendroit impoſſible, pour peu que le détour fût conſiderable.

Il y a un moyen facile d'éviter cet inconvénient; c'eſt d'atteler tous les chevaux ſur une charrette, ou ſur ce que les Charpentiers appellent un diable, & d'attacher le traineau à l'eſſieu de la charrette; car ſi l'on étoit obligé de ſe ſervir de traits trop courts, le dernier cheval de volée ſeroit hors d'état de ſoutenir la charge réſultante de la réſiſtance du tirage des chevaux de volée.

L'on pourroit encore, ſi le terrein le permettoit, mettre tous les chevaux de front; &

& dans ce cas, ils ſeroient tous chargés également: mais le moyen ſeroit difficile, ou du moins ſeroit très embarraſſant quand il y auroit un nombre conſiderable de chevaux à employer.

Un autre moyen, ſeroit de tenir les crochets du traineau, auſſi élevés que le poitrail des chevaux; dans ce cas, on les atteleroit à l'ordinaire, ſans que le dernier cheval de volée fatiguât plus que les autres: mais cette élévation des crochets donneroit un levier égal à toute cette élévation, qui dans les tournans, feroit renverſer le traineau, que l'on n'employe cependant que pour que ſa charge ſoit plus en ſureté que dans une autre voiture: donc, les crochets trop élevés ne doivent point être employés. Il eſt vrai que ſi l'on n'avoit qu'une droite route à parcourir, ces crochets élevés, ou ces mâts entés ſur le devant du traineau, ſe pourroient employer; mais ces mâts ne conviennent que ſur un fluide.

Nous venons de voir que dans les traineaux, les traits les plus longs ſont ceux qui ſoulagent davantage le dernier cheval de volée, de la charge que les chevaux de la volée entiere lui feroient ſouffrir. De même, les limons les plus longs ſont les plus avantageux pour le ſoulagement du limonier: mais de ſi longs limons ne peuvent avoir lieu dans la plupart des lieux habités, où le tournant & la largeur des rues leur donnent des bornes abſolues.

J'ai dit que les moyeux devoient être fort longs, pour empêcher que la roue ne balotte ſur

ſur ſon eſſieu; mais cette longueur fait encore que les moyeux & l'eſſieu s'uſent moins, puiſque le frottement ſe fait ſentir ſur une plus grande ſurface. Il convient encore que les moyeux ſoient fort épais, parce que la ſaillie de ſes rais en devient d'autant plus courte, & par conſéquent plus renforcée. Une attention qui eſt encore néceſſaire, eſt que les ſemelles dans leſquelles s'encaſtre l'eſſieu, ſoient fort épaiſſes, parce que la roue, ou l'eſſieu, ſe caſſant, ces ſemelles ſerviront d'appui au corps de la charrette, & garantiront les jambes du limonier, qui pourroient ſe trouver deſſous les limons dans cet accident.

Les roues des voitures, en ſe caſſant, ſe plient ordinairement en-deſſous.

Je vais examiner pourquoi cette rupture ſe fait de cette maniere

* Soit une roue quelconque, dont le centre eſt en *A*, par lequel paſſe l'eſſieu.

Selon la conſtruction commune à toutes les roues, ce centre *A*, eſt le ſommet d'un cône droit dont la baſe eſt formée par un plan circulaire, terminé par la bande qui recouvre les jantes, & dans la ſurface duquel cône paſſent tous les rais qui s'écartent en dehors dans la figure conique.

Dans cet état, chaque rais venant à ſon tour chercher ſon appui ſur le ſol que la roue parcourt, il ſe trouveroit incliné ſur lui dans la direction *AG*, qui n'eſt point la plus avantageuſe qu'elle puiſſe avoir.

Mais

* Fig. 9.

Mais pour y remédier, c'eſt-à-dire, pour que chaque rais ſe trouve vertical ſur le ſol, comme *AB*, l'on fait l'eſſieu coudé ou cambré en deſſous dans la longueur du moyeu ſeulement, de maniere que ce cambre rachete l'écu de la roue; c'eſt-à-dire cette ſaillie que les rayons de la roue ont en dehors, ſuivant la conſtruction de la roue; en ſorte que par ce méchaniſme, le rais *AB* ſe trouve vertical ſur le ſol où il doit avoir ſon appui, qui eſt la direction la plus avantageuſe pour qu'il réſiſte plus facilement à ſa charge.

Mais ſi l'eſſieu eſt trop aiſé dans ſon moyeu, la roue vacillera continuellement, & le rais qui rencontrera le ſol, au-lieu de s'y trouver vertical ſelon *AB*, s'y trouvera incliné ou ſuivant *AC*, ou ſuivant *AG*.

Il eſt évident que plus cette inclinaiſon du rais *AB*, transformée en celui *AC*, ſera conſiderable, plus le rais ſera facile à rompre, & qu'il ſe rompra de ce côté-là.

Car ſi de l'extrémité *C* du rais incliné *AC*, l'on éleve la verticale *CE*, & que du centre *A* de la roue qui eſt le point de rencontre de tous les rais, l'on mène l'horizontale *AE*, perpendiculaire ſur cette verticale *CE*; pour-lors la verticale *CE* exprimant la charge que la roue *A* reçoit, l'horizontale *AE*, ou ſon égale *BC*, exprimera le levier que cette même charge employe pour rompre le rais *AC*, d'où il réſultera un momentum de *AE*, multiplié par *EC*, qui fera effort ſuivant la direction *EC*, pour rompre *AC*. Donc la roue ſe doit rompre en deſſous de la charrette. Si au contraire les rais étoient

dans

dans les directions inclinées AG, AF dans les deux roues de la charrette, ſes rais ſe contrebutteroient & ne pourroient point caſſer, à moins qu'il n'arrivât un cas extraordinaire.

Donc lorſqu'une roue caſſe, ce doit être plus ordinairement lorſque le rais de l'une eſt perpendiculaire comme AH ſur le ſol, dans le tems que le rais de l'autre roue eſt incliné comme AC; parce que pour-lors, la charge que la roue ſupporte, employera le levier AE pour rompre le rais AC, avec d'autant plus de facilité que l'eſſieu AA préſente dans cet état un plan incliné AA, ſur lequel le centre de gravité de la charge entiere de la charrette ſe trouvera d'autant plus porté ſur le rais AC, que ſon inclinaiſon ſera grande, ſur-tout ſi le ſol eſt encore incliné de ce côté-là; & dans la rupture du rais AC, le rais AH ſe transformera en celui AF en contrebuttant.

L'on voit qu'attendu l'aſſemblage des jantes à tenon & mortoiſe, & les bandes de fer qui les retiennent dans la forme circulaire qu'elles doivent avoir, le rais AC ne caſſera point que les autres rais ne cèdent, ni même que quelque jante ne ſe détruiſe, ſoit en s'éclatant ou ſe fendant, ſoit en rompant leur tenon, & en même tems que quelque bande ne ſe détache abſolument; puiſque toutes les parties quelconques de la roue, tendent enſemble à leur conſervation mutuelle, & qu'une partie ne peut pas ſe détruire que la roue ne change de forme, & ne ſorte de la ſurface d'un cône droit, dans la-

laquelle tous les rayons ſont placés; d'où l'on voit que cette forme conique eſt avantageuſe, & que par conſéquent la force & le grand nombre des rais ſont également néceſſaires, pour avec leurs jantes bien aſſemblées & bandées, & leur moyeu renforcé, conſerver à la roue ſa forme & ſa réſiſtance; & que ſur-tout aux charrettes qui ſont deſtinées à voiturer de lourds fardeaux, l'on ne peut faire les moyeux trop gros ni trop longs, puiſque ſans ſe trouver trop affoiblis, ils pourront recevoir autant de mortoiſes que l'on voudra mettre de rais, qui ſe trouveront d'autant moins ſaillans, & par conſéquent d'autant plus renforcés que le moyeu ſera gros; outre que ce n'eſt point par l'affoibliſſement que ces mortoiſes cauſent au moyeu que la roue périt, puiſque ſur-tout quand le moyeu eſt long, on peut l'armer de bandes de fer (que l'on nomme frettes) autant & auſſi fortes que l'on voudra: de ſorte que ſi la roue périt, c'eſt plutôt par les jantes, qui étant mortoiſées tout à travers pour recevoir les tenons des rais, ſe fendent & s'éclatent.

Quoique les jantes n'aient pas beſoin d'une épaiſſeur conſiderable, cependant il leur en faut donner une d'autant plus grande que les tenons des rais ſeront plus forts.

Il faut encore avoir attention que les jantes ſoient faites de courbes naturelles, afin que leurs fibres ne ſoient point coupées, comme auſſi de n'y laiſſer aucun aubier; car ſi l'aubier eſt dans la partie concave de la jante, le tenon du rais fera éclater l'aubier, & ce

rais ſera comme inutile: ſi au contraire l'aubier eſt dans la partie convexe de la jante, les bandes, & particulierement les bouts des bandes ſeront forcés par la charge à entrer dans la jante, & la roue perdant ſa rondeur, ſera plus difficile à rouler, & ira par ſauts & ſecouſſes qui contribueront beaucoup à ſa deſtruction entiere, & à caſſer la bande qui porteroit à faux.

SCHOLIE.

L'écu des roues, c'eſt-à-dire cette forme de ſection conique, porte avec elle pluſieurs avantages.

1°. Ces roues qui dans les caroſſes & dans les chaiſes roulent ordinairement avec vîteſſe, ont par leur forme conique, (dont, comme nous l'avons déja dit, le ſommet eſt du côté de la caiſſe) l'avantage par leur direction de jetter leurs éclabouſſures plutôt en dehors que du côté de la caiſſe.

2°. Cette forme de roue permet par ſa ſaillie en dehors, que la caiſſe ſoit renflée vers le ſiege; ce qui donne à ces voitures une commodité très conſiderable.

3°. Cette même forme de roue permet à la caiſſe les mouvemens indiſpenſables qu'elle a ſur les côtés par ſes oſcillations, occaſionnées tant par ſes ſuſpenſions ordinaires, que par les inégalités des chemins, ſans pour cela rencontrer la roue, qui dans ſa partie ſupérieure déverſe en dehors, pour l'éviter & lui donner le champ néceſſaire à ſes balancemens, dans le tems même que le rais inférieur

rieur qui ſert de point d'appui, ſe trouve vertical au ſol qu'elle parcourt, & cela au moyen du cambre que l'on donne à la partie de l'eſſieu qui occupe le moyeu.

4°. Cette roue de figure conique eſt ſelon le méchaniſme qui eſt employé dans ſa conſtruction, beaucoup plus ſolide, c'eſt-à-dire, beaucoup moins facile à changer de figure, & par conſéquent beaucoup moins facile à rompre, que ſi elle étoit d'une figure plane (qui eſt celle de toutes la plus facile à plier), parce que ſes rais ſont tous autant de reſſorts occupés mutuellement à la conſervation de cette figure conique qu'on lui a donnée, & à laquelle on l'a aſſujettie, tant par l'union des jantes en forme circulaire, que par la bande qui renferme & contient le total dans ſa premiere forme; ce qui n'arrive point dans la figure plane, où une partie peut céder ſans que l'autre s'y oppoſe, au-lieu que dans la figure conique lorſqu'un rais eſt forcé, tous les autres le ſont à la fois, puiſqu'une partie quelconque de cette roue conique ne peut changer de place que toutes les autres n'en ſoient, pour ainſi dire, averties & ne s'y oppoſent, puiſqu'il ſe trouve entre elles une parfaite adhéſion & une mutuelle correſpondance, pour conſerver cette forme conique.

Il eſt vrai que cet écu, c'eſt-à-dire, cette ſaillie en dehors, demanderoit à ces roues une plus grande voie que ſi elles étoient planes; mais cette ſaillie ſe trouve rachetée par le moyeu qui eſt incliné ſur le ſol, de la même quantité que ce même écu cherche à s'en écarter, & qu'il eſt ſaillant ou incliné

du côté opposé à la caisse; en sorte que tout considéré, il me paroît que cette forme est la plus avantageuse que l'on puisse donner aux roues, sur-tout appliquées aux carosses & aux chaises, & qu'il convient de conserver aux moyeux le plus de grosseur & de longueur qu'il sera possible, sans cependant devenir trop disgracieux.

SECOND MEMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ.

Par M. DU FAY. *

Quels sont les Corps qui sont susceptibles d'Electricité.

IL se présente, comme on le voit par le premier Mémoire que j'ai donné sur l'Electricité, plusieurs objets à considerer qui méritent d'être examinés chacun en particulier, & qui peuvent fournir un grand nombre de nouvelles découvertes; je vais exposer ces differens objets, & je rapporterai ensuite, tant dans ce Mémoire, que dans les suivans, les expériences que j'ai faites sur chacun en particulier.

Il s'agit, 1°. De savoir si tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes; si ceux dans lesquels on ne sauroit parvenir à

* 22 Mai 1733.

D
B
A
C
E
D

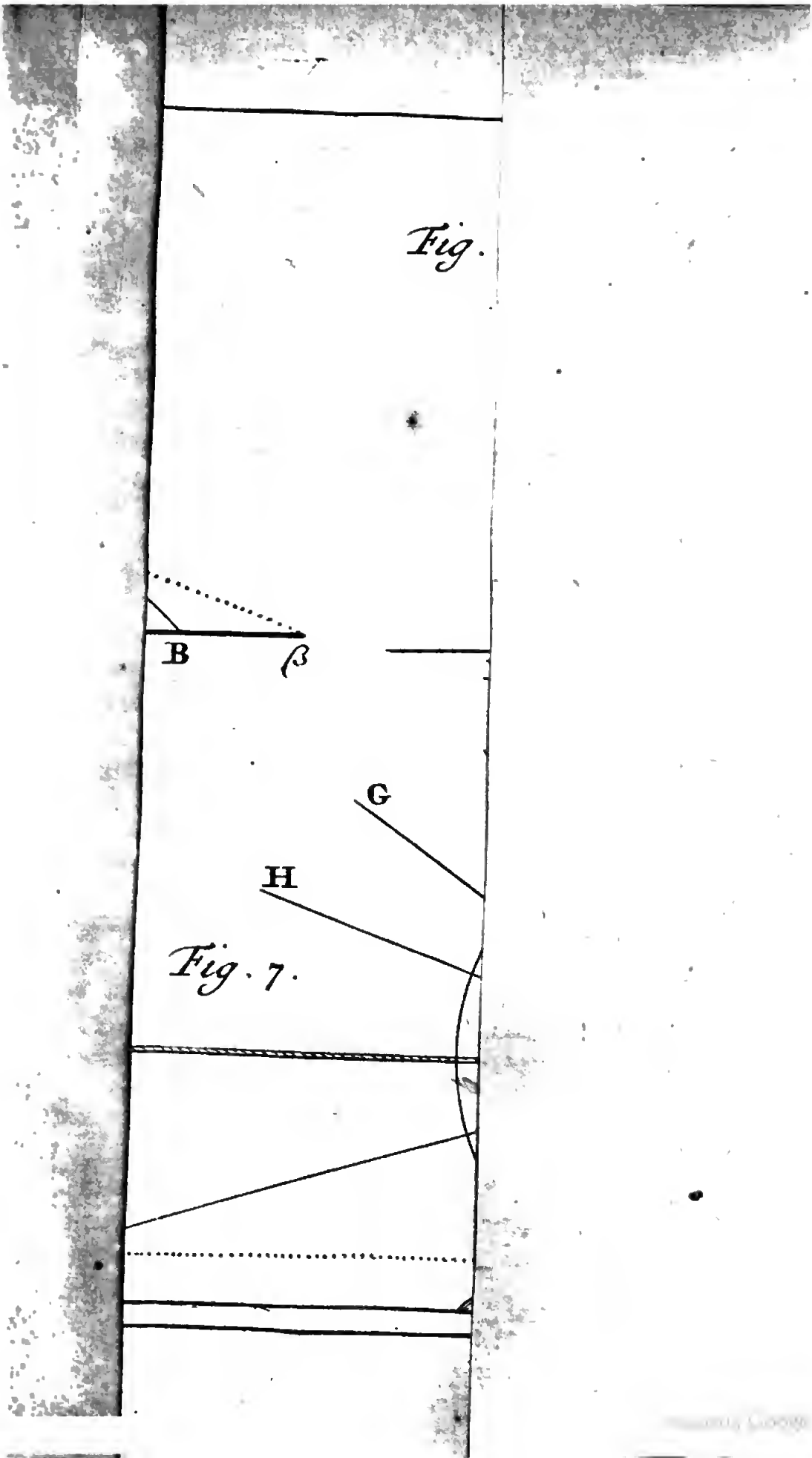


Fig. 7.

Fig.

Fig.

à exciter cette vertu, ne ſont tels, que parce qu'ils ne ſont pas ſuſceptibles d'un frottement convenable; enfin ſi l'électricité eſt une qualité commune ou applicable à toute la matiere. 2°. Si toute matiere eſt ſuſceptible de contracter cette vertu, ſoit par l'attouchement immédiat d'une corde, ou de tout autre corps continu qui eſt attaché au corps électrique, ſoit par la ſimple approche du corps électrique. 3°. Quels ſont corps qui peuvent arrêter, ou faciliter la tranſmiſſion de cette vertu, ſoit qu'elle ſe faſſe par le moyen d'une corde, d'une baguette, ou de la ſeule approche du tuyau; & quels ſont ceux qui ſont le plus vivement attirés par les corps électriques. 4°. Ce qu'a de commun, la vertu qu'ont les corps électriques de repouſſer, avec celle d'attirer; & ſi ces deux propriétés ſont liées l'une à l'autre, ou indépendantes l'une de l'autre. 5°. Quelles ſont les circonſtances qui peuvent apporter quelque changement à l'électricité pour l'augmentation ou la diminution de ſa force, comme le vuide, l'air comprimé, la température de l'air, &c. 6°. Quel rapport il y a entre l'électricité, & la faculté de rendre de la lumiere qui eſt commune à la plupart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport. Ces ſix differens objets ſemblent renfermer tout ce qui concerne l'électricité: les deux premiers, qui ſont ceux qui ont le plus de liaiſon entre eux, feront la matiere de ce Mémoire.

ARTICLE I.

Si tous les Corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes.

Une propoſition auſſi générale auroit paru bien étrange lorſqu'on ne connoiſſoit cette propriété que dans l'Ambre, & dans un petit nombre d'autres corps dont on s'étoit aviſé de faire l'épreuve; mais après ce que nous venons de voir des découvertes qui ont été faites ſur ce ſujet, on eſt diſpoſé à croire que tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes, & que cette vertu eſt une propriété commune à tous les corps, quoiqu'elle ait été juſqu'à préſent inconnue, & regardée ſeulement comme particuliere à quelques-uns: c'eſt ainſi que nous avons vu* tous les corps devenir des éponges de lumiere, tandis que la Pierre de Boulogne avoit été pendant plus d'un ſiecle ſeule en poſſeſſion de cette propriété, que l'on trouvoit alors ſi ſinguliere.

L'Electricité ſemble être moins éloignée de devenir générale, par les differens corps que nous avons reconnu pouvoir l'acquérir; cependant, comme pluſieurs habiles Phyſiciens ont travaillé dans cette vue, ſans y pouvoir parvenir, & que la plupart ont ſoutenu qu'il y avoit des matieres qui ne pouvoient devenir électriques, il a falu apporter dans les expériences plus de ſoin & d'attention,

* *Mém. Acad.* 1730. *p.* 748 *& ſuiv.*

tention, & il s'y eſt trouvé plus de difficultés que dans la recherche des Phoſphores, dont perſonne ne s'étoit aviſé juſqu'à préſent.

Les matieres qui ont été les premieres reconnues électriques, ſont l'Ambre, les Réſines, les Bitumes, & les Pierres précieuſes; entre ces dernieres il y en a qui ont été ſoutenues électriques par quelques Auteurs, tandis que d'autres le nioient; on a même vu quelque choſe de plus ſingulier, c'eſt que Boyle dit avoir deux Cornalines, dont l'une étoit électrique, & l'autre n'avoit jamais pu le devenir. Ces bizarreries & ces contrariétés m'ont fait examiner la choſe avec plus d'attention, & m'ont engagé à faire pluſieurs fois les mêmes expériences que je vais décrire en peu de mots, après les avoir diviſées par matieres principales.

Toutes les matieres réſineuſes, bitumineuſes ou graſſes, qui ont aſſez de ſolidité pour être frottées, ſont électriques: telles ſont l'Ambre, le Jayet, l'Aſphalte, la Gomme copal, la Gomme lacque, la Colophone, le Maſtic, le Souphre, la Cire blanche, le Vernis de la Chine, &c.

On croira aiſément que toutes ces matieres ne ſont pas également électriques; mais un détail de leurs differens degrés de force ſeroit très difficile, nous meneroit trop loin, & ne ſeroit d'aucune utilité: je me contenterai de remarquer les differences les plus conſiderables. Le Vernis de la Chine, par exemple, eſt beaucoup moins électrique que toutes les matieres que je viens de nommer, & il a beſoin d'être chauffé aſſez fortement avant

que d'être frotté. Je dirai à cette occaſion qu'il y a pluſieurs corps qu'il m'a été impoſſible de rendre électriques ſans les avoir chauffés auparavant, & que ceux même qui n'ont pas beſoin de cette préparation, le deviennent beaucoup plus fortement lorſqu'on les a chauffés, ou du moins parfaitement ſechés.

Il ne manque aux autres corps réſineux ou bitumineux pour devenir électriques, que la ſolidité néceſſaire pour être frottés: car ſi on mêle avec la Poix, ou la Terebenthine, aſſez de brique pilée, pour en faire un corps dur, on les rendra électriques par le frottement; ainſi, voilà déja une Eſpece générale, & une nature de corps qui ſont tous ſuſceptibles d'électricité par le ſimple frottement.

Ceux qui ſont le plus connus enſuite pour avoir la même propriété, ſont d'une nature bien differente; ce ſont les Pierres précieuſes tranſparentes: je les ai toutes eſſayées, & je n'ai pas trouvé que leur vertu fût plus grande, à raiſon de leur dureté, ou de leur tranſparence; voici à peu près l'ordre qu'elles tiennent entre elles, ſuivant leur degré de vertu. Le Diamant blanc eſt ordinairement le plus électrique de toutes, ſur-tout celui qui eſt brillanté, car celui dont les faces ſont plus larges, l'eſt beaucoup moins; les Diamans de couleur, & principalement les jaunes, le Grenat, le Péridore, la Pſeudopale, ou Oeil de chat, le Saphir de toutes eſpeces, le Rubis, la Topaſe, l'Améthyſte, le Cryſtal de roche, (je comprends ſous ce nom les Cailloux du Rhin, de Médoc, & autres),

tres) l'Emeraude, l'Opale, la Jacinte. On conçoit assez qu'il se rencontre de grandes variétés dans la vertu de ces differentes pierres ; mais il y a tant de circonstances desquelles elles peuvent dépendre, qu'il est absolument inutile de s'y arrêter.

Je mettrai encore dans la classe des corps électriques, les Verres de toutes especes, & de toutes couleurs, mais plus que tous le Verre blanc & transparent, la Porcelaine, la Fayence, la Terre vernissée, le Verre de Plomb, d'Antimoine, de Cuivre, enfin toutes les vitrifications ; le Talc de Venise, & celui de Moscovie, le Phosphore de Berne, le Gyps, & les Sélénites transparentes, & généralement toutes les pierres transparentes, de quelque nature qu'elles soient.

Venons maintenant aux pierres opaques en totalité, ou en partie. La plupart des Auteurs qui ont écrit sur cette matiere, assurent qu'elles ne peuvent point devenir électriques, & je ne connois personne qui ait dit y avoir réussi sur aucune ; nous avons seulement vu que Boyle a trouvé une Cornaline électrique, quoique les autres ne le fussent point : mais il assure, ainsi que tous ceux qui ont écrit sur ce sujet, que les Agates, les Jaspes, les Marbres, &c. ne le peuvent devenir. J'ai été aussi dans la même opinion, lorsque je me suis tenu à la méthode ordinaire, & qui suffit pour les matieres dont nous avons parlé jusqu'à présent ; mais la maniere de rendre électriques ces dernieres étoit si simple, que je ne comprends pas qu'on ne s'en soit point avisé : on savoit qu'en chauffant le corps a-

vant que de le frotter, on augmentoit conſiderablement ſon électricité; il étoit facile d'imaginer qu'il pouvoit y avoir des corps dans lesquels cette vertu étoit ſi foible, qu'elle avoit beſoin de chaleur pour être ſenſible. C'eſt en effet toute la préparation qu'il faut faire, & par ce moyen j'ai rendu électriques les Agates & Jaſpes de toutes les eſpeces que j'ai eſſayées, le Porphyre, le Granit, les Marbres de toutes couleurs, & de tous les degrés de dureté, l'Aimant, le Grès, l'Ardoiſe, la Pierre de taille; enſorte que je crois qu'il ſeroit très difficile de trouver quelque eſpece de pierre qu'on ne pût rendre électrique par cette voie. Il eſt vrai qu'on peut conſidérer deux claſſes dans lesquelles ſe doivent ranger toutes les pierres; les unes ſont électriques ſans autre préparation que le frottement, & les autres ont beſoin d'être chauffées précédemment, & même quelques-unes très vivement; telles ſont les Jaſpes, les Agates opaques, les Marbres les plus durs; il faut qu'ils ſoient très chauds, long-tems frottés, & l'électricité qu'ils acquierent eſt peu conſiderable: il m'a paru que les pierres les plus dures avoient beſoin d'être plus chauffées, & étoient moins électriques que les autres; le Marbre noir, par exemple, eſt moins électrique que le blanc, & le Marbre blanc moins que la Pierre de taille; cette loi néanmoins ne paroit être obſervée que dans les corps opaques, car le Diamant ſemble être la plus électrique des pierres fines, & le Peridore qui eſt très tendre, l'eſt plus que le Saphir. J'aurois été tenté de croire que ces diffe-

differences dépendent de la couleur de la pierre; mais je n'ai pas trouvé que cela fût exact, & j'examinerai ce point sur des matieres plus homogènes, les pierres naturelles étant très peu propres à cet examen par les grandes variétés qui se rencontrent, tant dans celles de differentes especes, que dans celles qui sont de même nature & de même espece; il nous doit suffire pour le présent, de savoir que toutes les pierres sont vraisemblablement susceptibles d'électricité, car n'en ayant trouvé aucune qui ne le fût, & en ayant essayé un très grand nombre, il est à présumer que c'est une qualité commune à toutes les pierres.

Si maintenant on ajoute aux corps dont nous venons de parler, ceux qui ont été reconnus électriques par les Auteurs que nous avons cités dans le premier Mémoire, on verra que le nombre en devient prodigieux; car nous avons vu que toutes les matieres filées, comme soie, laine, fil, coton, sont de ce nombre; les plumes, les cheveux, le poil de tous les animaux morts ou vivans: entre ceux-ci, ce qui m'a paru le plus singulier, c'est le dos du chien, & principalement celui du chat; l'un & l'autre sont fort électriques, & sur-tout ceux dont le poil est le plus rude, pour peu qu'on y ait passé la main trois ou quatre fois, ils attirent & repoussent des petits flocons de laine ou de plume. On a vu aussi que le papier, le parchemin, le cuir, pouvoient le devenir; mais ce sont-là les corps électriques, que je nomme de la seconde classe, car ils ont besoin

d'être chauffés, & même vivement, pour que leur vertu ſoit excitée. J'ai reconnu par expérience qu'on pouvoit mettre dans cette claſſe, la paille, & toutes les herbes ſeches, l'yvoire, les os, la corne, l'écaille, la baleine, les coquilles de toutes eſpeces; la plupart de ces matieres demandent à être chauffées juſqu'à être rouſſies, ou commencées à bruler, pour que leur vertu ſoit manifeſtée. Je ne doute pas qu'on ne la trouve de même dans les matieres qui peuvent être analogues à celles-là, & que je n'ai pas eſſayées, par l'impoſſibilité qu'il y a de tout eſſayer, & le tems infini que cela demanderoit: je me ſuis donc contenté d'en éprouver un certain nombre de chaque eſpece, & je crois qu'on peut, ſans trop de hardieſſe, préſumer qu'il en eſt de même des autres.

J'ai fait, par exemple, l'examen des bois, & j'y ai trouvé d'abord des variétés, &, pour ainſi dire, des caprices qui m'ont étonné: venant enſuite à examiner de plus près, j'ai reconnu que des brouillards, de l'humidité, qui avoient pénétré les pores du même bois plus avant dans des endroits que dans d'autres, étoient la cauſe de tous ces caprices: enfin il réſulte de mes expériences, que tous les bois dont je me ſuis aviſé de faire l'épreuve, ſont, ou peuvent devenir électriques. Nous avons vu que M. Gray avoit trouvé que les copeaux de ſapin l'étoient: quant à moi je n'ai point trouvé de bois qui ne le fût, mais avec des differences qui méritent extrêmement d'être remarquées par l'analogie qui s'y rencontre, avec ce que nous avons vu arri-

arriver à l'égard des pierres, dont les plus dures demandent à être chauffées plus vivement que les autres pour que leur vertu puisse être excitée: car il arrive la même chose dans les bois; les plus durs, tels que le buis, l'ébène, le gayac, &c. doivent être chauffés très vivement, & même roussis & prêts à bruler; le santal, le chêne, l'orme, le frêne, &c. le doivent être un peu moins; & enfin le tilleul, le sapin, l'ozier, le liège, &c. sont ceux de tous qui le doivent être le moins. Ces differences sont fort sensibles, & très aisées à remarquer; car lorsque l'on fait chauffer un morceau de bois, & qu'on le frotte ensuite, on voit que dans les uns, c'est la partie qui a été le plus chauffée qui attire, au-lieu que dans les autres, c'est celle qui l'a été le moins. J'ai encore essayé la canne ordinaire, le roseau, le rottin, ou petit roseau des Indes, & plusieurs autres bois dont je ne fais aucune mention, parce qu'ils sont tous devenus électriques; ensorte qu'on peut dire à l'égard des bois ce que nous avons dit à l'égard des pierres, c'est qu'il est très vraisemblable qu'il n'y en a aucun qui ne puisse acquérir la vertu électrique en le chauffant d'abord, & le frottant ensuite plus ou moins fortement, ou plus ou moins longtems.

Quoique mon dessein ne soit pas de parler ici de toutes les matieres qui sont susceptibles d'électricité, parce que ce seroit faire l'énumération de tout ce qui est renfermé dans la Nature; il y en a néanmoins encore quelques-unes qui méritent qu'on en dise un

mot en particulier; tels ſont les gommes aqueuſes, & les ſels; les premieres ne m'ont point paru électriques en les frottant ſimplement ſans les chauffer, & lorſque je les ai voulu chauffer, elles ſe ſont amollies, enſorte qu'elles ne peuvent plus être frottées, ainſi elles deviennent dans le cas des matieres que leur conſiſtence ne permet pas de mettre au rang des corps électriques. Il en eſt de même de la colle-forte, de la colle de poiſſon, & des autres matieres ſemblables.

A l'égard des ſels, je n'ai eſſayé que l'alun, & le ſucre candi, qui, tous deux, ſont devenus électriques en les chauffant, & les frottant enſuite: mais outre que les ſels ſont à peu près dans le cas des corps dont nous venons de parler, puiſque pluſieurs s'humectent en les chauffant, ils ont encore l'inconvénient de s'altérer pour la plupart en les approchant du feu, ce qui jette dans ces expériences des difficultés qui ne méritent pas d'être ſurmontées. Il faut de plus que les ſels ſoient exactement polis pour les pouvoir frotter commodément: de façon que je m'en ſuis tenu aux deux dont je viens de parler, que j'ai reconnu très ſenſiblement être électriques, & qui me font préſumer que les autres le ſeroient de même, ſi l'on vouloit ſe donner la peine de prendre toutes les précautions qui ſeroient néceſſaires pour y parvenir.

Il ne reſte plus que les métaux: mais quelque peine que je me ſois donnée, & de quelque maniere que je m'y ſois pris, je n'ai pu parvenir, non plus que M. Gray, à les rendre électriques; je les ai chauffés, frottés, limés,

limés, battus, ſans y remarquer d'électricité ſenſible; j'ai cru quelquefois y appercevoir quelque légere vertu, mais cela ne s'eſt pas confirmé, lorſque j'ai examiné la choſe de plus près. Je ne voudrois pas aſſurer néanmoins qu'ils ne puſſent le devenir par quelque voie que je n'ai point tentée, & dont quelqu'un s'aviſera peut-être un jour: mais je n'ai pas cru que cela valût la peine de mettre beaucoup de tems & de ſoins à une choſe, que le hazard me préſentera peut-être dans le moment que j'y penſerai le moins. Qu'il nous ſuffiſe, quant à préſent, de ſavoir, qu'à l'exception des métaux, & des corps que leur fluidité ou leur molleſſe met hors d'état d'être frottés, tous les autres qui ſont dans la Nature ſont doués d'une propriété qu'on a cru longtems particuliere à l'Ambre, & qui, juſqu'à préſent, n'avoit été reconnue que dans un petit nombre de matieres.

De ce que les métaux ne ſont point rendus électriques par les moyens que je viens d'indiquer, il réſulte l'éclairciſſement d'un point qui me faiſoit quelque peine, & qui fourniſſoit une objection contre l'univerſalité de cette propriété; car nous avons vu dans le Mémoire précédent, que le tuyau rendu électrique communiquoit ſa vertu aux corps qu'il touchoit ou qu'il approchoit ſeulement ſans les toucher: or, on pourroit croire que la laine, la ſoie, ou le papier, dont on ſe ſert pour frotter les pierres, marbres, agates, &c. leur communiquent cette propriété par le ſeul attouchement, & qu'ainſi c'eſt le

cas

cas de l'approche du tuyau, & non une vertu particuliere à chacun de ces corps, qui ſeroit excitée en eux par la chaleur, & par le frottement. Mais ce qui arrive aux métaux détruit cette objection, car ils ſont pour le moins auſſi ſuſceptibles que tous les autres corps, de contracter l'électricité par l'attouchement du corps électrique, & cependant quelque longtems qu'ils ſoient frottés ſur la laine, la ſoie, &c. ils ne contractent aucune vertu; ce qui prouve que ſi les pierres, les bois, les ſels, & autres corps en acquierent par ce moyen, c'eſt parce qu'elle eſt réellement excitée en eux, & qu'ils doivent par conſéquent être mis dans la claſſe des corps électriques par eux-mêmes.

ARTICLE II.

Nous nous ſommes propoſés d'examiner maintenant ſi tous les corps peuvent devenir électriques, ſoit en les attachant au bout d'une corde liée à l'extrémité du corps électrique, ſoit par l'attouchement, ou ſimplement l'approche d'un corps dans lequel cette vertu a été puiſſamment excitée. Si l'on ſe borne à cet examen, la queſtion ſera bientôt décidée; car M. Gray rapporte un grand nombre de corps qu'il a attachés au bout de la corde qui étoit liée au tuyau, & il a toujours trouvé qu'ils devenoient électriques, de quelque forme & de quelque matiere qu'ils fuſſent. J'ai éprouvé la même choſe, & tous les corps que je me ſuis aviſé d'y attacher, le ſont devenus, juſqu'à l'eau, lorſque

que j'y ai fait tremper le bout de la corde: il eſt vrai que tous ne le ſont pas également, mais comme cette inégalité peut venir de la difference de la forme, ainſi que je l'ai éprouvé, comme de celle de la matiere, je n'y ai eu aucun égard, & je me ſuis contenté de voir que tous les corps, ſans exception, peuvent contracter la vertu électrique par ce moyen.

L'autre moyen par lequel cette vertu peut être communiquée aux differens corps, a quelque choſe de plus ſingulier; ce n'eſt plus, comme dans le cas précédent, une transmiſſion cauſée par une continuité de corps, c'eſt la ſeule approche du corps électrique ſans aucun contact; & cette vertu ne laiſſe pas d'être excitée très puiſſamment par ce moyen, & de durer quelque tems: voici de quelle maniere il m'a paru qu'il faloit s'y prendre, pour y réuſſir le mieux qu'il eſt poſſible.

J'ai déja parlé de ces petits guéridons d'environ un pied de haut, ſur leſquels on poſe les feuilles d'or ou autres corps légers qu'on veut expoſer à l'action des corps électriques; c'eſt de pareils guéridons qu'il faut ſe ſervir, afin que les écoulemens électriques ne ſe répandent pas trop au loin, ce qui arriveroit ſi l'on ſe ſervoit d'un appui ou ſupport dont le volume ſeroit plus conſiderable: cette circonſtance eſt non-ſeulement eſſentielle à obſerver, mais le choix de la matiere du guéridon eſt encore très important, comme l'on va voir par les expériences ſuivantes.

En me ſervant d'un guéridon de bois, j'ai remarqué qu'il n'y avoit que les corps capables

bles de devenir électriques par le ſimple frottement, qui contractaſſent cette vertu par l'approche du tuyau ; enſorte que mettant ſur un guéridon de bois un morceau de métal, de bois, de pierre, &c. ces matieres n'acqueroient preſque point d'électricité ſenſible; je ne dis pas qu'ils en fuſſent abſolument dénués, mais il faloit en approcher le tuyau à pluſieurs repriſes pour y exciter une vertu très foible, & même ſouvent je n'en ai remarqué aucune; mais lorſque j'ai mis ſur le même guéridon un morceau d'ambre ou de cire d'Eſpagne, l'approche du tuyau les a rendus électriques; cette vertu n'étoit pas à la vérité bien conſidérable, mais ils attiroient & repouſſoient très ſenſiblement de petites parcelles de coton.

J'ai fait les mêmes expériences avec des guéridons de métal, je me ſuis ſervi pour cet effet de chandeliers d'argent & de cuivre; il eſt arrivé préciſément la même choſe qu'avec celui de bois, ſoit que ces guéridons aient été chauffés ou non, c'eſt-à-dire que l'ambre & la cire d'Eſpagne poſés deſſus, ont acquis de l'électricité par l'approche du tuyau, mais que les métaux, le bois, la pierre, n'en ont point contracté.

Je me ſuis ſervi enſuite d'un guéridon de verre blanc, haut de 8 à 9 pouces, dont la baſe avoit 4 pouces de diametre, & la partie ſupérieure 3: il eſt arrivé avec ce guéridon, ſans l'avoir chauffé, à peu près les mêmes phénomenes qu'avec les deux autres; le métal & le bois avoient néanmoins contracté quelque vertu, mais beaucoup moins que la cire

cire d'Eſpagne & l'ambre; en tout, l'effet de ce guéridon n'étoit gueres different des autres. Je le fis chauffer enſuite, & je répétai les mêmes expériences; je n'avois fait que l'approcher du feu pendant quelques inſtans, de maniere que la chaleur en étoit très ſupportable, même en l'appliquant au viſage, & à proprement parler, ce n'étoit que l'avoir parfaitement ſeché: tous les corps que je mis alors ſur ce guéridon, acquirent une vertu très conſidérable par l'approche du tuyau; le bois, les métaux, l'agate, la pierre, une orange, un livre, enfin tout ce que je m'aviſai d'éprouver devint très électrique, & je doute qu'il y ait quelque corps dans la Nature qui ne le devienne par ce moyen. On peut bien juger que cette vertu n'eſt pas également excitée dans tous les corps; mais ce qu'on ne s'aviſeroit pas de ſoupçonner, c'eſt que ceux dans leſquels elle eſt la moindre, ſont ceux qui l'acquierent le plus facilement par le ſimple frottement, tels que ſont l'ambre, la cire d'Eſpagne, le verre blanc, &c. ces matieres ne contractent pas à beaucoup près autant de vertu qu'un morceau de cuivre, de bois, un livre, &c. C'eſt préciſément ici le contraire de ce que nous avons vu arriver en ſe ſervant des guéridons de bois, ou de métal; car les corps les plus électriques par eux-mêmes, étoient les ſeuls qui puſſent acquérir quelque vertu, & les autres n'en recevoient aucune ſenſible.

Cette obſervation n'eſt pas du genre de celles que l'on peut prévoir, & n'eſt due qu'aux ſeules expériences: quelque éloignée qu'elle

qu'elle paroiſſe des idées les plus naturelles, on verra par l'uſage que nous en ferons dans la ſuite, qu'elle contribuera peut-être plus qu'aucune autre à nous donner quelque éclairciſſement ſur la nature de l'électricité. Pour m'aſſurer davantage de l'effet des differens guéridons, j'en ai fait un de cire d'Eſpagne, dont les proportions étoient à peu près les mêmes que celles de celui de verre que j'ai décrit, pour voir s'il réuſſiroit de même, & je n'y ai pas remarqué de difference ſenſible; les corps qui acquéroient le plus d'électricité ſur celui de verre, étoient auſſi les plus électriques ſur ce dernier, & l'ambre, la cire d'Eſpagne, le verre, &c. étoient ceux qui contractoient le moins de vertu. On voit que cela confirme l'obſervation que nous venons de rapporter, & qu'on la peut regarder comme une des loix générales de l'électricité.

Nous avons vu dans la premiere partie de ce Mémoire, que les liqueurs pouvoient devenir électriques; la ſeule maniere d'y réuſſir par l'approche du tuyau, eſt de les mettre dans un petit vaſe de verre, de porcelaine ou de fayence, & de poſer ce vaſe ſur un guéridon de verre ou de cire d'Eſpagne, car on le tenteroit en-vain ſur un de bois ou de métal; on fera la même choſe avec un morceau de glace ou de la neige, & la vertu en eſt plus ſenſible, car on ne peut appercevoir celle de l'eau, qu'en tenant ſur ſa ſurface un fil délié ou un cheveu, au-lieu que celle des corps ſolides ſe reconnoit facilement avec un petit morceau de coton.

Il réſulte donc de cet examen, que tous les corps peuvent devenir électriques par l'approche du tuyau de verre, frotté d'une maniere convenable à exciter en lui cette vertu.

La ſeule exception à cette loi générale que j'aye remarqué, eſt que la flâme d'une bougie allumée ne devient point électrique par ce moyen: mais cela vient ſans doute de ce que les parties de flâme ne ſubſiſtent qu'un moment les mêmes; d'ailleurs la flâme n'eſt point attirée par les corps électriques, & cette ſingularité mérite un examen particulier, dans lequel nous entrerons peut-être dans la ſuite; mais ce que nous pouvons aſſurer quant à préſent, c'eſt que cela ne vient point de la chaleur ou de l'embraſement; car un fer rouge & un charbon ardent poſés ſur le guéridon de verre, le deviennent extrêmement: ainſi ce cas particulier n'eſt point une exception à l'obſervation générale que nous avons rapportée, qui eſt que tous les corps peuvent devenir électriques par la ſimple approche d'un autre corps dans lequel cette vertu a été excitée.

UNE BASE QUI EST EXPOSÉE au choc d'un Fluide étant donnée, trouver l'espece de Conoïde dont il faut la couvrir, pour que l'impulsion soit la moindre qu'il est possible?

Par M. BOUGUER. *

LORSQUE le solide qui est exposé au choc d'un fluide, est un conoïde parfait, ou que sa base est exactement circulaire, nous connoissons déja la figure qu'il doit avoir. M. Newton s'étoit contenté dans ses Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle, de réduire la difficulté à une question de pure Géométrie; au-lieu que Mrs. de l'Hôpital, Bernoulli, Fatio & Herman, ont résolu entierement le Problême, par une méthode tout-à-fait differente. Une découverte si susceptible d'application, devoit, ce semble, être admise avec empressement dans la Pratique: elle ne l'a cependant point encore été, & ce qui en est peut-être la cause, c'est qu'on a reconnu qu'elle ne convenoit qu'à un cas trop particulier. En effet, les bases qu'il s'agit de garantir du choc des fluides, ne sont presque jamais des demi-cercles, elles en sont presque toujours très differentes; & d'ailleurs le mouvement ne se fait pas le plus souvent selon le sens perpendiculaire. C'est ce qui nous a invité à résoudre le Problême d'une maniere plus étendue, non pas pour

* 5 Avril 1733.

pour réunir ſous le même point de vue des vérités connues d'ailleurs, mais pour conſiderer la choſe dans toute ſa difficulté & dans l'état de complication où elle ſe trouve réellement. Au ſurplus, on ſait combien on tire de ſecours d'une ſolution particuliere, lorsqu'on veut en former une générale : ainſi, quoique notre Analyſe, indépendamment de ſa longueur, ſoit beaucoup plus difficile que l'autre, & qu'elle nous conduiſe auſſi à quelques remarques aſſez curieuſes, nous ne ſaurions trop reconnoitre combien y ont de part les excellens Mathématiciens que nous avons cités.

PREPARATIONS,

Et conſtruction d'une formule qui ſervira à trouver l'impulſion des fluides ſur les Conoïdes, dont la baſe eſt une figure quelconque.

* Suppoſons que D *B D* (*Fig.* 1.) ſoit la baſe ou le plan vertical qu'il s'agit de garantir du choc, en mettant deſſus le ſolide D *A D B*, qui doit ſouffrir de la part du fluide, moins d'impulſion que toutes les autres eſpeces de conoïdes, dont on pourroit couvrir la même baſe. Nous nommerons *b* la ligne verticale *B C*, qui ſert d'axe à ce plan; *ſ* les parties ſenſibles de la courbe D *B D*, qui le termine; & *ds* ſes parties infiniment petites, comme *G H*, *g h*, &c. Si aux points *G* & *g* de la même courbe, on tire enſuite les tangentes *G Q*, *g q*, &c. juſqu'à la rencontre

tre de la ligne horizontale * DD, prolongée de part & d'autre, & que du point C on abaisse les perpendiculaires CN, Cn sur ces tangentes, nous nommerons z ces perpendiculaires, & x les parties CQ, cq de la ligne horizontale DD, interceptées entre C & les tangentes. Toutes ces quantités que nous venons de désigner sont connues, puisque la base DBD est donnée, & nous connoissons également l'angle CAE, que fait la direction du fluide ou son prolongement AE, avec l'axe AC du solide $ADBD$. Nous nommerons m la tangente de cet angle, & h sa sécante, en prenant n pour le sinus total; c'est-à-dire que les trois lettres n, m & h marqueront le rapport qu'il y a entre les trois côtés AC, CE & AE du triangle rectangle ACE, & que si le fluide venoit rencontrer la surface convexe $DADB$, selon une direction exactement parallele à AC, alors AE tombant sur AC, m deviendroit nulle, & h égale à n. D'un autre côté, pour rendre notre solution plus générale, nous ne nous proposerons pas de trouver simplement le solide $DADB$, qui souffre la moindre impulsion possible, selon le sens de l'axe, ou selon le sens perpendiculaire à la base, car ce ne seroit encore là qu'un cas très particulier; mais nous voulons que l'impulsion soit la moindre, selon une ligne donnée quelconque AF, qui fait avec l'axe AC un angle CAF, dont p est la tangente & q la sécante, pendant que n désigne toujours le sinus total. Enfin nous mar-

* Fig. 1.

marquerons par x les abſciſſes ou parties variables * $A\Sigma$, AC de l'axe AC, à commencer au ſommet A, & par y les ordonnées $z\Omega$, cb de la courbe $A\Omega B$, qui forme la ſaillie du ſolide. Toutes les autres courbes AIG, $A\Phi D$, &c. ne peuvent pas être égales à celle-ci, puiſque la baſe DBD n'eſt pas circulaire: mais nous ſuppoſons qu'elles ne diffèrent toutes entre elles que dans l'eſpece; c'eſt-à-dire, qu'elles ſont toutes, ou des paraboles ou des hyperboles, &c. & qu'elles ont leurs ordonnées exactement proportionnelles à celles de $A\Omega B$. Ainſi on voit qu'auſſi-tôt que la baſe DBD eſt donnée, & qu'on a découvert la nature de la courbe de ſaillie $A\Omega B$, le ſolide eſt entierement déterminé.

Toutes ces choſes étant ſuppoſées, il faut que nous cherchions l'expreſſion générale du choc du fluide, ſur une zone $DBD\delta bd$ de la ſurface du ſolide. Nous ne pouvons pas, pour nous en diſpenſer, avoir recours aux formules de la page 52 du *Traité de la Mâture des Vaiſſeaux*: car quoique ces formules ſoient très générales, elles ſont néanmoins trop limitées pour ce cas-ci, parce qu'elles ne ſont faites que pour les conoïdes dont la baſe eſt exactement circulaire. La zone DbD eſt retranchée ſur la ſurface du ſolide, par les deux plans paralleles DBD, δbd, qui ne ſont éloignés l'un de l'autre que de la diſtance infiniment petite $Cc = dx$. Dans cette zone DbD, nous ne conſidérons d'abord que le petit trapeze $IGHK$, qui eſt compris entre les deux courbes GIA & HKA, infiniment proches l'une de l'autre, & qui à cauſe de ſa

* Fig. 1.

petiteſſe infinie dans tous les ſens, peut être regardé comme une petite ſurface plane. Du point I* j'abaiſſe ſur le plan vertical DBD, la perpendiculaire IL, qui ſe trouvera parallele & égale à Cc & à $b\Theta$, & qui diviſera CG au point L, en même rapport que CB eſt diviſée au point Θ. Par la ligne IL, je fais paſſer le plan horizontal $\curlyvee IM$, qui coupera en M la ligne GM qui touche la courbe DBD, au point G; & par la même ligne IL, je fais paſſer le plan LOI qui eſt perpendiculaire en O, à la tangente GM, & qui nous donne les deux perpendiculaires LO, IO à cette même tangente; l'une dans le plan DBD, l'autre dans le plan du petit trapeze GK, prolongé. Enfin ſi dans le plan horizontal IML, on conduit du point I la parallele IS à la direction AE du fluide, & que par le point S on faſſe paſſer le plan STV parallelement à LOI, ce plan STV ſera perpendiculaire, de même que LOI, à la tangente HM, qui eſt la commune ſection du plan MTS, & du plan MTV du petit trapeze GK; mais le plan STV étant perpendiculaire au petit trapeze, il n'y a qu'à tirer dans ce plan, la ligne SX perpendiculairement à TV, & elle ſera perpendiculaire au trapeze. Ainſi SX ſera le ſinus de l'angle d'incidence que fait en I la direction du fluide avec la ſurface du conoïde: car puiſque IS qui eſt parallele à AE, eſt le prolongement de la direction que ſuit le fluide, en venant frapper le point I, l'angle SIX, formé par IS & par la ſurface du petit trapeze GK, peut être pris pour l'angle d'incidence, & SX en eſt le ſinus.

Pour

* Fig. 1.

Pour parvenir à l'expreſſion de ce ſinus dont dépend, comme on le ſait, la grandeur de l'impulſion, il faut que nous paſſions par la connoiſſance de diverſes autres lignes. Nous trouverons OL * par cette analogie; CG eſt à GL, ou, ce qui revient au même, CB eſt à $\odot B$, comme NC eſt à OL, ce qui nous donne $OL = \odot B \times \frac{NC}{CB}$; & ſi à la place de $\odot B$, on met ſon expreſſion dy, & qu'à la place de $\frac{NC}{CB}$ on mette $\frac{z}{b}$ qui convient à toutes les coupes du conoïde, faites parallelement à la baſe DBD, parce qu'elles ſont toutes des figures ſemblables, nous aurons $OL = \frac{z\,dy}{b}$. Et conſidérant enſuite que le triangle OLI eſt rectangle en L, & que LI eſt égale à Cc, ou à $\odot b = dx$, nous aurons $OI\,(= \sqrt{\overline{OL}^2 + \overline{LI}^2}) = \frac{\sqrt{z^2\,dy^2 + b^2\,dx^2}}{b}$.

D'un autre côté nous trouverons ML par cette analogie $CB : \odot B :: CG : GL :: QC : ML = \odot B \times \frac{QC}{CB}$: & ſi dans cette valeur de ML nous mettons dy à la place de $\odot B$, & $\frac{u}{b}$ à la place de $\frac{QC}{CB}$, il viendra $ML = \frac{u\,dy}{b}$.

Après cela nous ferons attention que les trois côtés du petit triangle ILS étant paralleles aux trois côtés du grand ACE, nous pouvons faire cette analogie, le ſinus total n eſt

* Fig. 1.

à * $IL = dx$, comme la tangente m de l'angle LIS ou ACE de l'obliquité de la direction du fluide par rapport à l'axe du ſolide, eſt à $LS = \frac{mdx}{n}$, & comme la ſécante b du même angle eſt à $IS = \frac{bdx}{n}$. Ajoutant enſuite LS avec ML, il nous viendra $\frac{udy}{b} + \frac{mdx}{n} = \frac{nudy + bmdx}{bn}$ pour la valeur de MS; mais il faut remarquer que cette expreſſion n'appartient effectivement à MS que dans la moitié ADB de la ſurface du ſolide qui eſt la plus expoſée à l'impulſion, parce que dans l'autre moitié il faut retrancher ls de ml, pour avoir $ms = \frac{udy}{b} - \frac{mdx}{n} = \frac{nudy - bmdx}{bn}$. de ſorte que l'expreſſion générale de MS eſt $\frac{nudy \pm bmdx}{bn}$. Cette petite ligne étant ainſi connue, nous trouverons ST par cette analogie, $ML = \frac{udy}{b} : LO = \frac{zdy}{b} :: MS = \frac{nudy \pm bmdx}{bn} : ST = \frac{nuzdy \pm bmxdx}{bnu}$. Et enfin ſi nous conſiderons que les triangles OLI & TXS ſont ſemblables, parce qu'ils ſont rectangles, l'un en L, & l'autre en X, & qu'ils ont outre cela les angles en O & en T égaux, nous aurons $OI = \frac{\sqrt{n^2dy^2 + b^2dx^2}}{b} : LI$

* Fig. 2.

$: LI = dx :: ST = \frac{nuzdy \pm bnmzdx}{bnu}$

$: SX = \frac{nuzdydx \pm bmzdx^2}{nu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$. Ainſi nous avons maintenant l'expreſſion de SX * qui ſert de ſinus à l'angle d'incidence, lorſque IS eſt pris pour ſinus total ; & il ſuffit donc de faire cette ſimple analogie, pour avoir la valeur de ce ſinus, par rapport au ſinus total n. $IS = \frac{bdx}{n} : SX = \frac{nuzdydx \pm bmzdx^2}{nu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}} :: n : \frac{n^2uzdy \pm bnmzdx}{bu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$.

C'eſt-là la valeur du ſinus d'incidence dont $\frac{n^4u^2z^2dy^2 \pm 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{b^2u^2 \times z^2dy^2 + b^2dx^2}$ eſt le quarré ; de ſorte qu'il n'eſt plus queſtion que de chercher l'étendue du petit trapeze GK.

Nous avons déja l'expreſſion $\frac{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b}$ de ſa hauteur DI ; & quant à ſa baſe GM, nous l'avons déſignée par ds, lorſqu'elle eſt une petite partie de la courbe DBD, dont CB (b) eſt l'axe ; mais l'expreſſion générale eſt $\frac{yds}{b}$, parce que ces parties GH & IK, &c. ſe trouvent plus petites dans les autres courbes $\Phi\Omega\Psi$ à meſure que les lignes $\Sigma\Omega$ (y) qui leur ſervent d'axe, ſont moins longues. Or multipliant $\frac{yds}{b}$ par $\frac{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b}$ qui eſt la valeur de OI, on aura $\frac{yds\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b^2}$ pour

* Fig. 1.

pour l'étendue du petit trapeze* GK, & le produit de cette petite étendue par le quarré

$$\frac{n^4u^2z^2dy^2 + 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{b^2u^2 \times z^2dy^2 + bdx^2}$$

du ſinus d'incidence donnera $\frac{ydz}{b^2b^2u^2}$

$$\times \frac{n^4u^2z^2dy^2 + 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$$

pour la petite impulſion abſolue que nous voulions d'abord découvrir.

Cette expreſſion eſt générale; mais comme tous les petits trapezes ſont pouſſés ſelon des lignes differentes, on ne peut point encore prendre la ſomme ou l'intégrale de toutes les impulſions qu'ils reçoivent: il faut auparavant que nous examinions quelle eſt la partie de l'effort qui agit ſelon une certaine direction déterminée. Cette direction eſt ici AF; & nous lui menons par le point I une parallele IY, qui ſe trouve dans le plan horizontal MIY. Comme nous ſavons d'ailleurs que l'impulſion des fluides ſur les ſurfaces s'exerce toujours ſur une ligne perpendiculaire, nous élevons du point I la perpendiculaire IP au plan du petit trapeze $GIKH$, & nous la regardons comme la direction de l'impulſion dont nous venons de trouver la valeur $\frac{ydz}{b^2} \times \frac{n^4u^2z^2dy^2 + 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{b^2u^2\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$.

Il eſt clair que cette ligne IP ſera perpendiculaire à OI, puiſque OI eſt dans le plan du petit trapeze; & il n'eſt pas moins évident que cette ligne IP, qui eſt terminée en P par

* Fig. 1.

par le plan * MOL, eſt dans le plan LOI, puiſque ce dernier plan paſſe par le point I & eſt perpendiculaire au plan du petit trapeze. Mais enfin ſi du point P on abaiſſe la perpendiculaire PZ ſur la droite IY, il eſt ſenſible que IP repréſentant l'impulſion abſolue, la partie IZ de la ligne IY repréſentera la partie de l'impulſion qui s'exerce ſelon la direction IY. Nous n'avons par conſéquent qu'à chercher le rapport de IP à IZ, & par une ſimple analogie, nous trouverons enſuite l'impulſion relative que nous avons interêt de connoitre.

Au-lieu d'abaiſſer du point P la perpendiculaire PZ pour déterminer le point Z, nous pouvons encore, ſi nous le voulons, laiſſer tomber du point P la verticale PR perpendiculairement ſur MY, & du point R tirer la perpendiculaire RZ à la direction IY. On trouvera de cette maniere le même point Z que par la perpendiculaire PZ: car le plan PRZ eſt vertical, puiſqu'il paſſe par la verticale PR, & auſſi-tôt que la direction IY eſt perpendiculaire à une des lignes RZ de ce plan vertical, elle l'eſt pareillement à toutes les autres lignes comme PZ, qui ſont dans le même plan. Cette ſeconde méthode de déterminer le point Z, nous fourniſſant un calcul plus ſimple, nous nous en ſervirons pour trouver IZ; & nous chercherons d'abord LP en conſiderant que le triangle ILP eſt ſemblable au triangle OLI, & en faiſant cette proportion, :: $OL = \frac{zdy}{b}$: LI

* Fig. 1.

$: LI = dx : LP = \frac{bdx^2}{zdy}$. Nous aurons enſuite* $IP (= \sqrt{\overline{IL}^2 + \overline{PL}^2}) = \sqrt{dx^2 + \frac{b^2dx^4}{z^2dy^2}}$ $= \frac{dx\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{zdy}$. D'un autre côté la reſſemblance des triangles rectangles MLO, PLR, nous donnera $ML = \frac{xdy}{b}; OL = \frac{zdy}{b}$ $:: LP = \frac{bdx^2}{zdy} : LR = \frac{bdx^2}{xdy}$. Et ſi après cela nous faiſons attention que l'angle I du triangle rectangle ILY eſt égal à l'angle CAF dont p & q déſignent la tangente & la ſécante, pendant que n eſt toujours le ſinus total, nous aurons $n : LI = dx :: p : LY = \frac{pdx}{n}$ $:: q : IY = \frac{qdx}{n}$. Otant enſuite LR de LY, il viendra $RY = \frac{pdx}{n} - \frac{bdx^2}{xdy} = \frac{pxdxdy - bndx^2}{nxdy}$, ou plus généralement $RY = \frac{pxdxdy \mp bndx^2}{nxdy}$, en réuniſſant dans la même expreſſion, les deux diverſes valeurs qu'a RY dans les deux differentes moitiés du ſolide. Enfin, comme les triangles ILY & RZY ſont ſemblables, puiſqu'ils ſont rectangles en L & en Z, & qu'ils ont, outre cela, un angle commun Y, nous pouvons faire cette proportion $IY = \frac{qdx}{n}$ $: LY = \frac{pdx}{n} :: RY = \frac{pxdxdy \mp bndx^2}{nxdy} : YZ$ $=$

* Fig. 2.

$= \frac{p^2 n dy dx \mp b n p dx^2}{n q dy}$; & il ne reſtera plus qu'à retrancher * ZY de IY pour avoir la valeur $\frac{q dx}{n} - \frac{p^2 n dy dx \mp b n p dx^2}{n q n dy}$ ou $\frac{q^2 n dy dx - p^2 n dy dx \mp b n p dx^2}{n q n dy}$ de IZ, valeur qui ſe réduit à $\frac{n n dy dx \mp b p dx^2}{q n dy}$ en mettant à la place de la quantité $q^2 - p^2$ le quarré n^2 du ſinus total qui lui eſt égal. Ainſi nous avons maintenant les valeurs de IP & de IZ qui marquent la relation qu'il y a entre l'impulſion abſolue $\frac{y ds}{b^2}$ $\times \frac{n^4 n^2 z^2 dy^2 \mp 2 b n^3 m n z^2 dy dx + b^2 n^2 m z^2 dx^2}{b^2 n^2 \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$ que ſouffre le petit trapeze GK, & l'impulſion partiale qui s'exerce ſur la direction IY: nous avons trouvé $IP = \frac{dx \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}{z dy}$, & nous venons de voir que IZ eſt égale à $\frac{n n dy dx \mp b p dx^2}{q n dy}$. Nous n'avons donc qu'à faire cette proportion, $IP = \frac{dx \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}{z dy}$: $IZ = \frac{n n dy dx \mp b p dx^2}{q n dy}$ :: $\frac{y ds}{b^2}$ $\times \frac{n^4 n^2 z^2 dy^2 \mp 2 b n^3 m n z^2 dy dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 n^2 \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$

* Fig. 1.

$$\frac{n^2 y z^3 ds}{b^3 b^2 q u^3 \times \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}} \times \sqrt{n^3 u^3 dy^3 + 2bn^2 mu^2 dy^2 dx + b^2 nm^2 u dy dx^2 + bn^2 pu^2 dy^2 dx + 2b^2 nmpu dx^2 dy + b^3 m^2 p dx^3}$$

; & nous aurons dans le dernier terme de l'analogie, l'impulſion relative que reçoit le petit trapeze * GK ſelon la direction IY, ou ſelon le ſens parallele à AF.

Mais l'expreſſion précédente en contient réellement deux autres, puiſqu'elle convient à l'une ou à l'autre moitié du conoïde, ſelon qu'on ſe ſert des ſignes ſupérieurs ou inférieurs. Si nous ſuppoſons que les deux moitiés du ſolide ſont égales, rien ne nous empêche de joindre enſemble les impulſions que ſouffrent de l'un & l'autre côté, les petits trapezes correſpondans; & alors, comme les termes affectés des ſignes contraires ſe détruiront, & que les autres termes ſe trouveront répétés deux fois, il nous viendra $\frac{n^2 y z^3 ds}{b^3 q b^2 u^3 \times \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}} \times 2n^3 u^3 dy^3 + 2b^2 nm^2 u dy dx^2 + 4b^2 nmpu dy dx^2$,

ou $\frac{2n^5 y u^3 z^3 dy^3 ds + 2b^2 n^3 m^2 + 4b^2 n^3 mp \times yuz^3 dy dx^2 ds}{b^3 b^2 q u^3 \times \sqrt{b^2 nx^2 + z^2 dy^2}}$,

& c'eſt donc là l'impulſion relative ſelon le ſens parallele à AF ou à IY que reçoit chaque couple de petits trapezes élémentaires dont la zone DbD eſt formee. Or nous pouvons maintenant prendre l'intégrale de cette quantité pour avoir l'effort que ſouffre la zone entiere: car l'impulſion totale n'eſt autre choſe

* Fig. 1.

choſe la ſomme de toutes les impulſions particulieres, auſſi-tôt qu'elles s'exercent toutes dans le même ſens. Ainſi l'effort ſur toute la zone eſt $\frac{2n^5}{bb^2q}\int\frac{yz^3dy^3ds}{b^2dx^2+z^2dy^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}$

$\int\frac{yz^3dydx^2ds}{b^2u^2dx^2+z^2u^2dy^2}$, ou bien $\frac{2n^5ydy}{b^2b^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$

$+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$, en diviſant le numerateur & le dénominateur par dy^2, & en traitant y, dy & dx comme conſtantes, parce qu'elles le ſont effectivement, tant qu'il ne s'agit que de chaque zone en particulier.

S'il étoit ici queſtion de trouver l'impulſion d'un fluide ſur un ſolide propoſé * $DADB$, il n'y auroit, comme il eſt aſſez évident, qu'à intégrer une ſeconde fois l'expreſſion $\frac{2n^5ydy}{b^2b^2q}$

$\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}$

$\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$.

La connoiſſance que nous aurions de la baſe DBD nous mettroit en état d'exprimer les lignes $CQ\,(z)$, $CN\,(u)$ & $GH\,(ds)$ par une ſeule variable avec ſa differentielle, ce qui rendroit la premiere intégration toujours poſſible, au moins par voie d'approxi-

* Fig. 2.

mation. On auroit de cette ſorte l'impulſion que reçoit chaque zone; & regardant enſuite les abſciſſes x & les ordonnées y de la courbe * $B\Omega A$ comme variables, il n'y auroit qu'à intégrer une ſeconde fois pour avoir l'impulſion que ſouffre la ſurface entiere. On trouveroit de cette maniere par une ſeule formule les chocs relatifs ſelon tous les divers ſens: le ſeul effort relatif vertical ſe refuſeroit à cette recherche. Il faudroit, pour le découvrir, employer cette autre formule $\frac{2n^4ydx}{bb^1}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2udx}{dy^2}+uz^2}+\frac{2bn^2m^2ydx^3}{b^2dy^2}$

$\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2u^3dx^2}{dy^2}+u^3z^2}$ dont il n'eſt pas difficile de découvrir l'origine, & qui exprime l'effort relatif vertical du fluide ſur chaque zone. Pour trouver cette formule, nous avons cherché la valeur de PR, qui eſt $\sqrt{\frac{b^2dx^4}{z^2dy^2}-\frac{b^2dx^4}{u^2dy^2}}$ où $\frac{bdx^2\sqrt{u^2-z^2}}{uzdy}=\sqrt{\overline{LP}^2-\overline{LR}^2}$, & nous avons fait cette analogie, IP eſt à PR, comme l'impulſion abſolue que ſouffrent les deux trapezes correſpondans GK & gk eſt à l'impulſion relative verticale. Cette impulſion étant trouvée, ſon intégrale $\frac{2n^4ydx}{bb^1}$

$\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2udx^2}{dy^2}+uz^2}+\frac{2bn^2m^2ydx^3}{b^2dy^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$ don-

* Fig. 2.

donne l'impulsion que souffre la zone entiere, & il ne reste plus par conséquent qu'à intégrer une seconde fois pour avoir l'impulsion que reçoit tout le solide selon le sens vertical.

SOLUTION.

* Mais pour revenir à notre Problême du solide qui éprouve de la part des fluides le moindre choc possible, il faut que nous reprenions l'impulsion $\frac{2n^r y\,dy}{b^2 b^2 q} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2\,dx^2}{dy^2} + z^2}$

$+ \frac{2n^3 m^2 + 4n^3 mp}{b^2 q} \times \frac{y\,dx^2}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 n^2\,dx^2}{dy^2} + n^2 z^2}$

que souffre chaque zone comme $D\,b\,D$ selon le sens parallele à $A\,F$. Nous ne pouvons pas faire un *minimum* de cette impulsion, considerée seule: car plus on augmente la saillie de chaque zone, ou plus on augmente $\Theta\,b$, par rapport à ΘB, plus l'impulsion devient petite; & cette impulsion qui diminueroit sans cesse, ne se trouveroit enfin nulle, que lorsqu'on auroit augmenté infiniment la saillie $\Theta\,b$ de la zone. Mais nous pouvons au moins faire ensorte que deux zones consécutives $D\,d\,D$, $d\,\Omega\,\delta$, compriſes entre deux courbes déterminées $D\,B\,D$, $\Phi\,\Omega\,\Psi$, ne soient exposées prises ensemble qu'au moindre choc possible. Nous n'avons pour cela qu'à faire varier la courbure $B\,b\,\Omega$ formée par les deux petits côtés $B\,b$, $\Omega\,b$, en faisant avancer ou reculer le point de séparation b sur la petite

* Fig. 1.

ligne $\Theta\epsilon$: * la convexité $Bb\Omega$ ou $B\epsilon\Omega$ étant plus ou moins grande, une des deux zones ſera enſuite expoſée à une plus grande impulſion; mais l'autre ſera expoſée en même tems à une plus petite, & des deux il pourra réſulter un effort total qui ſera un *minimum*. Or, pour découvrir les conditions qui donnent ce moindre, nous n'avons qu'à prendre la differentielle de l'impulſion $\frac{2n^5ydy}{b^5b^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$

$$+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$$

de la zone DbD, en traitant ſimplement dx comme variable: cette differentielle ſera une quantité complexe ou incomplexe R, multipliée par ddx; & nous aurons pour l'autre zone $d\Omega\delta$ la differentielle $R\,ddx$, qui, au-lieu d'être affectée du ſigne +, le ſera du ſigne −, parce que $b\epsilon = ddx$ qui eſt poſitive ou additive par rapport à Θb, eſt négative ou ſouſtractive par rapport à $z\Omega$. En un mot, nous aurons $R\,ddx - R\,ddx$ pour la differentielle de l'impulſion que ſouffrent enſemble les deux zones: & comme il faut, ſelon la théorie des queſtions *de Maximis*, égaler cette differentielle à zéro, nous aurons $R\,ddx = R\,ddx$, & $R = R$; ce qui nous apprend que dans notre conoïde, il faut que les impulſions, differentiées & enſuite diviſées par ddx, ſoient les mêmes dans toutes les zones, ou qu'elles ſoient égales à une quantité conſtante. Alors priſes deux à deux, elles recevront le moindre

* Fig. 1.

dre choc poſſible; & la ſurface entiere du ſolide aura donc auſſi la même propriété.

Mais la méthode de differentier l'impulſion $\frac{2n^5 y dy}{b^4 b^4 q} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2} + \frac{2n^3 m^3 + 4n^3 mp}{b^4 q} \times \frac{y dx^2}{dy}$

$\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^4 u^2 dx}{dy^2} + u^2 z^2}$, ou de trouver le changement qu'elle reçoit par la variabilité de dx, pourroit bien ne ſe pas préſenter d'abord à l'eſprit. Commençons par differentier $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2}$, en ne regardant donc que dx comme changeante. Je conſidere l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2}$, comme ſi elle exprimoit l'aire * $ACDB$ de la Fig. 2; & cela en prenant les parties infiniment petites Ef de l'axe AB pour ds, & les ordonnées comme EG pour $\frac{z^3}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2}$; ce qui rend le petit trapeze élémentaire $GEFH$ égal à $\frac{z^3 ds}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2}$, & par conſéquent l'aire entiere $ACDB$ égale à l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^4 dx^2}{dy^2} + z^2}$.

Cela

* Fig. 2.

Cela ſuppoſé, je fais augmenter dx de la petite quantité ddx, & je cherche le changement que cette petite augmentation apporte dans la valeur $\frac{z^2}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$ de chaque ordonnée * GE. Je trouve $\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$ en différentiant à l'ordinaire, & c'eſt donc la valeur de Gg. Maintenant il eſt clair que ſi l'on multiplie cette valeur par $EF=ds$, on aura $\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}\times ds$ pour le changement $GHhg$ que ſouffre le trapeze élémentaire $GEFH$ ($\frac{z^2ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$) lorſque dx augmente de ddx; & il n'eſt pas moins évident qu'il n'y a qu'à intégrer ou prendre la ſomme infinie $\int\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}\times ds$ de tous les petits changemens $GHhg$, pour avoir le changement total $CGDdbc$ que reçoit l'aire entiere $ACDB$ ou la quantité propoſée $\int\frac{z^2ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$. On trouvera en ſuivant cette

* Fig. 2.

cette méthode que la differentielle de l'impulsion entiere que souffre la zone *, est $\frac{4n^{5}y\,dy}{b^{4}b^{2}q}$

$$\int \frac{b^{2}z^{3}\,ds\,dx\,ddx}{dy^{2}\times\frac{b^{2}dx^{2}}{dy^{2}}+z^{2}}{}^{2} - \frac{4n^{3}m^{2}-8n^{3}mp}{b^{2}q}$$

$$\times\frac{y\,dx\,ddx}{dy}\int\frac{z^{3}\,ds}{\frac{b^{2}u^{2}dx^{2}}{dy^{2}}+u^{2}z^{2}} + \frac{4n^{3}m^{2}+8n^{3}mp}{b^{2}q}$$

$$\times\frac{y\,dx^{2}}{dy}\int\frac{b^{2}z^{3}\,ds\,dx\,ddx}{dy^{2}\times\frac{b^{2}u\,dx^{2}}{dy^{2}}+uz^{2}}{}^{2}$$; & il est aisé de voir qu'on peut lui donner cette forme

$$\frac{4n^{5}y\,dx\,ddx}{b^{4}b^{2}q\,dy}\int\frac{z^{3}\,ds}{\frac{b^{2}dx^{2}}{dy^{2}}+z^{2}}{}^{2} - \frac{4n^{3}m^{2}-8n^{3}mp}{b^{2}p}$$

$$\times\frac{y\,dx\,ddx}{dy}\int\frac{z^{3}\,ds}{\frac{b^{2}u^{2}dz^{2}}{dy^{2}}+u^{2}z^{2}} + \frac{4n^{3}m^{2}+8n^{3}mp}{b^{2}q}$$

$$\times\frac{b^{2}y\,dx^{3}\,ddx}{dy^{3}}\int\frac{z^{3}\,ds}{\frac{b^{2}u\,dx^{2}}{dy^{2}}+uz^{2}}{}^{2}$$. Car dx aiant reçu le petit changement ddx, demeure invariable de même que ddx & que dy dans tous les petits trapezes $GHhg$ dont l'aire $GGHDdhc$ est formée. Enfin c'est cette differentielle de l'impulsion du fluide qu'il faut, conformément à ce que nous avons dit dans l'article précédent, diviser par ddx, & égaler

* Fig. 2.

égaler à une quantité conſtante. * Nous prendrons $4an^2$ pour cette quantité ; & en diviſant de part & d'autre par $4n^2$, nous aurons

$$-\frac{n^3 y\,dx^2}{b^2 q\,dy}\int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2\,dx^2}{dy^2}+z^2}$$

$$-\frac{nm^2-2nmp}{b^2 q}\times\frac{y\,dx}{dy}\int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u^2\,dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$$

$$+\frac{nm^2+2nmp}{b^2 q}\times\frac{b^2 y\,dx^3}{dy^3}\int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2}+uz^2}$$

$=a$ pour l'équation de la courbe † $A\Omega B$ (*Fig.* 1.) qui doit former la ſaillie du conoïde, & il ne reſte plus qu'à réſoudre cette équation.

Nous n'avons pour cela qu'à conſidérer que quoique nous ne connoiſſions pas les differentielles dx & dy, nous pouvons cependant regarder comme connu leur rapport $\frac{dx}{dy}$, & le marquer par le rapport variable $\frac{t}{b}$ de l'arbitraire t & de la conſtante b; ce qui nous donnera tout d'un coup la valeur de y. En effet, ſi nous mettons $\frac{t}{b}$ à la place de $\frac{dx}{dy}$, nous changerons notre équation en

$$\frac{n^3 yt}{bb^2 q}\int \frac{z^2\,ds}{t^2-z^2}-\frac{nm^2-2nmp}{b^2 q}\times\frac{yt}{b}\int \frac{z^3\,ds}{u^2t^2+u^2z^2}+$$

* Fig. 2. † Fig. 1.

$+\frac{nm^2+2nmp}{b^2q}\times\frac{yt^3}{b}\int\frac{z^3ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}=a$ qui ne contient que y d'inconnue, puis- ||

que u, z & ds ſont données par la nature de la baſe *DBD qu'il s'agit de garantir de l'impulſion, & que t eſt une quantité à laquelle nous pouvons attribuer ſucceſſivement quelle valeur nous voudrons. Or en dégageant y, on trouve la formule

$$y=\frac{abb^2q}{n^3t\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2}-\overline{nm^2-2nmp}\times t\int\frac{z^3ds}{u^2t^2+u^2z^2}-t^3\int\frac{z^3ds}{ut^2+uz^2}}$$

qui nous fera donc connoître toutes les ordonnées comme $\Sigma\Omega$ de la courbe $A\Omega B$. Et ſi de $\frac{dx}{dy}=\frac{t}{b}$ on en déduit $dx=\frac{tdy}{b}$, & par voie d'intégration, $x=\frac{ty}{b}-\int\frac{ydt}{b}$; il n'y aura qu'à introduire dans cette valeur de x celle de y, pour avoir auſſi en grandeurs entierement connues les abſciſſes $A\Sigma$ de la même courbe $A\Omega B$. La formule eſt

* Fig. 1.

$$x = \frac{ab^2q}{n^3\int\frac{z^3\,ds}{(t^2+z^2)^2} - \overline{nm^2 - 2nmp}\times\int\frac{z^3\,ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^2\int\frac{z^3\,ds}{(nt^2+nz^2)^2}} + \int\frac{ab^2q\,ds}{n^3t\int\frac{z^3\,ds}{(t^2+z^2)^2} - \overline{nm^2 - 2nmp}\times t\int\frac{z^3\,ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^3\int\frac{z^3\,ds}{(nt^2+nz^2)^2}}$$

Ainſi le Probléme général que nous nous étions propoſé, eſt entierement réſolu: car ſi nous ne connoiſſons point d'une maniere immédiate la relation des abſciſſes * $A\Sigma$ de la courbe de faillie $A\Omega B$ à ſes ordonnées $\Sigma\Omega$; nous avons, & c'eſt la même choſe, la relation des abſciſſes & des ordonnées à une quantité arbitraire t, qui nous fournira autant de points de la courbe, que nous lui attribuerons de diverſes valeurs. Si l'on veut que ce ne ſoit pas la partie du choc qui tombe ſur AF, qui ſoit un *moindre*, mais celle qui agit ſelon l'axe AC, l'angle FAC s'évanouira, & ſa tangente p deviendra nulle, pendant que ſa ſécante q deviendra égale au ſinus total n, ce qui nous donnera

* Fig. 1.

$$y = \frac{abb^2}{n^2 t \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2} - m^2 \times t\int \frac{z^3\,ds}{u^2t^2+u^2z^2} - t^3\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{ut^2+uz^2}^2}}$$

$$\& x = \frac{ab^2}{n^2\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2} - m^2 \times \int \frac{z^3\,ds}{u^2t^2+u^2z^2} - t^2\int \frac{z\,ds}{\sqrt{ut^2+uz^2}^2}}$$

$$-\int \frac{ab^2\,dt}{n^2 t\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2} - m^2 \times t\int \frac{z^3\,ds}{u^2t^2+u^2z^2} - t^3\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{ut^2+uz^2}^2}}.$$

On n'a outre cela qu'à ſuppoſer que le mouvement du fluide ſe fait parallelement à l'axe * AC, ou que la tangente m de l'angle EAC eſt nulle, & nos formules ſe réduiront à d'autres $y = \frac{ab}{t\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2}}$, & $x = \frac{a}{\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2}}$

$-\int \frac{a\,dt}{t\int \frac{z^3\,ds}{\sqrt{t^2+z^2}^2}}$, qui ſont encore plus ſimples, mais qui ſont cependant toujours très générales, par rapport au cas qu'on avoit examiné.

Application des Formules précédentes.

† Afin de ne pas laiſſer ces formules ſans quelque application, propoſons-nous de mettre à couvert de l'impulſion d'un fluide, la ſurface $DPRD$ (*Fig.* 3.) qui eſt un demi-cer-

* Fig. 1. † Fig. 3.

cercle dont on a retranché par le bas, le segment * PRS. Nous choisissions cette figure, à cause de sa simplicité; & parce que la coupe verticale de quelques Navires, faite perpendiculairement à leur longueur, n'en est pas fort differente. Nous n'avons que faire d'avertir que l'impulsion est précisément la même, & que le solide doit par conséquent avoir toujours la même propriété, soit que le fluide vienne le choquer, ou que ce soit le solide qui aille frapper le fluide. La perpendiculaire CB sera marquée par b comme ci-devant; nous désignerons par c le rayon CD, par e la moitié PB de la corde PR, & g marquera la longueur de l'arc DP, & φ le sinus GT des arcs variables comme SG. Cela supposé, nous aurons, par la propriété du cercle, le rayon c pour la valeur de toutes les perpendiculaires abaissées du centre C sur les tangentes à la courbe DP; $\frac{z^2}{\varphi}$ $(= \frac{\overline{CD}^2}{CE})$ pour $CQ = u$; & l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{z^2 + z^2}^2}$ se réduira à $\int \frac{c^3 ds}{\overline{c^2 + z^2}^2} = \frac{c^3 g}{\overline{c^2 + z^2}^2}$; puisque tous les petits arcs $GH = ds$ composent l'arc $DP = g$. Mais il faut observer que $\frac{c^3 g}{\overline{c^2 + z^2}^2}$ ne marque que la partie de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{z^2 + z^2}^2}$ qui

* Fig. 3.

qui appartient à l'arc *D P, & qu'il faut auſſi trouver l'autre partie qui répond à la ligne droite P B, conſiderée comme portion de la ligne courbe D P B. Comme c'eſt C B = b qui tient lieu dans cette ſeconde circonſtance de perpendiculaire z, l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2 + z^2}^2}$ ſe réduit à $\int \frac{b^3 ds}{\overline{b^2 + t^2}^2}$ qui eſt égale à $\frac{b^3 e}{\overline{b^2 + t^2}^2}$, puiſque ds déſigne maintenant les petites parties dont P B = e eſt formée. Ainſi la valeur totale de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2 + z^2}^2}$ eſt $\frac{c^3 g}{\overline{c^2 + t^2}^2} + \frac{b^3 e}{\overline{b^2 + t^2}^2}$.

Il n'y aura pas beaucoup plus de difficulté à trouver la valeur des intégrales $\int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2}$, & $\int \frac{z^3 ds}{\overline{u t^2 + u z^2}^2}$: la premiere ſe réduira à $\int \frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2 + t^2} \sqrt{c^2 + \varphi^2}}$, en mettant à la place de z, de u, & de ds, les valeurs c, $\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c d\varphi}{\sqrt{c^2 - \varphi^2}}$ que fournit le cercle; & ſi l'on conſidere que cette quantité $\frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2 + t^2} \sqrt{c^2 - \varphi^2}}$ eſt proportionnelle aux petits

* Fig. 3.

petits trapezes élémentaires * $GTXH$ $\left(\frac{\varphi^2 d\phi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}\right)$ qui ſont les produits de GT (ϕ) par TX égale à $HV = \frac{\varphi d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}$, differentielle de $GE = \sqrt{c^2-\varphi^2}$; nous aurons pour la valeur de $\int \frac{\varphi^2 d\phi}{\sqrt{c^2+z^2}\sqrt{c^2-\phi^2}}$, ou de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{u^2 z^2 + u^2 z^2}$, l'eſpace $DCBP$, ou le ſecteur DCP, & le triangle PCB, joints enſemble, diviſés par c^2+z^2, & en termes analytiques $\frac{\frac{1}{2}cg+\frac{1}{2}be}{c^2+z^2}$. Il faut remarquer que cette intégrale eſt complette, & qu'il n'y a rien à y ajouter, pour PB conſiderée comme partie de la courbe: car n ſe trouve ici infinie, & doit rendre nulle la partie de $\int \frac{z^3 ds}{u^2 z^2 + u^2 z^2}$ qui répond à PB. On trouvera pareillement $\frac{\frac{1}{2}cg+\frac{1}{2}be}{c^2+z^2}$ pour l'intégrale de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{nz^2+uz^2}^2}$, & ſi l'on introduit ces valeurs dans nos formules générales, on aura $x =$

* Fig. 8.

$$x = \frac{\sqrt{n^2 + m^2} \times aq}{\frac{n^3 c^3 g}{2\sqrt{c^2 + t^2}} + \frac{n^3 b^3 e}{2\sqrt{b^2 + t^2}} - \frac{\sqrt{nm^2 - 2nmp} \times c^3 g + c^2 be}{2 \times 2\sqrt{c^2 + t^2}}}$$

$$- \int \frac{\sqrt{n^2 + m^2} \times abqdt}{\frac{n^3 c^3 gt}{2\sqrt{c^2 + t^2}} + \frac{n^3 b^3 et}{2\sqrt{b^2 + t^2}} - \frac{\sqrt{nm^2 - 2nmp} \times c^3 gt + c^2 bet}{2 \times 2\sqrt{c^2 + t^2}}}, \&$$

$$y = \frac{\sqrt{n^2 + m^2} \times abq}{\frac{n^3 c^3 gt}{2\sqrt{c^2 + t^2}} + \frac{n^3 b^3 et}{2\sqrt{b^2 + t^2}} - \frac{\sqrt{nm^2 - 2nmp} \times c^3 gt + c^2 bet}{2 \times 2\sqrt{c^2 + t^2}}};$$

qui fourniront autant de differens points de la courbe de faillie * $A \Omega B$, qu'on fera t de differentes grandeurs; & il ſera enſuite facile d'achever l'eſpece de conoïde qui doit ſervir de proue. Si l'on vouloit calculer une Table des dimenſions de ce ſolide, pour mettre les perſonnes qui ne ſont point Géometres, en état de le former aiſément, il n'y auroit qu'à négliger le cas du mouvement direct dans lequel les Vaiſſeaux cinglent toujours aſſez bien, & ne conſtruire la Table que pour le cas du mouvement oblique, qui eſt le plus ordinaire en Mer, & dans lequel il importe beaucoup plus d'augmenter la rapidité du ſillage.

Enfin deſcendons au cas particulier dans lequel la baſe qu'on veut garantir du choc eſt exactement un demi-cercle: mais ſuppoſons cependant toujours que le mouvement ſe

* Fig. 3.

ſe fait ſelon une direction oblique par rapport à l'axe, & que l'impulſion qui doit être un *moindre*, s'exerce auſſi ſelon une ligne oblique. La ligne CB (b) deviendra égale au rayon $CS = c$, & la corde PR deviendra nulle. Ainſi il n'y aura qu'à mettre c à la place de b, & effacer tous les termes qui contiennent $e = PB$ dans les valeurs de x & de y trouvées en dernier lieu. & nous les réduirons à $x = \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times aq \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 g}$

$- \int \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times aq\,dt \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 gt}$ & à

$y = \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times acq \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 gt}$. Mais ce qui eſt très digne de remarque, c'eſt que ſi l'on rend nulle la tangente m de l'obliquité de la route, la tangente de l'angle * CAE (*Fig.* 1.) de même que la tangente p de l'angle CAF que fait l'axe AC du conoïde avec la ligne AF, ſelon laquelle l'impulſion doit être un *moindre*, on trouvera que la courbe de ſaillie eſt toujours la même. Car il viendra pour les abſciſſes x, & pour les ordonnées y, des valeurs $\frac{a \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{c^3 t}$

$- \int \frac{a\,dt \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{c^3 gt}$ & $\frac{ab \times \overline{c^4 + 2c^2t^2 + t^4}}{c^3 gt}$,

qui ont entre elles la même relation, & qui étant

* Fig. 2.

étant proportionnelles aux premieres valeurs, leur deviendront parfaitement égales, auſſitôt qu'on fera la conſtante *a* plus grande ou plus petite; ce qui montre que la courbe de ſaillie ne change point, & que c'eſt par conſéquent le même ſolide qui a la propriété de trouver la moindre réſiſtance dans tous les cas. Nous étions déja parvenus par une autre voye à cette remarque, que la proue qui ſouffre le moins d'impulſion ſelon ſon axe dans la route directe, en ſouffre auſſi le moins ſelon ſon axe dans les routes obliques. Mais nous voyons maintenant que ce ſont non-ſeulement les impulſions relatives dans ce ſens, qui ſont des *minimum*, mais que ce ſont auſſi toutes les autres; puiſque la courbe de ſaillie eſt auſſi indépendante des changemens que peut recevoir l'obliquité *CAF* de la direction *AF*, que de ceux que peut recevoir l'obliquité *CAE* de la route: & il ſuit de-là que l'impulſion abſolue horizontale, ſur quelque direction *AF* qu'elle tombe, doit être pareillement un *minimum*. Ainſi, lorſqu'on a cru par les Solutions particulieres qu'on a publiées, ne conferer à la proue qu'un avantage aſſez limité, on lui en a heureuſement conferé d'autres infiniment plus conſiderables, & tous ceux même qu'on pouvoit imaginer en ce genre.

Mais il y a cependant une exception à mettre, & même une exception ſi ſinguliere, qu'il eſt aſſez difficile de la prévoir. C'eſt que le conoïde dont il s'agit ici, lequel, comme nous

Fig. 1.

nous venons de le voir, reçoit dans les routes obliques la moindre impulsion selon son axe, & selon tous les autres sens, en reçoit aussi le plus qu'il est possible dans une infinité d'autres rencontres, & passe tout d'un coup d'un cas à l'autre, comme s'il ne se plaisoit que dans les propriétés les plus contraires. On appercevra la cause de cette singularité, si l'on remonte jusques vers les commencemens du Problême, & qu'on examine le changement que souffre l'impulsion sur une zone, lorsqu'on change la figure du conoïde. L'expression générale de cette différentielle est $\frac{4n^5 y\,dx\,ddx}{b^4 q\,dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$

$$- \frac{4n^3m^2 - 8n^3mp}{b^4 q} \times \frac{y\,dx\,ddx}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u^2 dx^2}{dy^2} + u^2 z^2}$$

$$+ \frac{4n^3m^2 + 8n^3mp}{b^4 q} \times \frac{b^2 y\,dx^3\,ddx}{dy^3} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2} + uz^2}.$$

Et si à la place de b & de z, on introduit c; & à la place de u & de ds, les quantités $\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c\,d\varphi}{\sqrt{c^2 - \varphi^2}}$ que fournit le cercle, nous trouverons, comme nous l'avons vu, il n'y a qu'un moment, $\frac{c^3 g}{\frac{c^2 dx^2}{dy^2} + c^2}$ ou

$$\frac{cg\,dy^4}{}$$

* Fig. 21

$\frac{cgdy^4}{(cdx^2+cdy^2)^2}$ pour la valeur de $\int \frac{z^3 ds}{\left(\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2\right)^2}$,

$\frac{\frac{1}{2}cg}{\frac{cdx^2}{dy^2}+z^2}$ ou $\frac{gdy^2}{2cdx^2+2cdy^2}$ pour celle

de $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2} = \int \frac{\varphi^2 d\varnothing}{\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\sqrt{c^2-\varphi^2}}$,

& $\frac{\frac{1}{2}cg}{\left(\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\right)^2}$ ou $\frac{cgdy^4}{2\times c^2dx^2+c^2dy^2)^2}$ pour

celle de $\int \frac{z^3 ds}{\left(\frac{b^2udx^2}{dy^2}+uz^2\right)^2} = \int \frac{\Phi^2 d\varnothing}{\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\sqrt{c^2-\varphi^2}^2}$:

* Et ces valeurs étant ſubſtituées dans l'expreſſion générale de la differentielle, nous aurons $\frac{4n^5g-2n^3m^2g-4n^3mpg}{cb^2q} \times \frac{ydy^3dxddx}{(dx^2+dy^2)^2}$.

Ainſi nous pouvons, conformément à ce que nous avons dit ci-devant, prendre $\frac{4n^5g-2n^3m^2g-4n^3mpg}{cb^2q} \times R\,ddx - R\,ddx$, pour la differentielle de l'impulſion que ſouffrent deux zones conſécutives: nous n'avons pour cela qu'à ſuppoſer que R & R déſignent les deux valeurs qu'a $\frac{ydy^3ddx}{(dx^2+dy^2)^2}$ dans les deux zones. C'eſt cette differentielle, com-

* Fig. 1.

me on s'en ſouvient, qui étant égalée à zéro, confere au conoïde la propriété de recevoir la moindre impulſion poſſible. * Mais pour que la choſe arrive effectivement, il faut que $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q} \times \overline{Rddx - Rddx}$ avant que de devenir nulle, ſoit négative: car ſi elle étoit poſitive, ce ſeroit une marque que l'impulſion deviendroit de plus grande en plus grande, à meſure qu'en changeant la figure du ſolide, on approcheroit du cas où la differentielle eſt égale à zéro; & on trouveroit par conſéquent un *maximum*, au-lieu de trouver un *minimum*. Or, c'eſt ce qui doit avoir lieu dans une infinité de rencontres; puiſque la négation ou l'affirmation de la differentielle ne dépend pas plus de la figure du conoïde, qu'elle dépend de la diverſe ſituation des directions AE & AF. En un mot, il n'eſt pas fort difficile de s'aſſurer que la quantité $Rddx - Rddx$, conſiderée ſeule, eſt négative; & il ſuit de-là que la differentielle $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q} \times Rddx - Rddx$ l'eſt auſſi, pourvu que le coëfficient $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q}$ ſoit poſitif. Mais cela ſuppoſé, la differentielle ſe trouvera néceſſairement poſitive, toutes les fois que $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q}$ ſera négatif; & alors le choc que ſouffrira notre proue ſera infaillible-

* Fig. 2.

ſiblement un *maximum*; c'eſt-à-dire, qu'il ſera plus grand que celui que recevroit tout autre conoïde.

* Ainſi, pour ſavoir dans quelle rencontre l'impulſion de l'eau ſur notre ſolide eſt un *minimum* ou un *maximum*, nous n'avons qu'à examiner dans quel cas $4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ eſt poſitif ou négatif; & la queſtion ſe réduit par conſéquent à diſcuter les circonſtances qui rendent le terme $4n^5g$ plus grand ou plus petit que les deux autres $2n^3m^2g + 4n^3mpg$.

On trouve $p < \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le premier cas, & $p > \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le ſecond: de ſorte que pour chaque route EA que peut embraſſer le Vaiſſeau, & dont m eſt la tangente de l'obliquité, il eſt une infinité de differentes lignes Af, ſelon leſquelles la proue eſt pouſſée en même tems par l'eau le plus & le moins qu'il eſt poſſible. La proue eſt pouſſée le moins qu'il eſt poſſible, ſelon toutes les lignes Af qui font avec l'axe AC un angle dont la tangente p eſt moindre que $\frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$; & la proue eſt pouſſée en même tems le plus qu'il eſt poſſible, ſelon toutes les lignes qui font avec l'axe un angle un peu plus grand. Ainſi, ſi l'impulſion abſolue tomboit ſur une de ces dernieres lignes, ce ſeroit une marque qu'elle ſeroit auſſi un *maximum*, & que la proue ſeroit la moins propre de toutes pour le ſillage.

Enfin

* Fig. 1.

Enfin, de même que pour chaque route EA, il y a une infinité de lignes AF, ſelon leſquelles l'impulſion du fluide eſt un *moindre*, ou un *plus grand*; il y a auſſi une infinité de differentes routes qui convertiſſent en *minimum* ou en *maximum*, l'impulſion qui s'exerce ſur chaque ligne AF; & les deux cas ſont ſi voiſins, qu'ils ſe touchent encore, pour ainſi dire, l'un l'autre. L'obliquité de la direction AF étant donnée, on trouvera, en ſuppoſant le coëfficent $4n^3g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ égal à zéro, comme il l'eſt dans le ſéparation des deux cas, que $m = -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$; de ſorte qu'on a dans premier, $m < -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, & $m > -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$ dans le ſecond. Il n'importe donc quelle route EA on ſuive, pourvu que la tangente m de ſon obliquité CAE ſoit plus petite que $-p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, l'impulſion ſera toujours un *minimum*. Mais auſſi-tôt que la tangente m de l'obliquité ſera plus grande, l'impulſion deviendra un *maximum*, & alors tout autre conoïde ſeroit préférable au nôtre. S'il peut arriver de cette ſorte que la proue la plus avantageuſe, la proue qui reçoit dans une infinité de cas la moindre impulſion poſſible, perde cette propriété tout-à-coup pour en contracter une contraire, c'eſt au moins un bonheur que cet inconvénient n'ait lieu qu'autant qu'il eſt néceſſaire pour former une curioſité de Géométrie, & qu'on n'ait point à le craindre dans la pratique, parce que l'obli-

* Fig. 1.

Φ
P
L
S
R
X
I
R

l'obliquité des routes n'eſt pas ordinairement aſſez grande. Nous laiſſons quelques autres réflexions à faire une autre fois, ne voulant pas rendre ce Mémoire plus long.

OBSERVATION
D'UNE HEMORRAGIE
PAR LA BOUCHE,

Qui, en moins d'une minute qu'elle a duré, a été ſuivie de la mort du Malade, & dont le Sang venoit immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere droite.

Par M. MALOET.

LE 26 Juin dernier, un Soldat, âgé de 46 ans, entra l'après-midi dans l'Infirmerie de l'Hôtel Royal des Invalides. Je l'y vis le même jour, & je lui demandai pour quel mal il y étoit venu: il me répondit qu'il avoit eu chez lui, depuis ſix ſemaines, une fluxion de poitrine, pour laquelle il avoit été ſaigné ſix ou ſept fois, qu'il avoit touſſé beaucoup, & craché du ſang, qu'il lui reſtoit encore de la toux, & une douleur à la gorge. Je viſitai ſon cou, pour voir s'il y auroit quelque élévation: je trouvai à ſa partie inférieure antérieure, une tumeur, de la groſſeur d'une noix, immédiatement au-deſſus de l'échancrure du ſternum, ſur laquelle elle portoit; elle

étoit molle, ronde & égale; la couleur de la peau qui la couvroit, étoit naturelle; elle avoit un battement fort ſenſible & très règlé, elle cedoit à la preſſion des doigts, mais elle ſe remettoit promtement & avec force: de tous ces ſignes, il me fut aiſé de conclurre que c'étoit un anevriſme vrai, & je jugeai qu'il étoit à la partie ſupérieure de l'aorte, que je ſuppoſai prolongée, indépendamment de l'anevriſme.

Je demandai à ce Soldat, depuis quand il portoit cette tumeur, & s'il s'étoit apperçu de quelque cauſe qui y eût pu donner lieu.

Il me répondit qu'il ne s'en étoit apperçu que depuis ſa fluxion de poitrine, & qu'il ne voyoit pas qu'il pût l'attribuer à autre choſe, qu'aux efforts qu'il avoit fait pour touſſer.

Comme il lui reſtoit encore de la toux, je lui ordonnai des remedes adouciſſans; & parce qu'il avoit un peu de fréquence dans ſon pouls, je le mis aux bouillons & à la tiſane, & je lui interdis toutes ſortes d'efforts, à cauſe de cet anevriſme.

Ayant été dans ce régime juſqu'au 29 du même mois, il me demanda ce jour-là, à ma viſite du matin, ſi c'étoit par mon ordre qu'on ne lui donnoit point de vin: lui ayant répondu qu'oui, il me repliqua que je lui coupois la gorge, qu'étant ouvrier, & travaillant de ſon métier dans les carrieres, il avoit beſoin d'en boire, & il me pria de lui en faire donner. Ayant trouvé ſon pouls plus calme que le jour qu'il étoit entré à l'Infirmerie, & ſa toux étant appaiſée, je le fis marquer pour avoir du vin.

Je

Je ne fus pas plutôt au lit qui étoit après celui de ce malade, que j'entendis derriere moi un bruit, comme de quelqu'un qui vomiſſoit. M'étant retourné, je vis que cet homme que je venois de quitter, rendoit par la bouche, des flots de ſang. Je courus à lui, l'Apothicaire de l'Hôtel qui m'accompagne dans ma viſite, en fit de même: mais comme on ne pouvoit pas en approcher, ſans être inondé de ſang, & qu'il s'en inondoit lui-même, notre premier mouvement de l'un & de l'autre, fut de chercher promtement un vaiſſeau pour recevoir le ſang, que ce Soldat rendoit ſans aucun effort, par fuſées, dont l'une à peine attendoit l'autre. Jugeant le cas des plus preſſans, je criai à une Sœur de l'Infirmerie, de faire venir au plus vîte un Prêtre; le malade qui s'étoit mis ſur ſon ſéant, pour rejetter ce ſang, ſe coucha ſur ſon lit à la renverſe, & rendit encore du ſang dans un vaiſſeau que l'Apothicaire tenoit à portée de le recevoir, & il expira dans le moment, ſans donner le tems à un Prêtre (qui étoit dans l'Infirmerie lorſque cet accident arriva, & qui accourut dans l'inſtant) de lui adminiſtrer aucun ſecours ſpirituel, car il ne ſe paſſa pas une minute depuis qu'il avoit commencé à rendre du ſang juſqu'à ſa mort. Ce ſang étoit rouge, vermeil & écumeux.

Quoique je m'attendiſſe bien à des ſuites funeſtes de la part de cette tumeur, telle que je viens de la décrire, j'avoue que je ne comptois pas que la mort fût ſi prochaine;

je m'attendois encore moins que cet anevriſme ſe vuidât par la bouche.

Il n'y avoit pourtant pas lieu de douter qu'il ne ſe fût ouvert, & que ce ne fût par cette ouverture que le malade avoit perdu tout ſon ſang, d'autant plus qu'après ſa mort, la tumeur du cou ſe trouva totalement diſſipée. Mais comment ce ſang avoit-il paſſé dans la bouche? car il ne paroiſſoit pas moins ſûr que cette tumeur étoit une artere dilatée, & il n'y en a point qui ait naturellement de communication immédiate avec la bouche, ni avec aucun des canaux par leſquels cette prodigieuſe quantité de ſang avoit pu lui être fournie: je voyois bien qu'il falloit qu'il s'en fût fait une contre nature, mais comment avoit-elle pu ſe faire ſi ſubitement? puiſqu'il falloit pour cela qu'il ſe fût fait deux ouvertures en même tems, l'une dans l'artere où étoit l'anevriſme, l'autre dans la trachée, que je jugeois être la ſeule voye que le ſang, qui étoit ſorti par cette hémorragie, avoit pu prendre, pour aller à la bouche. Cela me paroiſſoit d'autant moins aiſé à comprendre, que le fluide contenu dans cette tumeur paroiſſoit peu propre à ronger les parois de ces canaux; & que quand il en auroit été capable, comme il n'auroit pu agir ſur les parois de la trachée-artere, qu'après avoir percé celles de l'aorte; dans ce cas, c'eſt-à-dire, après avoir percé cette artere, il auroit dû ſe répandre dans la poitrine, & par-là il n'auroit pas été à portée de ronger la trachée, ni de paſſer par ſon canal dans la bouche.

L'ou-

L'ouverture du cadavre m'a levé ces difficultés, & pleinement ſatisfait ſur tout cela. Je la fis le ſoir du jour même de la mort du malade; je remarquai, avant de la commencer, qu'il couloit de ſa bouche une écume ſanguinolente, & qu'il ne reſtoit aucun veſtige de la tumeur du cou.

J'ouvris la poitrine, & après avoir dégagé la grande artere, avec ſes trois groſſes branches, ſavoir la ſouſclaviere droite, la carotide gauche, & la ſouſclaviere gauche, je trouvai que l'aorte avoit quelque choſe de ſingulier; elle étoit dilatée dans la partie ſupérieure de ſon arcade, entre la ſouſclaviere droite, & la carotide gauche, entre leſquelles il y avoit à leur origine (contre l'ordinaire) un eſpace de ſix lignes; l'artere ſouſclaviere droite étoit plus groſſe, & plus longue que de coutume, ayant environ un pouce de diametre, & deux pouces de longueur, avant que de fournir la carotide; il s'étoit fait dans ſa partie ſupérieure, à ſa naiſſance de l'aorte, une poche à peu près ronde, laquelle avoit formé la tumeur qui avoit paru à la partie inférieure du cou. Il réſulte de-là que cet anevriſme n'étoit pas tout-à-fait à l'aorte, comme je l'avois penſé: elle contribuoit pourtant un peu à le former, & elle étoit réellement dilatée, ou prolongée dans ſa partie ſupérieure, ainſi que je l'avois jugé.

La cavité de la poche dont je viens de parler, avoit environ deux pouces de diametre, en tous ſens; elle étoit placée au-devant de la partie antérieure de la trachée-artere, depuis le 10e ſegment cartilagineux, juſqu'au 5e in-

incluſivement, enſorte qu'elle couvroit ſix de ces ſegmens; elle y étoit intimement adhérente par ſa partie poſtérieure, comme elle l'eſt encore par le côté gauche de cette partie, auquel je n'ai pas touché.

J'eſſayai de la détacher de la trachée-artere; mais dès que j'y eus porté le ſcalpel, le plus légerement qu'il me fut poſſible, elle s'ouvrit. Voyant qu'il n'étoit pas poſſible de ſéparer cette poche entiere, comme c'étoit mon premier deſſein, j'aggrandis (pour regarder dans la cavité de ce ſac) l'ouverture que j'avois commencé à faire dans ſa partie latérale droite; je n'y trouvai rien, mais je fus ſurpris de voir à découvert les cartilages de la trachée-artere : je cherchai la paroi poſtérieure de cette poche, ou artere dilatée, laquelle paroi, par la ſituation de cette même poche, auroit dû être appliquée contre ces cartilages; je n'en trouvai point, ſi ce n'eſt au bas de la poche, poſtérieurement, un petit lambeau, qui me parut extrêmement mince, uſé, & même déchiré; je remarquai auſſi que les cartilages, contre leſquels cette poche ſe trouvoit appliquée, étoient plus foibles, plus applatis ſur le devant, & faiſoient moins de ſaillie, que les autres; enfin j'obſervai entre le 6e & le 7e de ces cartilages, au côté droit de la partie antérieure de la trachée, un trou à peu près rond, de deux lignes & demie dans ſon diametre vertical, & de deux lignes dans le tranſverſal.

Ce trou étoit pratiqué dans la membrane ligamenteuſe, par laquelle ces ſegmens cartilagineux tiennent l'un à l'autre; il anticipoit

poit même ſur le 6e & le 7e, qui en étoient un peu échancrés à cet endroit-là.

Je ſondai ce trou avec un ſtilet, & je trouvai qu'il perçoit juſques dans la cavité de la trachée-artere, de maniere pourtant qu'il étoit plus grand, à ſon entrée, que dans le reſte de ſon trajet. Je crus devoir viſiter l'eſtomac, je le trouvai rempli de caillots de ſang.

Alors je ne fus plus en peine de ſavoir par où étoit venu le ſang, qui étoit ſorti par la bouche; ni pourquoi il en étoit ſorti en ſi grande quantité, & ſi promtement; pourquoi même il n'y étoit pas venu plutôt, quoique le trou pratiqué dans la trachée ne parût pas fait depuis peu.

Il n'y a pas lieu, à ce que je crois, de douter que le ſang n'ait paſſé de la poche, à la faveur de ce trou, dans la trachée-artere; delà il falloit néceſſairement qu'il montât dans le larynx, ou qu'il deſcendît dans les bronches; mais l'air renfermé dans ceux-ci, l'ayant empêché de ſuivre cette derniere route, quoiqu'il y fût porté par ſon propre poids, il a été obligé de prendre celle du larynx, & d'aller de là vers le fond du palais, d'où il eſt ſorti par la bouche.

Quoique ce trou ait paru avoir été fait, dans la membrane ligamenteuſe dont je viens de parler, quelque tems avant la mort du malade, ou plutôt, avant ſon hémorragie; cependant le ſang ne paſſoit pas de ce ſac, dans la cavité de la trachée, parce que la membrane interne de ce canal étoit demeurée entiere, qu'elle bouchoit ce trou, du côté de cette cavité, & qu'elle lui en défendoit

doit l'entrée; mais cette membrane ayant été enfoncée, & rompue dans le moment qui a précédé la mort du malade, alors le ſang du ſac anevriſmal, ou plutôt celui de l'artere ſouſclaviere, n'a rien trouvé qui s'oppoſât à ſon paſſage dans la trachée.

Je dis que cette derniere membrane a été d'abord enfoncée, & enſuite rompue; car outre que cela n'a gueres pu arriver autrement, parce qu'étant aſſez lâche, elle a dû prêter & être pouſſée de dehors en dedans par le ſang qui venoit de l'artere ſouſclaviere; cela paroît par la forme de ſon ouverture, dont les bords ſont une ſaillie conſidérable, dans la cavité de la trachée-artere, de maniere qu'en les repouſſant vers le trou formé dans la membrane ligamenteuſe, on en bouche la plus grande partie.

Il reſte à ſavoir comment ce trou s'eſt fait, entre ces deux cartilages, dans la membrane par laquelle ils ſont attachés l'un à l'autre; cela n'eſt pas difficile à comprendre

La paroi poſtérieure de cette poche s'étant rendue adhérente à la trachée-artere, ayant été uſée, & à la fin rompue, par les efforts & l'impétuoſité du ſang, qui y abordoit continuellement; cette paroi, dis-je, ayant été uſée & même détruite, d'autant plus aiſément, qu'elle étoit fort mince, & qu'elle étoit d'un côté appliquée à des corps plus durs qu'elle, & de l'autre expoſée aux coups du ſang dardé avec beaucoup de force, celui-ci s'eſt trouvé porter immédiatement ſur la trachée: il ne s'eſt pas néanmoins répandu hors de cette poche, à cauſe de l'intime adhérence de celle-ci

le-ci à la trachée, qui a ſervi de paroi à la partie poſtérieure de ce ſac. Ce même ſang, ſoit par ſa féroſité, ſoit par quelques-unes de ſes parties ſalines, ſoit par l'effort avec lequel il étoit pouſſé dans cette poche, a miné l'interſtice des ſegmens cartilagineux qui concourent à former la trachée, & a pratiqué cette ouverture entre le 6e & le 7e, parce que cet endroit s'eſt peut-être trouvé le plus foible, ou le plus expoſé à l'effort du ſang par la direction de celui-ci.

Mais cette ouverture n'a pas été faite dans un moment, elle s'eſt faite peu à peu; elle étoit déja commencée, & même fort avancée dans le tems que le malade me parloit avec tant de réſolution, & m'accuſoit de lui couper la gorge, parce que je lui avois retranché le vin: il ne croyoit pas ſans doute, alors, être ſi près de l'avoir réellement coupée, ou du moins, percée; le ſang s'étoit déja fait jour, entre deux ſegmens cartilagineux de la trachée, à travers leur membrane ligamenteuſe, & il étoit parvenu à la membrane interne de ce canal, laquelle étoit le ſeul obſtacle, qui lui reſtoit à lever, pour s'y faire un paſſage; c'eſt véritablement dans ce tems-là, qu'il eût été vrai de dire, que la vie de ce Soldat ne tenoit qu'à un filet, puiſqu'elle dépendoit uniquement, du plus ou du moins de tems, que devoit tenir une ſi foible membrane, contre tout l'effort du ſang de la premiere & de la plus groſſe branche que fourniſſe l'aorte. Il n'étoit pas poſſible que cette membrane tînt longtems, contre un effort capable de vaincre les plus grandes

des réſiſtances ; auſſi a-t-elle été enfoncée dans un moment, qui eſt celui qui a précédé la mort du malade.

La communication du ſac anevriſmal, avec la cavité de la trachée-artere, s'étant trouvée libre, par l'enfoncement de cette membrane; le ſang de ce ſac, ou plutôt de l'artere ſous-claviere, a paſſé avec toute ſon impétuoſité, dans ce canal, & de là, il s'eſt porté par le larynx, comme je l'ai dit, vers le fond du palais, d'où il eſt ſorti par la bouche, tant que le malade a eu aſſez de force pour demeurer ſur ſon ſéant; mais ayant été obligé de ſe coucher, ou plutôt étant tombé à la renverſe, par l'extrême foibleſſe où l'avoit réduit une ſi grande perte de ſang, & celui-ci continuant à ſe porter vers le fond du palais, il en eſt tombé alors une partie dans le pharynx, de là dans l'œſophage, & dans l'eſtomac, d'autant plus facilement, que la ſituation du malade le favoriſoit à y entrer par ſon propre poids, & qu'elle s'oppoſoit au contraire à ſa ſortie par la bouche; de-là eſt venu le ſang qui s'eſt trouvé dans l'eſtomac, où il s'eſt mis en caillots par ſon ſéjour.

L'effort du ſang qui paſſoit de l'artere ſous-claviere, dans le ſac anevriſmal, ayant heurté continuellement & à nud, pour ainſi dire, contre les cartilages de la trachée-artere, il n'a pu manquer de les uſer, de les applattir, & de les émincer, comme j'ai remarqué qu'ils le ſont.

Cet anevriſme me paroît avoit été une ſuite de l'augmentation de diametre, que j'ai obſervée dans l'artere ſouſclaviere droite, par

par quelque cauſe que cette augmentation ſoit venue: car comme le diametre de cette artere n'a pu augmenter, ſans que ſes parois ſe ſoient étendues, & par conſéquent émincées, comme elles l'étoient effectivement, enſorte qu'elles avoient perdu de leur épaiſſeur, à proportion qu'elles s'étoient dilatées; il eſt clair que ces parois étant devenues plus minces, elles en ont eu moins de force pour réſiſter à l'impétuoſité du ſang qui y abordoit, & qui y étoit d'autant plus grande, qu'il y venoit immédiatement de l'artere ſouſclaviere, & pour ainſi dire, de l'aorte: ces parois ont donc été obligées de ceder à cette force, de prêter & de ſe dilater dans quelques endroits (qui y étoient le plus expoſés, ou qui ſe ſont trouvés plus foibles,) plus que dans d'autres; & comme ces endroits qui ont prêté plus que les autres, ont été portés au-delà de leur reſſort, ils n'ont pu ſe rétablir: c'eſt ce qui a fait la poche ou l'anevriſme.

Les efforts que ce Soldat étoit dans l'uſage de faire, travaillant de ſon métier dans les carrieres, ont pu donner lieu à cette augmentation de diametre de l'artere ſouſclaviere droite, & par-là être plutôt la cauſe de l'anevriſme qui y eſt ſurvenu, que ceux qu'il avoit fait, en touſſant, dans ſa fluxion de poitrine, auxquels il l'attribuoit; car comme dans cette eſpece de travail, il faut que les muſcles des bras ſe mettent dans de violentes contractions, & qu'ils s'y tiennent longtems, ils n'ont pu manquer d'y intercepter le cours du ſang dans les arteres qui le leur four-

fourniſſent, mais plus dans celles du bras droit, que dans celles du gauche, parce que le premier fait ordinairement les plus grands efforts, & qu'il en fait plus ſouvent: le cours du ſang ayant été intercepté dans les arteres du bras droit, il a dû s'arrêter dans le tronc de la ſouſclaviere, d'où ces arteres prennent leur origine, & qui ſe trouvoit à l'abri de toute compreſſion: le ſang ayant été arrêté dans ce tronc, n'ayant pu aller en avant, à la même proportion qu'il y étoit pouſſé par le cœur, & s'y étant accumulé, il a dû le dilater dans toute ſon étendue; de-là eſt venue ſon augmentation de diametre.

Il eſt aſſez rare qu'un anevriſme vrai s'ouvre & faſſe périr le malade en ſi peu de tems, ſur-tout quand il n'eſt pas plus conſiderable que celui-là l'étoit; car on en voit qui en portent pendant pluſieurs années, de beaucoup plus gros, au-lieu que celui-ci s'eſt ouvert dans l'eſpace d'environ ſix ſemaines.

La raiſon qu'on en peut donner, eſt, ce me ſemble, parce qu'il s'eſt trouvé appliqué contre les cartilages de la trachée-artere. J'ai dit plus haut, la part que ces cartilages ont eu à la deſtruction de la paroi poſtérieure de cette poche, & par conſéquent à ſon ouverture.

Il eſt peut-être encore plus rare, qu'on rende par la bouche, du ſang venant immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere. Comme je n'en ai point vu d'exemple juſqu'ici, ni trouvé dans un aſſez grand nombre d'Auteurs, que j'ai lu exprès pour y en chercher, cela m'a déterminé à donner cette obſervation, qui m'a paru ſinguliere.

SUR

SUR LA FIGURE DES DENTS DES ROUES, ET DES AILES DES PIGNONS,

Pour rendre les Horloges plus parfaites.

Par M. CAMUS. *

DE toutes les figures qu'on peut donner aux Dents des Roues & des Pignons d'une Horloge, celle qui tend à la faire marcher avec une force & une vîteſſe uniforme, & qui fait que les pieces font toujours les unes ſur les autres des efforts égaux, doit être regardée comme la meilleure.

Cette égalité de force eſt non ſeulement néceſſaire pour faire mouvoir une Horloge uniformement, mais encore pour la faire mouvoir avec la moindre puiſſance motrice qu'il eſt poſſible.

Une Machine qui ne va pas avec une force toujours uniforme, ou dont les pieces agiſſent les unes ſur les autres avec des forces tantôt plus grandes & tantôt plus petites, a beſoin pour aller, qu'on lui donne toute la puiſſance motrice qui lui eſt néceſſaire dans la ſituation la plus deſavantageuſe de ſes pieces, en ſorte que la puiſſance motrice qui pour-

* 21 Fevrier 1733.

pourroit la faire marcher dans une ſituation moyenne entre la plus avantageuſe & la moins avantageuſe, ne ſuffiroit pas pour la faire toujours aller.

Une Machine au contraire dont la force eſt toujours uniforme, c'eſt-à-dire, où les pieces font toujours les unes ſur les autres des impreſſions également avantageuſes, pourra toujours marcher avec la puiſſance motrice moyenne qui ne pouvoit point faire aller la premiere.

M. de la Hire examinant la courbure qu'il faut donner aux dents des roues pour qu'elles meuvent un pignon avec une vîteſſe toujours égale à celle qu'elles ont elles-mêmes, a démontré dans ſon Traité des Epicycloïdes & de leur uſage dans les Méchaniques, qu'une dent de roue devoit avoir la figure d'une épicycloïde engendrée par un point de la circonférence du pignon, qui rouleroit ſur la circonférence convexe de la roue. Mais cette épicycloïde n'a lieu que quand le pignon eſt une lanterne dont les fuſeaux ſont infiniment déliés.

Quoique l'épicycloïde dont je viens de parler ne ſoit point propre pour mener uniformement une lanterne dont les fuſeaux auroient un diametre fini, M. de la Hire s'en ſert comme de baſe pour avoir la courbe qui doit produire la force uniforme qu'il cherche.

Quand M. de la Hire a conſtruit l'épicycloïde qui doit mener la lanterne dont les fuſeaux ſeroient infiniment déliés, il lui tire en dedans une parallele à la diſtance du rayon

du

du fuſeau qu'il ſuppoſe cylindrique. Comme cette parallele qui rogne l'épicycloïde d'une quantité égale au rayon du fuſeau doit mener le fuſeau cylindrique par ſa circonférence, l'épicycloïde répond toujours au centre du fuſeau, en ſorte que la parallele à l'épicycloïde mène la lanterne par la circonférence de ſon fuſeau, comme l'épicycloïde la mèneroit par le centre du même fuſeau, ou par un fuſeau infiniment délié ; d'où il ſuit que cette épicycloïde rognée mène toujours la lanterne avec une force uniforme.

M. de la Hire ſe ſert encore de l'épicycloïde propre à mener une lanterne à fuſeaux infiniment déliés, pour conſtruire les courbes propres à mener un pignon dont les ailes ont des faces droites, comme dans les ouvrages ordinaires d'Horlogerie ; mais ſa conſtruction eſt beaucoup plus compoſée que celle de la courbe qui doit mener une lanterne à fuſeaux cylindriques, elle paroit même ſujette à pluſieurs inconvéniens.

1°. On ne connoit point la nature de la courbe ainſi tracée par le moyen de l'épicycloïde.

2°. On ne ſait point par quels endroits la dent de la roue mène l'aile du pignon, ni par conſéquent le point où la dent abandonne l'aile.

3°. On ne connoit pas facilement de combien la roue engrène dans ſon pignon, ni par conſéquent le rapport qu'il y a entre le diametre de la roue & celui du pignon. Du moins ces trois choſes ne ſe peuvent connoître que graphiquement, de même que la cour-

courbe de la dent, qu'il faut tracer avant toutes choſes.

Pour découvrir la figure de la dent qui doit mener uniformement l'aile d'un pignon, j'ai commencé par examiner comment & par quel endroit la dent de la roue devoit mener l'aile; & comme je détermine toujours juſqu'où une dent doit mener le pignon, je connois auſſi toujours le point de l'aile où la dent abandonne le pignon. Par-là je trouve la quantité de l'engrénage, & le rapport des diametres de la roue & du pignon.

DEFINITIONS.

Quand deux roues engrènent l'une dans l'autre, j'appelle *roue* la plus grande, & *pignon* la plus petite.

La dent d'un pignon ſe nomme *aile*.

La dent d'une roue ſe nomme *dent*.

J'appelle *ligne des centres* la droite * *A G* qui joint les centres de la roue & du pignon.

REMARQUE.

1°. Une roue peut mener un pignon, & le pignon peut mener la roue.

2°. La dent de la roue peut rencontrer l'aile du pignon avant que d'arriver dans la ligne des centres, ou quand ils ſont arrivés.

Dans l'examen de ces differens cas, je chercherai 1°. quelles doivent être les figures de la dent & de l'aile, lorſque la roue mène

* Fig. 1, 2, & 3.

mène le pignon, ce qui fera le ſujet de trois articles. Dans le premier, je déterminerai la nature de l'aile & de la dent, quand la dent ne prendra l'aile que dans la ligne des centres, ou après avoir paſſé cette ligne. Dans le ſecond, je donnerai la nature de l'aile & de la dent, lorſque la dent prendra l'aile avant que d'être arrivés dans la ligne des centres, & qu'elle la quittera en arrivant dans cette ligne des centres. Dans le troiſieme, j'examinerai la figure de la dent & de l'aile, quand la dent rencontrera l'aile avant la ligne des centres, & qu'elle la conduira au-delà de la ligne des centres.

2°. Les méthodes pour déterminer la figure de la dent & celle de l'aile étant trouvées dans l'hypotheſe que la roue mène le pignon, il ne ſera pas difficile de les appliquer au cas où le pignon mène la roue: toute la difference ne conſiſtera même qu'à changer le nom de *pignon* en celui de *roue*, & celui de *roue* en celui de *pignon*.

ARTICLE I.

Où l'on examine la figure de l'aile, & celle de la dent, lorſque la dent ne rencontre l'aile que dans ou après la ligne des centres.

THEOREME I.

* BG *étant le rayon d'une roue*, & AB *le rayon d'un pignon que la roue entraineroit par ſa cir-*

* Fig. 1. 2. & 3.

circonférence, avec une force égale à la ſienne, & une vîteſſe auſſi égale à la ſienne.

Soit l'aile AH *de figure quelconque, menée par la dent* CZ, *auſſi de figure quelconque. Si par le point* C *où la dent rencontre l'aile, l'on tire* OCF *perpendiculaire à l'aile, je dis que l'on aura*

1°. *La force avec laquelle la circonférence* BZ *entraine la circonférence* BH *du pignon,*

Eſt à la force avec laquelle la circonférence du pignon tournera, quand il ſera mené par le point C *de ſon aile,*

Comme AB×DG,
Eſt à AD×BG.

2°. *La vîteſſe avec laquelle la circonférence* BZ *de la roue entraine la circonférence* BH *du pignon,*

Eſt à la vîteſſe avec laquelle tournera la circonférence du pignon, quand il ſera mené par le point C *de ſon aile,*

Comme AD×BG,
Eſt à AB×DG.

DEMONSTRATION.

Du centre *G* de la roue, ſoit mené *GF* perpendiculairement ſur *OF*, & du centre *A* du pignon ſoit mené *AO* perpendiculaire à la même droite *OF*.

Soit *f* la force & *u* la vîteſſe avec leſquelles tourne la circonférence du pignon, quand cette circonférence même eſt entrainée par la circonférence *BZ* de la roue; on aura auſſi *f* pour la force & *u* pour la vîteſſe avec leſquelles la circonférence *BZ* de la roue tournera.

Soit φ la force & v la vîteſſe avec leſquelles la circonférence du pignon tournera, lorsque

que la dent CZ le mènera par le point C de ſon aïle. Il faut démontrer que,

1°. $f : \varphi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2°. $u : v :: AD \times BG : AB \times DG$.

Pour cela ſoit F la force, & V la vîteſſe que la roue a ſuivant la direction FO, il eſt évident que la roue pouſſera le point C de l'aile avec une force égale F, & une vîteſſe $= V$.

Tout cela poſé, on aura,

1°. $f : F :: FG : BG$. 2°. $u : V :: BG : FG$.

Et comme F eſt la force & V la vîteſſe avec leſquelles le point C de l'aïle eſt pouſſé, tandis que φ eſt la force & v la vîteſſe avec leſquelles tourne la circonférence BH du pignon, on aura,

1°. $F : \varphi :: AB : AO$. 2°. $V : v :: AO : AB$.

Mais à cauſe des triangles ſemblables ADO, GDF, on aura,

1°. $GF : AO :: DG : AD$. 2°. $AO : GF :: AD : DG$.

& 1°. $AO : GF :: AO : GF$. 2°. $GF : AO :: GF : AO$.

Multipliant chaque ſuite d'analogie par ordre, on aura,

1°. $f : \varphi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2°. $u : v :: AD \times BG : AB \times DG$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

*Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon BH, il eſt clair que l'on aura $AB \times DG > AD \times BG$, & par conſéquent $f > \varphi$ & $u < v$.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec plus de force & moins de vîteſſe, quand il ſera mené par ſa circonférence même, que

* Fig. 2.

quand il ſera mené par le point C de ſon aile par la dent CZ, ſi la ligne OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon.

COROLLAIRE II.

* Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la roue, il eſt évident que l'on aura $AB \times DG < AD \times BG$, & par conſéquent $f < \varphi u > v$.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec moins de force & plus de vîteſſe, quand il ſera mené par ſa circonférence, que quand il ſera pouſſé par le point C de ſon aile, ſi la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la roue.

COROLLAIRE III.

† Enfin, ſi la perpendiculaire OCF coupe la ligne des centres au point B, où la circonférence de la roue & celle du pignon ſe touchent, il eſt viſible que l'on aura $AB = AD$ & $BG = DG$; & par conſéquent $AB \times DG = AD \times BG$, ce qui rendra $f = \varphi$ & $u = v$.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec la même force & la même vîteſſe, ſoit que la circonférence BZ l'entraine par ſa circonférence BH, ſoit qu'il ſoit pouſſé par un point C de ſon aile, ſi la droite OCF coupe la ligne des centres au point B.

COROLLAIRE IV.

‡ Donc les courbures de la dent & de l'aile doi-

* Fig. 2. † Fig. 3. ‡ Fig. 3.

doivent être telles que la droite BC, tirée du point B au point d'attouchement de l'aile & de la dent, ſoit en même tems perpendiculaire à l'aile & à la dent.

COROLLAIRE V.

* Comme l'arc BH compris entre le point B & le bout de l'aile eſt égal à l'arc BZ, compris entre le point B & la naiſſance de la dent, & que la droite BC eſt la même perpendiculaire pour l'aile & pour la dent; il ſuit que ſi de tous les points P de l'arc HB, on tire des perpendiculaires PM à l'aile, & de tous les points Q de l'arc ZB, on tire des perpendiculaires QR à la dent, les perpendiculaires correſpondantes à l'aile & à la dent ſeront égales chacune à chacune: car les points correſpondans PQ des arcs HB, ZB, ayant paſſé en même tems par le point B, les perpendiculaires PM, QR, correſpondantes à l'aile & à la dent, ſe ſont confondues en une même BC.

COROLLAIRE VI.

† Si la face ACH de l'aile n'eſt point concave, la perpendiculaire tirée du point B à l'aile tombera toujours au-dedans du pignon; & par conſéquent, l'aile AH n'aura pas beſoin d'être prolongée au-delà de la circonférence BH, pour recevoir la perpendiculaire BC; & comme la roue eſt obligée de

* Fig. 3. † Fig. 3.

de pouſſer le pignon par le point *C*, le rayon entier de la roue doit ſurpaſſer celui de la circonférence *BZ* de toute la quantité de l'engrénage; c'eſt-à-dire, que le rayon du pignon ſera le même, ſoit qu'il ſoit entrainé par ſa circonférence, ſoit qu'il ſoit pouſſé par une dent *CZ*, qu'il reçoit entre ſes ailes; & que le rayon de la roue qui engrénera pour mener le pignon, ſera plus grand de tout l'engrénage, que le rayon *GB* de la roue qui n'auroit point de dents.

THEOREME II.

* *Si l'on veut que le pignon tourne comme la roue avec une force toujours uniforme; la courbure* ACH *de l'aile, & la courbure* CZ *de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au-dedans du pignon ſur ſa circonférence* HB *pour décrire l'aile, & extérieurement ſur la circonférence* ZB *de la roue pour décrire la dent.*

DEMONSTRATION.

Puiſque la courbure de l'aile eſt telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *HB*, & la courbure de la dent auſſi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *ZB*, ces deux courbes peuvent être engendrées par un mouvement épicycloïdal; mais il faut démontrer qu'elles auront la même courbe génératrice.

Deux courbes *AH*, *ZC*, ſont engendrées par

* Fig. 3.

par une même courbe par un mouvement épicycloïdal, quand les parties HP, ZQ, de leurs baſes étant égales, les perpendiculaires PM, RQ, à ces courbes ſont auſſi égales.

Mais nous avons vu dans le Corollaire V. du Théorême précédent, que HP & ZQ étant égales, PM & RQ étoient auſſi égales.

Donc la courbure ACH de l'aile & celle ZRC de la dent ont une même courbe génétratrice qui roulera ſur HB au-dedans du pignon pour décrire l'aile, & qui roulera ſur ZB au dehors de la roue pour décrire la dent.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

On voit par ce Théorême, que

1°. Toute ligne qui ne pourra point être engendrée, comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe ſur une baſe circulaire concave, ne pourra point être la figure de l'aile d'un pignon.

2°. Toute courbe qui ne pourra point être engendrée, comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe ſur une baſe circulaire convexe, ne pourra non plus être la figure de la dent d'une roue.

COROLLAIRE II.

*Comme le bout H de l'aile, & la naiſſance Z de la dent ſe ſont trouvés en même tems au point B, il eſt clair que dans cette ſituation, la naiſſance de la dent a mené le bout

* Fig. 2.

de l'aile; & dans cette position, la perpendiculaire au bout de l'aile & la naissance de la dent, a passé aussi par le même point *B*; cette perpendiculaire a donc été égale à zéro. D'où il suit que la courbe génératrice qui a formé l'aile & la dent, les a formées par un point de sa circonférence, puisque quand cette courbe a formé le bout de l'aile & la naissance de la dent, le rayon générateur étoit égal à zéro. Ainsi la figure de l'aile & celle de la dent sont des épicycloïdes qui ne sont ni allongées ni raccourcies, qui prennent leurs naissances, l'une à la circonférence du pignon, & l'autre à la circonférence de la roue.

COROLLAIRE III.

* Puisque le point décrivant est le premier point de la courbe génératrice, il suit nécessairement que le bout de l'aile doit être perpendiculaire à la circonférence *HB* du pignon, & que la naissance des dents doit être perpendiculaire à la circonférence *ZB* de la roue qui engréneroit infiniment peu.

COROLLAIRE IV.

† Puisque la naissance de la dent est perpendiculaire à la circonférence *ZB*, il suit que la dent *ZRC* doit être convexe du côté qu'elle conduit l'aile, car elle est décrite par une courbe génératrice qui a roulé de *Z* vers *B*; & que sa naissance est perpendiculaire à l'arc *ZB*.

Co-

* Fig. 3. † Fig. 3.

COROLLAIRE V.

Donc l'aile du pignon, ou plutôt ſa face, ne ſauroit être toute convexe du côté qu'elle eſt menée, & paſſer par le centre, ou le renfermer : car ſon extrémité *H* ne ſeroit point perpendiculaire à l'arc *B H*. Par la même raiſon, cette aile ne ſauroit être toute concave du côté qu'elle eſt menée, & paſſer par le centre, ou le renfermer.

Tout ce que je viens de dire eſt dans la ſuppoſition que la dent commence à rencontrer l'aile dans la droite des centres.

THEOREME III.

* *Si la face, ou plutôt le profil* A H *de la face d'une aile de pignon eſt une ligne droite, tendante au centre du pignon, je dis que la figure* C Z *de la dent de la roue ſera une* épicycloïde *qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre ſera égal au rayon du pignon, & pour baſe, la circonférence du cercle* Z B.

DEMONSTRATION.

La figure de l'aile & celle de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera ſur la circonférence concave du pignon, pour décrire l'aile, & ſur la circonférence convexe *Z B* de la roue, qui engréneroit infiniment peu, pour décrire la dent.

* Fig. 4.

Mais la courbe qui, en roulant dans la circonférence concave d'un cercle, décrit une droite tendante au centre, eſt un cercle qui a pour diametre le rayon du pignon.

Donc la courbe qui engendrera la dent de la roue pour une aile droite tendante au centre, ſera auſſi un cercle qui aura pour diametre le rayon du pignon, & ce cercle doit rouler ſur l'arc ZB; & par conſéquent la figure de la dent de la roue ſera une ſimple épicycloïde qui aura pour courbe génératrice un cercle dont le diametre eſt égal au rayon du pignon, & pour baſe la circonférence du cercle ZB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc le pignon dont les faces des ailes ſont des droites tendantes au centre, a le même diametre que s'il n'avoit point d'ailes, & qu'il fût entrainé par ſa circonférence, car ſes ailes ſont au dedans du cercle; mais il n'en eſt pas de même de la roue, elle doit fournir l'engrénage, & par conſéquent ſon rayon doit être plus grand que celui de la roue qui entraineroit le pignon par ſa circonférence, de toute la quantité de l'engrénage.

THEOREME IV.

* *Si les ailes du pignon ſont des fuſeaux infiniment déliés, la figure de la dent ſera une épicycloïde qui aura le pignon même pour courbe génératrice, & la circonférence ZB pour baſe.*

* Fig. 5.

DEMONSTRATION.

Le fuſeau étant infiniment délié, ne ſera qu'un point *H* dans le profil du pignon, & ce point ſera dans la circonférence; mais ce point *H* devant être la ſeule choſe décrite dans le tems que la courbe génératrice roulera dans l'arc *HB*, il eſt clair que cette courbe génératrice doit être entierement appliquée ſur l'arc *HB*, & doit être par conſéquent la même courbe que *HB*; car ſi cette courbe génératrice n'étoit pas conſtamment appliquée ſur *HB*, & qu'elle pût rouler, le point générateur décriroit une ligne & non un point *H*.

Donc le même arc *HB* doit auſſi être la courbe génératrice de la dent; & comme cette courbe génératrice doit rouler ſur Z*B* pour décrire la dent, il ſuit que

La figure de la dent ſera une épicycloïde qui aura le pignon même pour cercle générateur, & la circonférence convexe Z*B* pour baſe. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME I.

* *La face* AH *de l'aile étant un plan dirigé vers l'axe* A *du pignon, & la diſtance* CA *des pivots de la roue & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la roue & le nombre des ailes du pignon, trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

SO-

* Fig. 6.

SOLUTION.

Comme nous ſuppoſons toujours que la dent CZ n'a pris l'aile AH que quand ils ont été arrivés dans la ligne AG des centres, la dent CZ doit mener l'aile AH juſqu'à ce que l'aile ſuivante AB ſoit arrivée dans la ligne AG.

Mais ſi du point B l'on tire BC perpendiculaire à l'aile AH, le point C ſera celui par lequel l'aile AH doit être pouſſée par la dent CZ, & par conſéquent la roue doit engréner juſqu'en C. Ainſi la diſtance des pivots étant AG, GC ſera le rayon de la roue, & AB le rayon du pignon.

Mais la circonférence BZM qui paſſe par les pieds des dents de la roue, tournant auſſi vîte que la circonférence BH du pignon, ces circonférences ſont entre elles comme les nombres de leurs dents ; & leurs rayons GB, AB, ſont dans le même rapport.

Ainſi appellant $\begin{cases} d, \text{le nombre des dents de la roue,} \\ a, \text{le nombre des ailes du pignon,} \end{cases}$

On aura . . . $a : d :: AB : GB$.

Et par conſéquent $\begin{cases} a+d : a :: AG : AB. \\ a+d : d :: AG : GB. \end{cases}$

D'où l'on tire $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$ & $GB = \frac{AG \times d}{a+d}$.

Le rayon AB du pignon, & le rayon GB de la roue qui entraineroit le pignon par ſa circonférence étant ainſi connus, & l'angle BAH étant de $\frac{360^\circ}{A}$, on connoitra AC, &

par

par conſéquent on aura un triangle CAG où l'on connoitra un angle CAG avec les deux côtés AC, AG, qui le comprennent, & par conſéquent le 3me côté CG, qui eſt le rayon de la roue, ſera connu. *C. Q. F. T.*

COROLLAIRE.

Si du rayon CG de la roue on retranche BG, que nous venons de trouver $= \frac{AG \times d}{a + d}$ le reſte CQ ſera la quantité de l'engrénage de la roue dans le pignon.

ARTICLE II.

**Où l'on examine la figure de l'aile & celle de la dent, quand la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la mène juſqu'à la ligne des centres.*

THEOREME V.

BG *étant le rayon d'une roue*, & AB *le rayon d'un pignon que la roue entraineroit par ſa circonférence avec la même force & la même vîteſſe qu'elle a.*

Soit une dent CZ *qui pouſſe une aile* AH *de pignon avant la ligne* AG *des centres. Si par le point* C, *où la dent rencontre l'aile, on mène une droite* OCF *perpendiculaire à la dent & à l'aile, je dis que l'on aura*

1°. *La*

* Fig. 7. 8. & 9.

1°. *La force avec laquelle la circonférence* BN *entraineroit la circonférence* BM *du pignon où elle engrène infiniment peu*,

Eſt à la force avec laquelle la même circonférence BM *du pignon tournera, le pignon étant pouſſé par le point* C *de ſon aile*,

Comme AB×DG,
Eſt à AD×BG.

2°. *La vîteſſe avec laquelle la circonférence* BM *du pignon ſeroit entrainée par la circonférence* BN,

Eſt à la vîteſſe avec laquelle tournera la même circonférence du pignon, ce pignon étant mené par un point C *de ſon aile*,

Comme AD×BG,
Eſt à AB×DG.

DEMONSTRATION.

Soit f la force, & u la vîteſſe que la roue a au point B, par lequel elle entraineroit la circonférence BM du pignon où elle engrèneroit infiniment peu; f ſera auſſi la force, & u la vîteſſe que cette circonférence BM du pignon recevra du point B de la roue.

Soit F la force, & V la vîteſſe que la roue a ſuivant la direction FCO. Si l'on tire GF & AO perpendiculairement ſur OCF, on aura 1°. $f : F :: FG : BG$. 2°. $u : V :: BG : FG$.

Enfin ſoit φ la force, & v la vîteſſe qui réſultera à la circonférence BM du pignon, ce pignon étant pouſſé ſuivant FCO avec une force $= F$, & une vîteſſe $= V$, on aura 1°. $F : \varphi :: AB : AO$. 2°. $V : v :: AO : AB$.

Mais à cauſe des triangles ſemblables ADO, GDF, on a
1°. $AD : DG :: AO : FG$. 2°. $DG : AD :: FG : AO$.

En-

Enfin on a auſſi

1°. $DG:AD :: DG:AD$. 2°. $AD:DG :: AD:DG$.

Multipliant par ordre ces deux ſuites d'analogies, on aura

1°. $f:\varphi :: AB \times DG:AD \times BG$. 2°. $u:v :: AD \times BG:AB \times DG$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc, on aura

* 1°. $f > \varphi$, & $u < v$, quand la perpendiculaire OCF coupera la ligne AG des centres au dedans du pignon primitif BM.

† 2°. $f < \varphi$, & $u > v$, quand la perpendiculaire OCF coupera la ligne AG des centres au dedans de la roue primitive BN.

‡ 3°. Enfin $f = \varphi$, & $u = v$, quand la ligne des centres ſera coupée par FCO au point B où ſe touchent les deux circonférences.

COROLLAIRE. II.

ǂ Donc, ſi l'on veut que le pignon tourne avec une force & une vîteſſe toujours uniforme, comme tourneroit la circonférence BM, entrainée par la circonférence BN d'une roue; il faut que la figure de la dent & celle de l'aile, ſoient telles que la droite BC tirée du point B au point d'attouchement C de l'aile & de la dent, ſoit perpendiculaire à l'aile & à la dent.

COROLLAIRE III.

§ Comme le point Q de l'aile pris dans la circonférence BM du pignon primitif, & le point

* Fig. 7. † Fig. 8. ‡ Fig. 5. ǂ Fig. 9. § Fig. 9.

point R de la dent pris dans la circonférence $B\,N$ de la roue, ſe trouveront enſemble dans la ligne $A\,G$ des centres, & que les deux circonférences $B\,M$ & $B\,N$ doivent tourner également vîte, les arcs $B\,Q$, $B\,R$ ſont égaux, quelle que ſoit la diſtance du point B aux points Q & R. D'où il ſuit que ſi de tous les points de l'arc $B\,Q$, on tire des perpendiculaires à l'aile $A\,Q\,H$, & de tous les points de l'arc $B\,R$ des perpendiculaires à la dent $R\,C\,Z$, les perpendiculaires correſpondantes ſeront égales; car les points correſpondans des arcs $B\,Q$, $B\,R$ paſſant en même tems par le point B, les perpendiculaires tirées de ces points correſpondans à la dent & à l'aile, ſe confondront dans la perpendiculaire $B\,C$, & lui ſeront égales.

COROLLAIRE IV.

* Si la dent $R\,C\,Z$ de la roue n'eſt point concave du côté qu'elle mène, la perpendiculaire $B\,C$ tirée du point B ſur la dent, tombera toujours au dedans du cercle $B\,N$, qui entraineroit le pignon par ſa circonférence; d'où il ſuit que la dent $R\,C\,Z$ ſera entierement dans le cercle $B\,N$. Au contraire, l'aile $Q\,C$ du pignon ſera obligée de ſortir du cercle $B\,M$ pour recevoir la perpendiculaire $B\,C$, & pour être menée par la dent $R\,C\,Z$; ainſi le rayon de la roue étant toujours le même, que ſi la roue devoit entrainer le pignon par ſa circonférence ſans y engréner, le

* Fig. 9.

le rayon du pignon qui ſeroit mené par ſa circonférence, doit augmenter de toute la quantité de l'engrénage, pour être mené par ſes ailes.

THEOREME VI.

* *Si l'on veut que le pignon tourne toujours avec une force & une viteſſe égale à celle de la roue, les courbures* RCZ, QCH *de la dent & de la roue doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par le même point d'une même courbe génératrice qui roulera au dedans de la circonférence* BR *de la roue, pour décrire la dent, & ſur le convexe de la circonférence* BM *du pignon primitif, pour décrire l'aile du pignon.*

DEMONSTRATION.

1°. Puiſque la courbure *RCZ* de la dent eſt telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BR*, ſans qu'elles ſe coupent entre *BR* & *ZR*, la dent *RZ* peut être engendrée comme les épicycloïdes, par une courbe qui roulera dans le concave de l'arc *RB*.

2°. Puiſque l'aile *QCH* du pignon eſt auſſi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BQ*, ſans que ces perpendiculaires ſe coupent entre *QB* & *QCH*; il eſt clair que l'aile *QCH* peut auſſi être engendrée comme les épicycloïdes, par une

* Fig. 9.

une courbe qui roulera ſur le convexe de l'arc BQ.

Mais ſuivant le Corollaire III. du Théorême précédent, les perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc BR à la dent RCZ ſont égales chacune à chacune, aux perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc BQ à l'aile QCH.

Donc la dent RCZ, & l'aile QCH ſont engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au dedans de l'arc BR, pour décrire la dent RCZ, & ſur le convexe de l'arc BQ pour décrire l'aile QCH.

Ce qu'il falloit déterminer.

COROLLAIRE I.

Comme le bout R de la dent, & la naiſſance Q de l'aile arriveront enſemble au point B, il eſt évident qu'à cette arrivée, ce ſera le bout R de la dent qui mènera le point Q de l'aile, & qu'alors le point C ſe confondra avec les points R & Q dans le même point B, & la perpendiculaire BC qui eſt le rayon décrivant l'aile & la dent deviendra nul. D'où il ſuit, comme dans le Corollaire II. du Théorême II. que le point décrivant l'aile & la dent ſera le premier point de la courbe génératrice.

COROLLAIRE II.

Donc 1°. la dent RCZ eſt perpendiculaire ſur la circonférence RBN. 2°. L'aile QCH eſt auſſi perpendiculaire ſur la circonférence BQM.

Co-

COROLLAIRE III.

Donc 1°. l'aile *QCH* doit être convexe du côté qu'elle eſt menée par la dent.

2°. Cette aile *QCZ* ne ſauroit être un arc de cercle : car l'aile devant être perpendiculaire ſur la circonférence *BQM*, ſi elle étoit circulaire, ſon centre ſe trouveroit dans une tangente *QX* au point *Q* de la circonférence *BQM*, & on ne pourroit par conſéquent pas tirer des perpendiculaires de tous les points de l'arc *QB* ſur l'aile, ce qui empêcheroit cette aile de pouvoir être engendrée par un mouvement épicycloïdal demandé pour l'uniformité.

THEOREME VII.

* *Si la face* RCZ *de la dent de la roue eſt une droite tendante au centre de la roue, la figure* QCH *de l'aile ſera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre ſera égal au rayon* GB *de la roue.*

DEMONSTRATION.

Une droite *RCZ* tendante au centre d'un cercle, eſt une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre eſt égal au rayon *BG* du cercle dans la circonférence duquel il roule.

Mais l'aile *QCH* doit avoir la même courbe

* Fig. 9.

be génératrice que la dent droite *R C Z*.

Donc l'aile *Q C H* doit avoir pour courbe génératrice, un cercle qui aura pour diametre le rayon *B G* de la roue *B N*, & ce cercle générateur de l'aile doit rouler ſur le convexe de l'arc *B Q*.

Donc l'aile *Q C H* eſt une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre eſt égal au rayon *B G* de la roue. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME VIII.

* *Si la dent de la roue eſt un fuſeau infiniment délié, ſitué en* R *dans la circonférence de la roue, la figure* QCH *de l'aile ſera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, la roue même* RBN.

DEMONSTRATION.

Le point *R* regardé comme épicycloïde, peut être conçu comme engendré par un cercle placé dans le cercle *R B N* de même diametre, dans lequel il ne peut par conſéquent rouler, ſans quoi il décriroit plus d'un point.

Donc l'aile *Q C H* qui ſeroit menée par ce point *R*, qui repréſente un fuſeau infiniment délié, doit auſſi être engendrée par un cercle de même diametre que le cercle *R B N*, ou par le cercle *R B N* lui-même. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PRO-

* Fig. 10.

PROBLEME II.

* *Les dents d'une roue étant droites & dirigées vers le centre, la distance* AG *des pivots ou centres de la roue & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la roue & le nombre des ailes du pignon, trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

SOLUTION.

Soit $\begin{cases} d, \text{ le nombre des dents de la roue.} \\ a, \text{ le nombre des dents du pignon.} \end{cases}$

Le rayon de la roue étant le même que si la roue entrainoit simplement le pignon par sa circonférence, l'on aura

Le rayon BG de la roue $= \frac{AG \times d}{a+d}$.

Le rayon du pignon seroit $\frac{AG \times a}{a+d}$, s'il n'étoit point ailé; mais comme il est plus grand que AB de toute la quantité de l'engrénage, il faut avoir recours au triangle AGC.

L'angle AGC étant connu de $\frac{360^\circ}{d}$, la droite GC, sinus de son complément, sera connue; & comme la distance AG des pivots est donnée, le triangle ACG sera parfaitement connu; on connoitra donc le rayon AC du pignon qui restoit à trouver. *C. Q. F. T.*

Co-

* Fig. 11.

COROLLAIRE.

Le rayon AC du pignon étant trouvé, si l'on en retranche AQ ou $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$, le reste sera la quantité de l'engrénage.

ARTICLE III.

Où l'on examine la figure de l'aile, & celle de la dent, dans le cas où la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la conduit par-delà la ligne des centres.

* QBH étant un pignon que la roue RBZ entraineroit par sa circonférence, si la dent PRO, qui rencontre l'aile AQR avant la ligne des centres, ne conduisoit cette aile que jusqu'à la ligne des centres, on trouveroit par l'Article II. que la dent RO seroit prise dans la roue primitive RBZ, & que l'aile AQR sortiroit du pignon primitif HBQ de toute la quantité QK de l'engrénage qui se fait dans la roue primitive RBZ.

Mais la dent RO doit conduire l'aile par-delà la ligne AG des centres; & pour que cette conduite se fasse uniformement, la dent CZ doit sortir de la roue primitive de toute la quantité de l'engrénage qui se fait dans le pignon primitif.

Donc, dans le cas où la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la conduit au-

* Fig. 12.

au-delà de cette ligne, il faut que les rayons GB, AB, de la roue & du pignon primitifs qui engréneroient infiniment peu, augmentent l'un & l'autre d'une certaine quantité. Et ces augmentations de rayon ſont telles que, 1°. QK, ou la partie de l'aile qui ſort du pignon primitif, & RO, ou la partie de la dent priſe au-dedans de la roue primitive, ſeront tous deux engendrés comme les épicycloïdes par une même courbe qui roulera ſur la partie convexe QB du pignon primitif pour décrire la portion QK de l'aile, & qui roulera au-dedans de l'arc RB, pour décrire la portion RO de la dent, comme nous l'avons fait voir dans l'Article ſecond.

L'autre partie QA, ou HA de l'aile qui eſt dans le pignon primitif, & l'autre partie RP ou ZC de la dent (laquelle portion de dent ſort de la roue primitive) ſont engendrées auſſi comme les épicycloïdes par une même courbe, qui roulera dans le concave de l'arc HB du pignon primitif pour décrire la portion d'aile HA, qui eſt dans le pignon primitif, & qui roulera ſur le convexe de la circonférence ZB de la roue primitive, pour décrire la portion de dent ZC qui ſaille hors la roue primitive.

Chaque face ou côté de dent eſt donc compoſée de deux épicycloïdes, la portion RO eſt engendrée par une courbe qui a roulé dans la concavité de l'arc RB, & l'autre portion RP eſt engendrée par le point de la courbe, qu'on a fait rouler ſur le convexe RE de la roue primitive.

Chaque face comme AQR des ailes du pignon

pignon ſera auſſi compoſée de deux épicycloïdes, la partie AQ qui eſt compriſe dans le pignon primitif ſera engendrée comme les épicycloïdes par le point d'une courbe qu'on fera rouler dans l'arc concave QM, & la portion QK de la même aile ſera engendrée par un point de la même, ou d'une autre courbe, qui roulera ſur l'arc convexe QB du pignon primitif.

Quand on aura déterminé l'angle GAQ, compris entre la ligne des centres & la poſition AQ de l'aile, lorſqu'elle eſt rencontrée par la dent avant la ligne des centres, ou quand on aura déterminé l'angle AGR, on trouvera par le Problême II. la quantité QK qu'il faut ajouter au rayon AQ du pignon primitif pour engréner; & l'on trouvera par le Problême I. la quantité RP ou ZC qu'il faut ajouter au rayon GB de la roue primitive pour faire auſſi l'engrénage. Le Problême ſuivant éclaircira cette pratique.

PROBLEME III.

* *La diſtance* AG *des centres du pignon & de la roue étant donnée avec le nombre des ailes du pignon, & le nombre des dents de la roue, la partie* AQ *de la face de l'aile, & la portion* RO *de la face de la dent étant droites,* & HQ *étant donnée à* BQ, *comme* m *eſt à* n, *trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

SOLU-

* Fig. 12.

SOLUTION.

Soit... { d le nombre des dents de la roue. / a le nombre des ailes du pignon.

On aura { l'angle HAQ ou l'arc $HQ = \frac{360^\circ}{a}$. / l'angle ZGR ou l'arc $ZR = \frac{360^\circ}{d}$.

On aura { $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$ rayon du pignon primitif. / auſſi $BG = \frac{AG \times a}{a+d}$ rayon de la roue primitive.

Puiſque (par hypotheſe) $HQ : BQ :: m : n$.
On aura auſſi $ZR : BK :: m : n$.

Ce qui donnera BR ou l'angle $AGR = \frac{ZR \times n}{m}$

$= \frac{360^\circ \times n}{dm}$.

Or, on connoit AG, on connoit auſſi KG, car c'eſt le ſinus du complément de l'angle AGR: on aura donc tout le triangle AGK, & par conſéquent, on aura AK qui eſt le rayon du pignon. *Ce qu'il falloit* 1°. *trouver.*

Il faut maintenant chercher le rayon CG de la roue, puis $HQ : BQ :: m : n$, on aura $BQ = \frac{HQ \times n}{m} = \frac{360^\circ \times n}{am}$; & comme l'angle $HAQ = \frac{360^\circ}{a}$, on aura l'angle $HAC = \frac{360^\circ}{a} - \frac{360^\circ \times n}{am} = \frac{360^\circ \times m - n}{am}$.

Mais AG eſt donné, & AC eſt facile à trouver, étant le ſinus du complément de l'angle CAG, pour un rayon $= AB$.

Donc, on connoitra par la Trigonométrie le reſte du triangle CAG, & par conſéquent CG, rayon de la roue ſera trouvé. *Ce qu'il falloit* 2°. *trouver.*

Remarques ſur les trois Articles de ce Mémoire.

Quoique le pignon puiſſe être mené par une roue de trois façons differentes, comme je l'ai expliqué dans les trois Articles qui compoſent ce Mémoire; ces trois manieres ne ſont pas également avantageuſes.

Quand une dent de roue rencontre une aile de pignon avant la ligne des centres, pour la conduire juſqu'à cette ligne, ou au-delà, la dent & l'aile engrènent de plus en plus à meſure qu'elles approchent de la ligne des centres, ce qui a deux inconvéniens.

Premierement, la machine ſe ſalit plus vîte, parce que toutes les ordures ſont pouſſées par la roue vers le fond du pignon, ce qui n'arrive point quand la dent rencontre l'aile après la ligne des centres.

Secondement, la dent & l'aile ont un frottement rentrant qui les fait arcbouter, plus ou moins, l'une contre l'autre, ſuivant que le frottement eſt rude; & ce frottement doit être d'autant plus rude, que toutes les ordures ſont pouſſées vers le fond du pignon, & qu'il ne s'en perd point.

Ces deux inconvéniens qui ſe trouvent dans la conduite de l'aile par la dent avant

la

la ligne des centres, ſont aſſez conſidérables pour faire rejetter cette conduite, quand on peut faire autrement.

Quand la dent de la roue ne rencontre pas l'aile du pignon avant la ligne des centres, c'eſt-à-dire, que la dent ne conduit l'aile qu'après la ligne des centres, on a les deux avantages oppoſés aux inconvéniens qui accompagnent la conduite avant la ligne des centres; 1°. les ordures ne reſtent point dans le pignon, la dent les en retire; 2°. le frottement ne ſe fait qu'en ſortant, & il n'y a point par conſéquent d'arcboutement de la roue contre le pignon: il y a même un troiſieme avantage, c'eſt que l'engrénage eſt plus conſidérable, & par conſéquent moins ſujet à ſe perdre; mais ce dernier avantage devient ſouvent un inconvénient, quand le pignon a trop peu d'ailes, il en eſt même toujours un dans le pignon de 8 ou 9, & au-deſſous.

L'inconvénient du grand engrénage dans les pignons de 8 ou 9, & au-deſſous, eſt, que la roue ne ſauroit engréner dans ſon pignon, & que la machine ne ſauroit par conſéquent aller.

La méthode de faire mener l'aile par la dent en partie avant la ligne des centres, & en partie après cette ligne, doit avoir néceſſairement les inconvéniens de la méthode où l'aile eſt menée avant la ligne des centres; mais les inconvéniens n'y ſont pas ſi conſidérables, lorſque la dent menant l'aile en partie avant, & en partie après la ligne des centres, elle prend l'aile plus près de cette

ligne, que ſi elle la conduiſoit entierement avant la ligne des centres; ce qui fait que la dent & l'aile rentrent moins l'une dans l'autre, rentrent plus parallelement, & rendent par conſéquent l'arcboutement moins conſidérable.

Comme de toutes les figures conſtruites à la lime, la plane & la droite eſt la plus facile à exécuter & à reconnoitre, il ſemble qu'on la doit préférer aux autres dans l'Horlogerie, quand les pieces la peuvent recevoir; & comme l'aile du pignon la peut recevoir en partie quand elle eſt menée avant & après la ligne des centres, & qu'elle peut être entierement droite quand elle n'eſt menée qu'après la ligne des centres, la méthode de faire conduire l'aile uniquement après la ligne des centres a encore l'avantage de permettre à l'aile d'être droite. Mais comme il arrive ſouvent que la roue ne ſauroit engréner dans cette conduite, & qu'il faut ſavoir reconnoitre cet inconvénient, j'enſeigne à le connoitre dans le Problême ſuivant.

PROBLEME. IV.

Trouver ſi la roue peut engréner dans le pignon, quand elle conduit le pignon après la ligne des centres ſeulement?

SOLUTION.

* Ayant trouvé l'angle CGB, par le moyen du triangle AGC, dont nous nous ſommes ſervis

* Fig. 6.

ſervis dans le Problême premier; ſi cet angle CGB eſt plus petit que la moitié de l'angle BGZ, qui eſt de 360°, diviſé par le nombre des dents de la roue, l'engrénage ſera impoſſible.

Car la dent CZ ceſſant de mener l'aile AH, l'aile ſuivant AB & la dent BL arriveront dans la ligne des centres, & les ailes AH, AK, feront des angles égaux avec la ligne des centres.

Mais ZC & BL étant des ailes égales & ſemblables, on aura $ZQ = BT$, & par conſéquent $ZGB = QGT$.

Donc, ſi l'angle CGA eſt plus petit que l'angle $\frac{ZGB}{2}$, il ſera auſſi plus petit que l'angle $\frac{QGT}{2}$, & par conſéquent on aura $AGL > AGC$; & comme $GC = GL$, il s'enſuit que GL, & par conſéquent la dent BL coupera AK, ce qui empêchera l'engrénage. *Ce qu'il falloit trouver.*

DESCRIPTION ANATOMIQUE D'UN MOUTON MONSTRUEUX.

Par M. MORAND. *

L'ACADEMIE a vu tant de conformations monſtrueuſes en differens animaux,

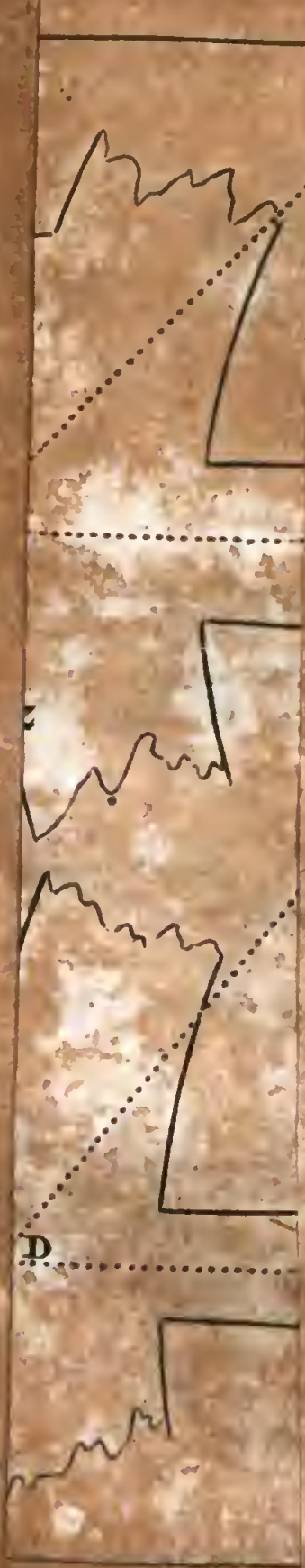
* 11 Juillet 1733.

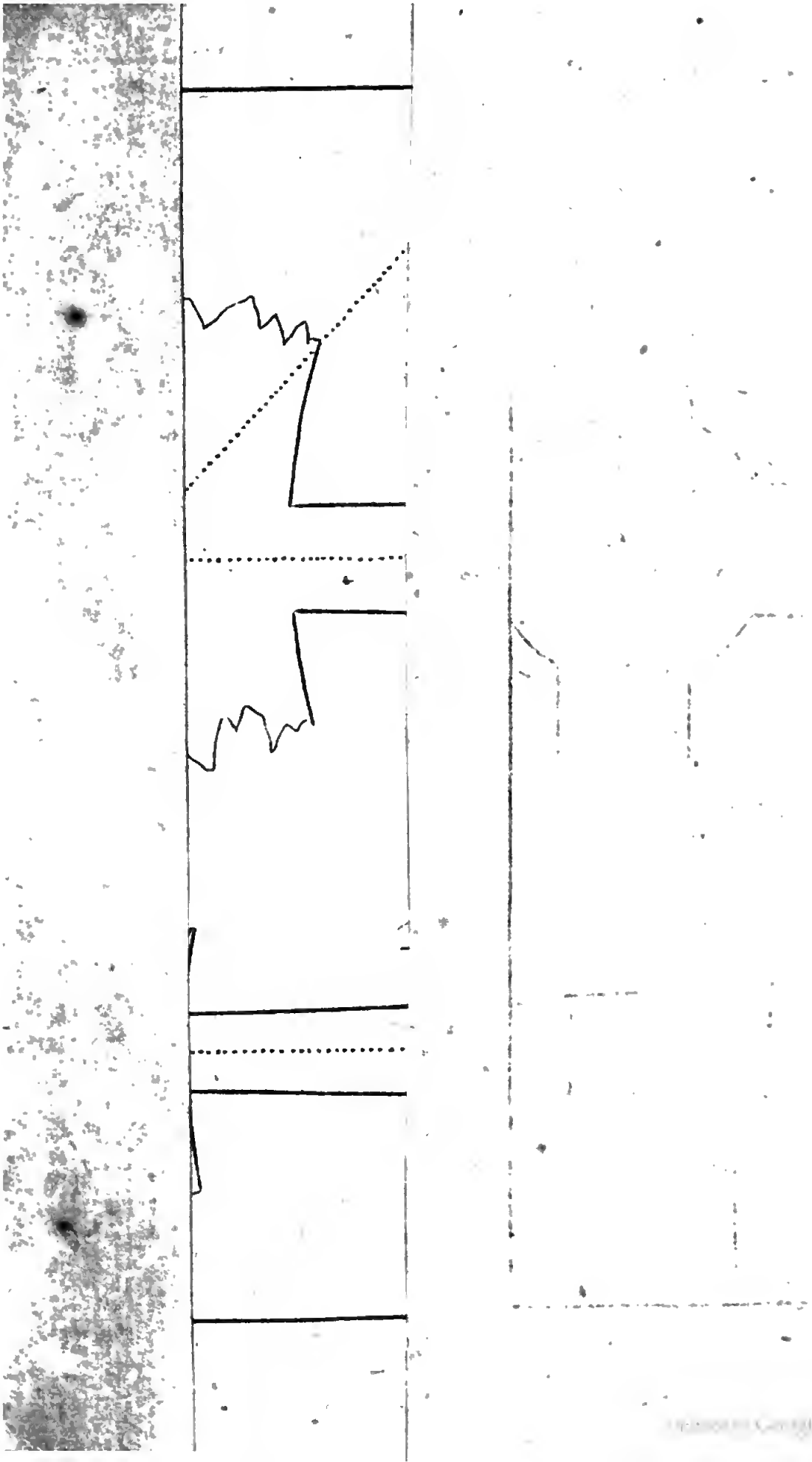
maux, ſans celles dont les Auteurs nous ont conſervé l'hiſtoire, qu'il eſt difficile de croire que de nouvelles deſcriptions de Monſtres ſoient pour elle un objet bien intéreſſant; cependant elles pourroient avoir leur utilité en Anatomie, ſi on s'appliquoit à examiner la ſtructure des parties intérieures avec autant d'exactitude, que les ſingularités apparentes, en faveur deſquelles la plupart des Obſervateurs ſemblent avoir oublié le reſte.

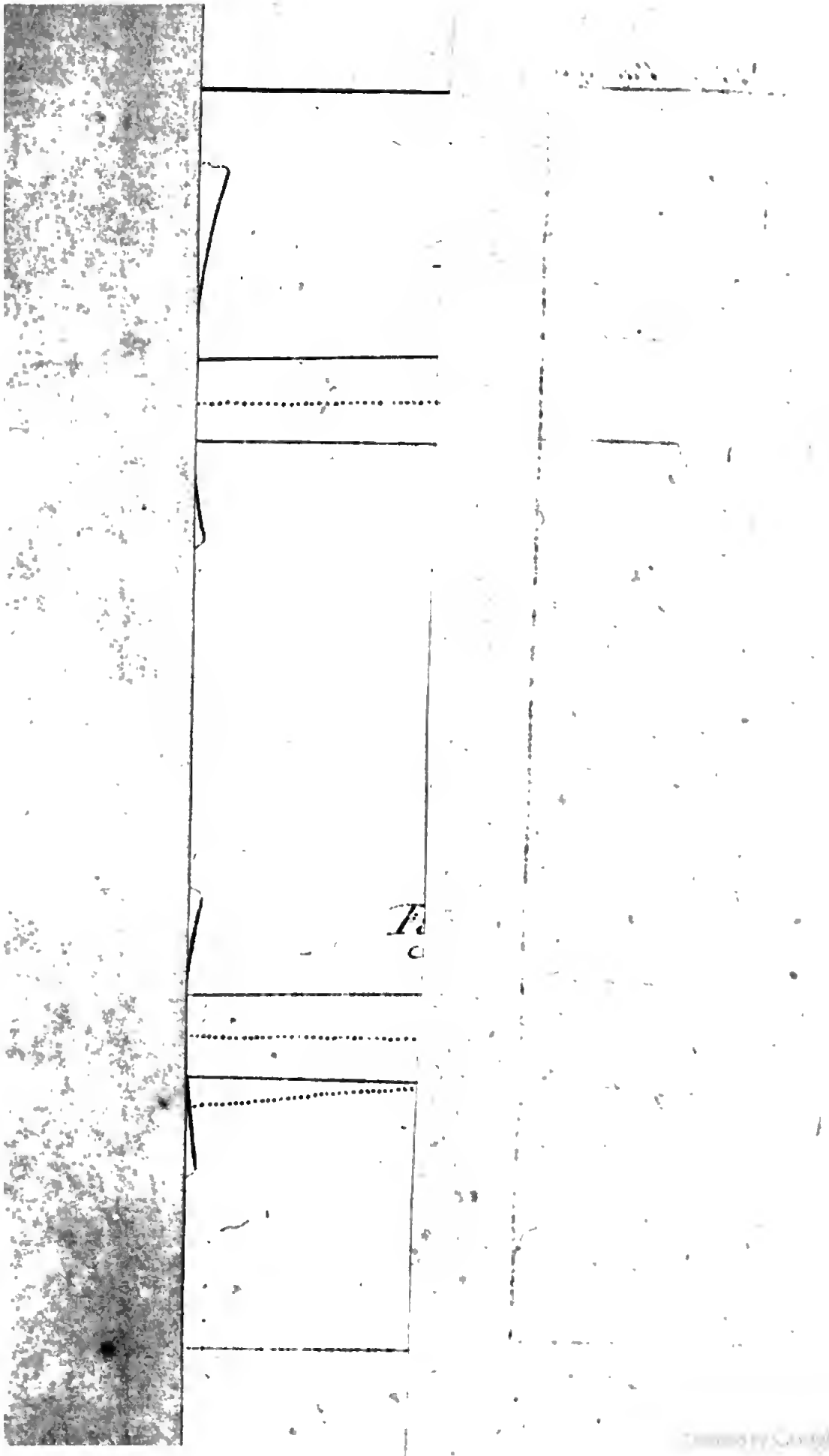
Le Mouton monſtrueux dont je vais donner la deſcription, me fut apporté de Chantilly où on le gardoit par curioſité: il étoit grand & fort, & ſuivant ce que j'ai pu découvrir, il étoit mort de trop d'embonpoint.

Les ſingularités qui ſe préſentoient à la vue, conſiſtoient en ce que, 1°. Entre les deux pattes de derriere, il en avoit deux autres moins groſſes, compoſées chacune de cuiſſe, jambe & pied, pendantes de la partie inférieure du baſſin hypogaſtrique, & tournées dans le même ſens que les autres, mais relevées de façon que la plante des deux pieds ſurnuméraires regardoit la queue. 2°. Il rendoit les matieres du ventre par deux anus, & l'urine par deux verges à la fois. 3°. Il réuniſſoit en lui les parties génitales de deux Moutons.

Dans l'intérieur du ventre, le canal inteſtinal étoit ſimple depuis le duodenum juſques environ les deux tiers de l'ileon, là il ſe bifurquoit, & chaque partie du canal inteſtinal devenue double, faiſoit une portion d'ileon, un cœcum, un colon & un rectum, par des cir-


D





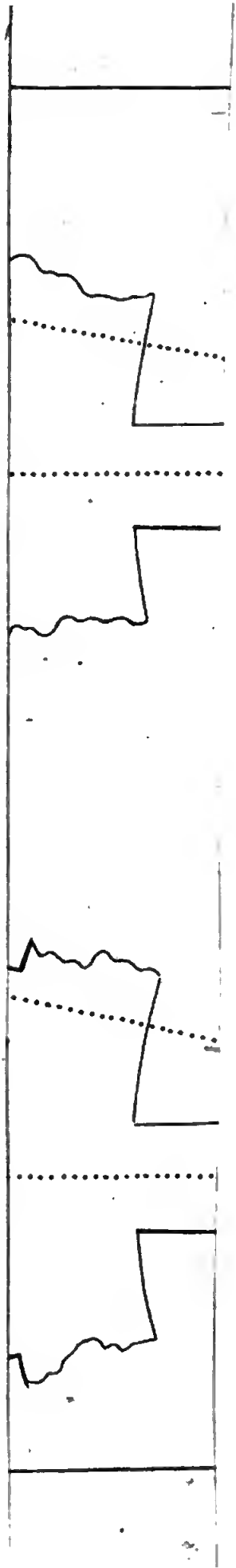


Fig. 9.

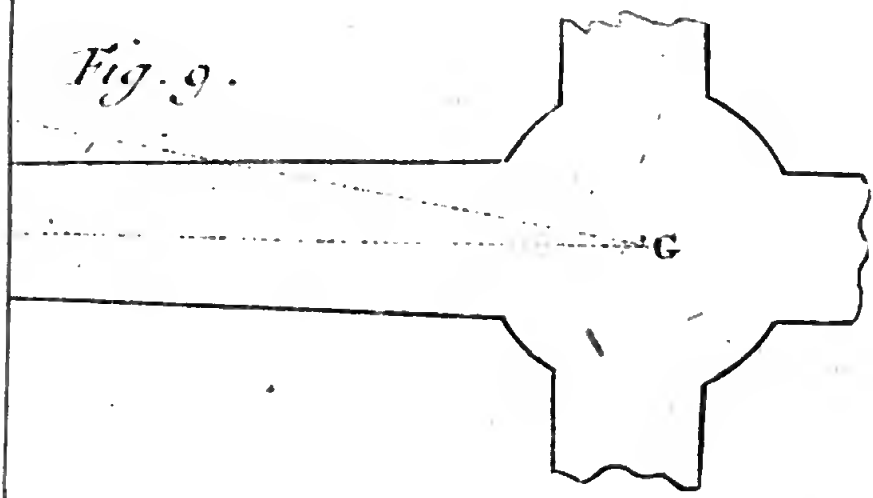
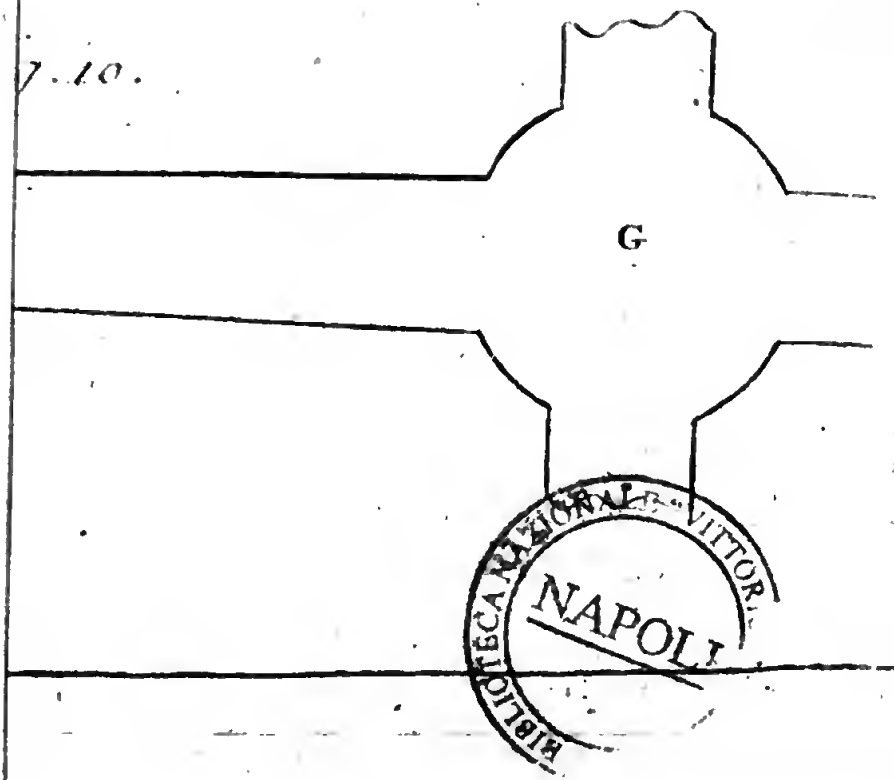


Fig. 10.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO
NAPOLI

Fig. 11.

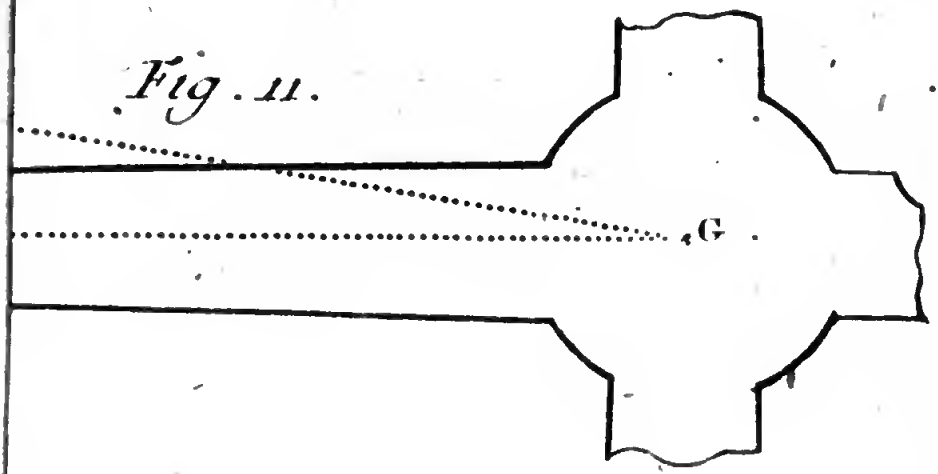
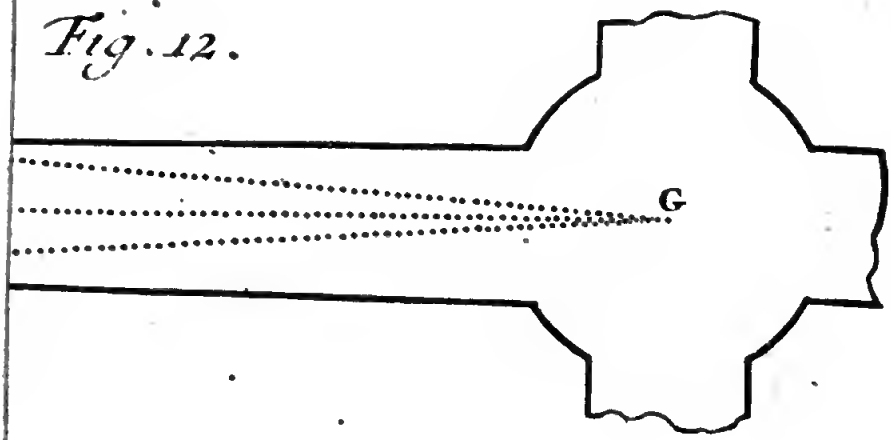


Fig. 12.



BIBLIOTECA NAZIONALE STORIC
NAPOLI

circonvolutions d'environ 12 pieds de long jusqu'à l'anus.

Chacun des anus avoit ses muscles sphincter & releveurs, & la queue de l'animal qui étoit entre deux ne les couvroit pas entierement, quoiqu'elle fût plus large qu'à l'ordinaire.

Toutes les autres parties destinées soit à la digestion, soit aux filtrations, étoient simples, & n'avoient rien de particulier: c'est pourquoi les ayant enlevées, je ne m'attachai plus qu'à l'examen des parties génitales & urinaires qui étoient doubles en dedans comme en dehors.

Il y avoit quatre reins, dont deux occupoient chacun un côté de la région lombaire, le gauche situé un pouce plus bas que le droit; au-dessous de ceux-là étoient deux autres reins surnuméraires situés sur les faces latérales de l'os sacrum, le gauche très voisin de l'ordinaire du même côté, le droit un peu échancré, où doit être la partie convexe.

Chacun de ces quatre reins avoit son uretere, les ureteres des deux reins droits se déchargeoient dans la vessie droite, ceux des deux reins gauches dans la vessie gauche, & chacune des deux vessies avoit à-peu-près la grandeur de la vessie simple d'un Mouton bien conformé. Deux verges parallelement situées avoient chacune un uretre, leurs corps caverneux, muscles érecteurs & accélérateurs, & une espece de fourreau cutané qui faisoit le prépuce.

Il y avoit quatre testicules, deux fort gros extérieurs, deux plus petits cachés dans le

ventre, envelopés d'une expanſion du péritoine, qui, faiſant une portion de cloiſon entre les deux, les retenoit dans une capſule particuliere, & les attachoit à la face intérieure de l'os ſurnuméraire des hanches.

Le canal déférent qui partoit de chacun des teſticules extérieurs, ſuivant la route ordinaire, faiſoit une courbure derriere la veſſie, & s'ouvroit dans une véſicule ſéminale; le canal déférent du teſticule intérieur du même côté, dans l'autre véſicule féminale par un chemin plus court.

Pour ſuivre la diſtribution des vaiſſeaux dans les parties doubles que je viens de décrire, il faut les prendre dès le tronc, au-deſſus de leur diviſion en vaiſſeaux émulgens.

L'aorte donnoit d'abord l'artere émulgente droite, & un pouce plus bas l'émulgente gauche, enſuite ſe partageoit en deux troncs, l'un plus gros que l'autre. Le premier donnoit les arteres ſpermatiques des deux teſticules extérieurs, plus bas les lombaires & les iliaques; le même tronc prolongé perpendiculairement ſur l'os ſacrum, donnoit une artere ſacrée avec des iliaques & crurales pour les pattes ſurnuméraires. Le ſecond donnoit les deux arteres émulgentes des deux reins ſurnuméraires, & les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

La veine-cave ſe partageoit d'abord en deux troncs, l'un plus gros à droite, l'autre plus petit à gauche. Dans le premier, les veines iliaques & crurales, la ſpermatique droite d'un teſticule extérieur, & l'émulgente droite d'un rein ordinaire ſe jettoient; dans

dans l'autre la veine ſacrée, les iliaques & crurales pour les pattes ſurnuméraires, les ſpermatiques des deux teſticules intérieurs, l'émulgente droite d'un rein ſurnuméraire, la ſpermatique gauche d'un teſticule extérieur, l'émulgente gauche d'un rein ſurnuméraire, & l'émulgente gauche d'un rein ordinaire apportoient le ſang de ces differentes parties.

Pour contenir tous ces organes ſans confuſion, & tels que la diſſection les préſentoit, il falloit dans le baſſin de l'hypogaſtre une cavité plus grande que l'ordinaire; cette augmentation étoit en largeur, au moyen de quoi le baſſin avoit une forme oblongue d'un os ilium à l'autre, il étoit compoſé des os des hanches ordinaires, & d'un os ſurnuméraire dans l'arrangement que je vais expoſer.

Les os des iles dans leur poſition naturelle, les os iſchiums ayant chacun leur trou ovalaire & leur cavité cotyloïde pour l'articulation des grandes cuiſſes, les os pubis occupant chacun une face laterale de l'os ſurnuméraire, & celui-ci au centre de la face antérieure du baſſin uni par deux ſymphyſes aux os pubis.

L'os ſurnuméraire eſt une eſpece d'os des hanches tronqué, auquel l'ilium manque en entier, une portion d'iſchium de chaque côté s'unit avec le pubis, fournit un trou ovalaire plus petit que l'ordinaire, & à la partie inférieure de ſa jonction avec le pubis, il concourt avec ce dernier à former un cotyle ſuperficiel dans lequel s'enfonce la moitié de

la tête des petits femurs; enfin à la partie supérieure de ces deux cavités eſt une éminence fort ſaillante en forme de pubis.

Les deux pattes ſurnuméraires ſont de moitié moins longues & moins groſſes que les naturelles; elles ſont faites de trois parties & de trois articulations; à celle de l'os de la cuiſſe avec l'os de la jambe il n'y a point de rotule, mais à la partie inférieure & antérieure du femur, il y a une éminence qui s'éleve entre les deux condyles, & ſe prolonge vers la partie interne du même os.

Elles n'avoient par elles-mêmes aucun mouvement ni aucun muſcle pour leur en faire exécuter. Cela confirme l'obſervation qui a été faite dans la plupart des Monſtres qui ont des membres ſurnuméraires; ces membres n'ont point de muſcles, & ſont faits de parties oſſeuſes au centre, entourées de graiſſe, & revêtues de peau. Je l'avois déja remarqué dans un Enfant qui avoit une troiſieme jambe attachée aux lombes, dans la Fille monſtrueuſe morte à la Salpétriere en 1719, & dans un Pigeon qui avoit quatre pattes.

Si l'on ſuppoſe que le Monſtre que j'ai décrit, étoit fait de deux Moutons, on dira que l'un des deux a été totalement aboli depuis la tête juſqu'aux parties doubles, & que ce qui reſte appartient à deux Moutons, dont chacun a une grande portion d'ileon, les gros inteſtins & un anus ſitué entre une grande & une petite patte, un grand & un petit rein du même côté, une veſſie, une verge, deux teſticules, l'un externe, & l'autre interne,

terne, les véſicules ſéminales & la proſtate, avec l'appareil des vaiſſeaux néceſſaires pour toutes ces parties, mais dans un arrangement bien remarquable & ſans aucune confuſion, comme on le voit dans la Figure.

EXPLICATION DES FIGURES.

La premiere Figure repréſente les ſingularités extérieures.

La ſecond fait voir la plus grande partie des intérieures.

A A, les deux rectum.
B B, les deux anus.
C, la queue.
D D, les deux grands reins ou ſupérieurs.
E E, les deux petis reins ou inférieurs.
F F, les ureteres des deux reins droits qui ſe déchargent dans la veſſie droite *G*.
H H, les ureteres des deux reins gauches qui ſe déchargent dans la veſſie gauche *I*. On n'a pas repréſenté les véſicules ſéminales & la proſtate qui accompagnoient chaque veſſie, pour éviter la confuſion.
K K, les deux verges avec leurs muſcles.
L L, les deux teſticules extérieurs.
M M, leurs canaux déférens.
N N, les deux teſticules intérieurs.
O O, leurs canaux déférens.
P, une grande portion de leur capſule particuliere.
Q, le tronc de l'aorte.
R, ſa bifurcation.

S S, les arteres émulgentes des reins ſupérieurs.

T T, les arteres ſpermatiques des teſticules extérieurs.

V V, les iliaques & crurales pour les grandes pattes.

X, ſeconde diviſion en iliaques pour les pattes ſurnuméraires.

Y Y, les émulgentes des petits reins ou ſurnuméraires.

Z Z, les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

N°. 1. le tronc de la veine-cave.

2. ſa bifurcation.

3, 3. les veines lombaires.

4, 4. les iliaques & crurales des grandes pattes.

5, 5. les émulgentes des reins ſupérieurs.

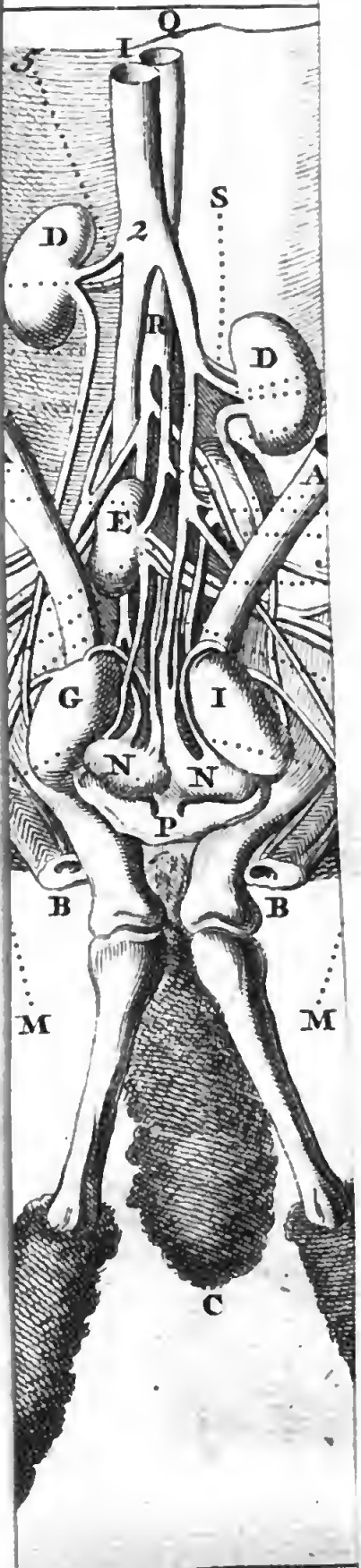
6, 6. les ſpermatiques des teſticules extérieurs.

7, 7. les émulgentes des petits reins.

8, 8. les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

9. ſeconde diviſion en iliaques & crurales pour les pattes ſurnuméraires.

NAPOLI
BIBLIOTECA


Q
I
3
S
D
2
R
D
A
E
G
I
N
N
P
B
B
M
M
C

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

Faites à l'Observatoire Royal le 13 *Mai* 1733.

Par M. CASSINI.

NOUS avons employé pour l'observation de cette Eclipse, une lunette de 7 pieds qui avoit au foyer commun de ses verres, un Micrometre à réticules, garni de ses fils, dont douze comprenoient exactement l'image du Soleil.

Quoique le Ciel ne fût pas parfaitement serein, on voyoit assez distinctement l'image du Soleil.

à $5^h 58' 56''$ le Soleil commença à paroitre éclipsé. J'ai jugé que le commencement a dû arriver 15″ auparavant, c'est-à-dire, à $5^h 58' 40''$.

6	3	11	Un doigt d'éclipsé.
	7	40	Deux doigts.
	12	36	Trois doigts.
	17	36	Quatre doigts.
	22	11	Cinq doigts.
	27	6	Six doigts.
	32	22	Sept doigts.
	37	26	Huit doigts.
	44	36	Neuf doigts.

à $6^h\,50'\ 0''$ L'Eclipſe paroit de 9 doigts $\frac{1}{2}$, qui eſt la plus grande phaſe qu'on ait apperçue.

57 21 Neuf doigts.

7 5 6 Huit doigts.

Le Soleil s'eſt caché enſuite dans les nuages qui étoient près de l'horizon, & on a ceſſé de l'appercevoir.

Comme il eſt difficile de déterminer avec préciſion le milieu de l'Eclipſe, par des obſervations immédiates, à cauſe que ſa quantité ne varie pas alors ſenſiblement dans l'eſpace de quelques minutes, nous y avons employé les obſervations correſpondantes de huit & neuf doigts, faites avant & après.

Entre les deux Phaſes de huit doigts, il y a eu un intervalle de $27'\ 40''$, dont la moitié $13'\ 50''$, étant ajoutée à la premiere, donne le milieu à $6^h\ 51'\ 16''$.

Par les deux Phaſes de neuf doigts, on trouve le milieu à $6^h\,50'\ 58''$ à $18''$ près de la détermination précédente qui eſt préférable, à cauſe que l'augmentation, de même que la diminution de l'Eclipſe, étoit alors plus ſenſible.

Au commencement de cette Eclipſe, & dans les autres Phaſes juſqu'à la quantité de 6 doigts, le bord de la Lune paroiſſoit bien terminé, ſans aucune inégalité ſenſible; il a paru enſuite un peu dentelé, ce que j'attribue à l'effet des vapeurs de l'horizon dont il s'approchoit continuellement.

La lumiere du jour a un peu diminué au tems de la plus grande Eclipſe, mais non pas

pas au point de pouvoir diſcerner les Etoiles les plus brillantes.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL,

Faites à Paris le 13 *Mai* 1733.

Par M. GODIN. *

LE Ciel qui avoit été un peu couvert après midi du 13, devint plus net vers le tems que l'Eclipſe devoit commencer : je me préparai à l'obſerver avec une Lunette de 5 pieds garnie d'un Micrometre : j'avois outre cela monté une autre Lunette de 7 pieds garnie de deux Verres convexes, à laquelle j'avois ajuſté un tambour de papier huilé, ſur lequel j'avois tracé un cercle qui comprenoit l'image du Soleil ; j'en avois tracé cinq autres concentriques, qui partageoient en doigts l'image du Soleil reçue ſur ce tambour.

Le diametre du Soleil meſuré à midi par la difference de hauteur de ſes bords & par le Micrometre, fut trouvé de 31' 50" par la premiere méthode, & de 1799 ½ parties par la ſeconde méthode, leſquelles valent 31' 51", ce qui donnoit 150 parties du Micrometre pour 1 doigt. En employant le Micrometre, voici les phaſes que j'ai obſervées, marquées en tems vrai.

A

* 16 Mai 1733.

A	5h	58'	37"	Commencement de l'Eclipſe.		
	6	6	7	Partie éclipſée	1 doigt	36'
		9	52	. . . . .	2	16
		11	53	. . . . .	2	56
		15	57	. . . . .	3	47
		21	52	. . . . .	4	58
		25	10	. . . . .	5	34
		28	8	. . . . .	6	12
		35	32	. . . . .	7	39
		38	47	. . . . .	8	6
		40	53	. . . . .	8	32
		49	54	. . . . .	9	20
		59	54	. . . . .	8	48
	7	3	18	. . . . .	8	15
		6	57	. . . . .	7	36

Voici d'autres phaſes qui furent priſes avec la Lunette de ſept pieds.

Tems vrai				doigts éclipſés	
6h	12'	22"	. . . . .	3d	0'
	16	42	. . . . .	4	0
	20	42	. . . . .	4	45
	23	15	. . . . .	5	15
	24	47	. . . . .	5	30
	27	38	. . . . .	6	0
	28	48	. . . . .	6	20
	32	18	. . . . .	7	0
	40	43	. . . . .	8	30

A 7h 7' environ le Soleil ſe cacha derriere un nuage qui bordoit l'horizon, & l'on ne put rien obſerver davantage.

Cette Eclipſe a été de 9 doigts 20', je ne l'ai pas trouvée plus grande, quoique j'y aye fait beaucoup d'attention; cependant je crois qu'il

qu'il eſt impoſſible de s'aſſurer de ces ſortes de grandeurs, à 4 ou 5 minutes près, dans une Eclipſe de Soleil, à cauſe de la difficulté de les meſurer dans une ligne oblique à celle du mouvement diurne, ce qui fait que la quantité de l'Eclipſe ou de la partie claire compriſe entre deux fils n'y reſte qu'un inſtant, & ne permet pas de s'en aſſurer, comme on le peut faire dans l'obſervation des diametres des Planetes que l'on prend à leur paſſage par le Méridien.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL, du 13 Mai 1733.

Par M. GRANDJEAN. *

J'AI obſervé cette Eclipſe avec une Lunette de 8 pieds, à laquelle j'avois adapté perpendiculairement à ſon axe une Tablette blanche, qui portoit un Cercle diviſé par 5 circonférences concentriques en 12 doigts, auquel je faiſois couvenir l'image du Soleil tranſmiſe par la Lunette.

De plus, je meſurois ſur la même image la grandeur de la partie claire avec un Compas à pointes très fines, & je les portois ſur un excellent Compas de proportion, que j'avois ouvert de maniere que le diametre de l'image fût compris de 60 en 60, afin d'avoir le nom-

* 16 Mai 1733.

nombre des 60mes parties du diametre qu'elle contenoit.

Je me ſuis ſervi, pour obſerver le commencement de cette Eclipſe, d'une Lunette d'environ 14 pieds. Voici le réſultat des obſervations.

	Tems vrai.
Commencement de l'Eclipſe . . .	5h 58′ 42″

Par les Cercles tracés ſur la Tablette.

1 doigt	6h 3′ 52″
2	6 7 19
3	6 12 7
4	6 16 58
5	6 21 56
6	6 27 37
7	6 32 12
8	6 38 12
9	6 45 12
9	6 56 41
8	7 4 15
7	7 12 12

Par les meſures priſes avec le Compas de proportion.

Quantité de l'Eclipſe.		Partie claire.		
3 doigts	26′	8 doigts	24′	6h 14′ 37″
5	24	6	36	6 23 26
6	12	5	48	6 28 28
7	12	4	48	6 33 22
8	36	3	24	6 41 32
9	12	2	48	6 46 43

Par la phaſe de 9 doigts on trouve le milieu de l'Eclipſe à 6h 50′ 56″, par celle de 8 doigts, à 6h 51′ 13″; prenant donc un milieu en-

entre ces deux obſervations, on aura le milieu de l'Eclipſe à $6^h\ 51'\ 5''$.

Je ne me ſers point ici de la phaſe de 7 doigts, parce que le Soleil étant entré dès $7^h\ 7'$ dans des nuages qui bordoient l'horizon, l'obſervation de la phaſe décroiſſante n'a pu être faite avec la même exactitude que les autres.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE,

Et ſur les moyens que l'Aſtronomie & la Géographie fourniſſent pour la déterminer.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CE n'eſt que depuis le Voyage de M. Richer à la Cayenne, fait en 1672, qu'on a cru que la Terre n'avoit point cette ſphéricité que tous les Aſtronomes & Géographes lui avoient juſques-là attribuée. La découverte du raccourciſſement du pendule vers l'Equateur, néceſſaire pour que ſes oſcillations y ſoient de même durée qu'à Paris, fit appercevoir une choſe à laquelle on n'avoit point encore penſé, quoiqu'elle fût aſſez naturelle; c'eſt que la Terre tournant ſur ſon axe, chacune de ſes parties acquéroit par ce mouvement une force centrifuge, d'autant plus grande qu'elle ſe trouvoit plus près de l'Equateur, & que cette force devoit diminuer la peſanteur d'un même corps, d'autant plus qu'il ſe trouvoit plus près de l'Equateur. La force centrifuge, & ſes effets furent calculés

culés par M. Huigens; il fit voir que ſous l'Equateur, elle étoit la 289e partie de la peſanteur, & détermina la figure que cette force, combinée avec la peſanteur, avoit dû donner à la Terre, en ſuppoſant que toutes ſes parties peſoient uniformement vers un centre, & qu'elles étoient diſpoſées comme ſi la Terre étoit fluide, ou du moins l'eût été d'abord. La figure que M. Huigens détermina, fut celle d'un Sphéroïde applati vers les poles, dont l'axe ſeroit au diametre de l'Equateur, comme 577 à 578.

M. Newton regardant la peſanteur comme une Attraction réciproque des parties de la matiere, a déterminé pour la Terre une autre figure. C'eſt encore un Sphéroïde applati vers les poles, mais dont le diametre de l'Equateur eſt à l'axe, comme 230 à 229, & le ſurpaſſe d'environ 34 milles; en ſuppoſant que la Terre ſoit formée d'une matiere homogene & fluide.

Toutes ces figures applaties demandent que les degrés de latitude aillent en croiſſant, de l'Equateur vers les poles, c'eſt-à-dire, que les parties d'un même Méridien, parcourues pour élever un degré en latitude, deviennent d'autant plus longues, qu'on s'approche plus du pole. Cependant, lorſque M. Caſſini (*dans le Livre de la Grandeur & de la Figure de la Terre*) a déterminé le Méridien qui traverſe la France, il a trouvé ces degrés de latitude décroiſſans de l'Equateur vers les poles: ce qui ſuppoſe, comme il eſt facile de le voir, une figure à la Terre, toute differente de celles que Mrs. Huigens & Newton lui

lui donnent. En effet, si les degrés de latitude vont en diminuant de l'Equateur vers les poles, la Terre est un Sphéroïde allongé vers les poles ; & M. Cassini donne à la Terre, la figure d'un Ellipsoïde, dont l'axe seroit de 6579368 toises, & le diametre de l'Equateur de 6510796, plus petit que l'axe de 68572 toises, ou de 34 lieues.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie de 1720, une Dissertation de M. de Mairan, dans laquelle il s'est proposé de concilier cette figure d'un Sphéroïde allongé, avec les loix de la Statique. M. Desaguliers, de son côté, dans les Transactions philosophiques de 1725, N°. 386, 387 & 388, a soutenu l'impossibilité d'un tel Sphéroïde, & a prétendu que les observations par lesquelles on avoit conclu cette differente longueur des degrés du Méridien, n'avoient point l'exactitude dont on auroit besoin pour prouver l'allongement que M. Cassini donne à la Terre vers les poles.

Rien ne seroit si commode que le parti que propose * M. Poleni, dans sa Lettre au P. Grandi. Il regarde cette affaire comme une espece de procès, dans lequel chaque partie ayant ses prétentions, on tâcheroit de les accorder. Les uns prétendent le Sphéroïde allongé, les autres applati, il n'y a qu'à le prendre pour une Sphère, qui est la figure qui s'éloigne le moins de chacune des autres. *Itaque*, dit-il, *usque eo dum lis sub judice est, & alii dantes Telluri figuram Sphæroidis versus polos oblongatæ*,

* *Epist. Math. Fascicul.*

gatæ, Meridianorum gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos, magnitudine minui; alii vero contraria prorſus ratione Sphæroïdis depreſſæ ſub polis formam Terræ tribuentes, gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos magnitudine augeri volunt: nonne tutius videri poteſt tueri etiamnum Telluri Sphæricam formam? atque ita eam propoſitionem ponere quæ ab utraque ex modo allatis ſententiis minus hercle diſtabit, quam diſtent ſententiæ illæ inter ſe?

Si l'une des deux figures differoit aſſez de l'autre pour apporter des differences de quelque conſéquence dans nos Mappemondes à la ſituation des Terres & des Mers, le conſeil ſeroit bon pour ceux qui entreprennent de longues navigations; mais pour les Philoſophes & les Mathématiciens, je ne crois pas qu'ils s'en doivent contenter. Auſſi M. Poleni ne s'en tient-il pas là, & nous donne des vues ingénieuſes pour décider cette queſtion.

Comme la petiteſſe des differences que Mrs. Caſſini & Maraldi trouvent entre les differens degrés du Méridien, a fait penſer que ces obſervations étoient incompétentes pour décider ſi la Terre eſt allongée ou applatie, M. Poleni cherche à en juger par des quantités plus conſiderables. Et ſuppoſant deux Sphéroïdes, l'un allongé vers les poles, tel que M. Caſſini le détermine, l'autre applati, tel que M. Newton l'a déterminé, il trouve que pour la latitude de 48 degrés, un degré d'un cercle parallele à l'Equateur ſeroit de 37769 toiſes pour le premier Sphéroïde, & un degré d'un parallele à l'Equateur de la mê-

même latitude, ſeroit pour le ſecond Sphéroïde de 38546 toiſes, qui diffère du premier de 777 toiſes; difference beaucoup plus conſiderable que celle de 31 toiſes, qu'on a trouvée entre deux differens degrés pris ſur le même Méridien; mais qui ſuppoſe, pour être utile, qu'on connoiſſe aſſez exactement la longitude des points qui terminent l'arc du parallele.

Je n'examine plus ici quelle figure les loix de la Statique ont dû donner à la Terre, ſuppoſée fluide & homogene. J'ai dit ſur cela ce que je penſois dans le Livre *de la figure des Aſtres*, ou j'ai démontré que la figure applatie n'eſt pas ſeulement attachée aux hypotheſes particulieres d'une peſanteur uniforme vers un centre, comme M. Huigens la conſidere, ni à une peſanteur dépendante de l'attraction mutuelle des parties de la matiere, comme M. Newton l'établit; mais que dans quelque hypotheſe que ce ſoit, d'une peſanteur qui ſe faſſe vers un centre, ſuivant la proportion de quelque puiſſance de la diſtance au centre, le Sphéroïde ſeroit toujours applati, ſoit que l'on prît des hypotheſes où la peſanteur croitroit, ou des hypotheſes où elle diminueroit en s'éloignant du centre. J'ai donné les figures des Sphéroïdes dans toutes ces hypotheſes, & les bornes des plus grands applatiſſemens poſſibles dans chacune.

J'abandonne ici tout ce qu'on pourroit déterminer *à priori* ſur la figure de la Terre. Je me réduis à conſiderer la queſtion de fait, & à propoſer differens moyens Aſtronomiques

&

& Géométriques, dont on pourroit ſe ſervir pour juger ſi la Terre eſt allongée ou applatie vers les poles.

L'Aſtronomie nous donne par ſes obſervations la latitude & la longitude des lieux, & la Géographie nous donne des diſtances priſes ſur la Terre, qui ſe peuvent meſurer ſur le Méridien, ou ſur les cercles paralleles à l'Equateur. C'eſt par ces differens Elémens qu'on veut déterminer ici, ſi la Terre eſt allongée ou applatie; & pour rendre la choſe plus ſimple, on conſidere la Terre comme un Ellipſoïde, & l'on cherche à déterminer ſi cet Ellipſoïde eſt allongé ou applati; parce que les concluſions auxquelles on parviendra, ſoit pour l'allongement, ſoit pour l'applatiſſement, ſubſiſteront toujours quelle que ſoit la courbe, dont la révolution autour de l'axe auroit formé la Terre, pourvu que la courbure de cette courbe depuis l'Equateur au pole aille toujours en augmentant, ou en diminuant, & que la difference de l'axe au diametre de l'Equateur ne ſoit pas conſidérable.

Je me ſuis donc propoſé les Problêmes ſuivans, dans leſquels je cherche la figure de l'Ellipſoïde terreſtre, par les conditions tirées de la latitude, de la longitude, & des meſures actuelles qui la déterminent, quoique je ſente aſſez que ces moyens ſont peu ſuſceptibles de l'exactitude qui ſeroit néceſſaire.

C'eſt à ceux qui en voudront faire uſage, à choiſir ceux qui paroitront les plus praticables, & à voir ſi les bornes de la grandeur & de la juſteſſe des inſtrumens, & de l'adreſſe à obſerver, permettent d'en tirer des concluſions

ſions aſſurées. Ces concluſions ſeroient ſans doute plus fortes, ſi pluſieurs de ces moyens comparés enſemble les confirmoient. Enfin, devroit-on trouver ces moyens inſuffiſans, ce ſeroit toujours pour la queſtion une choſe utile, que d'avoir bien connu leur inſuffiſance.

Pour réduire la choſe à la pure Géométrie, il faut obſerver que la latitude ſur un Sphéroïde, donne l'inclinaiſon du Méridien à l'axe, où (prenant les x ſur l'axe, autour duquel ſe fait la révolution, & les y perpendiculaires à cet axe) l'obſervation de la latitude donne le rapport de dx à dy dans le lieu où elle eſt faite; car le rayon eſt à la tangente de la latitude, comme dx à dy. L'obſervation de la latitude dans un lieu, donne donc l'inclinaiſon du Méridien dans ce lieu; & la difference entre deux latitudes voiſines, priſes ſur un même Méridien, donne avec le petit arc du Méridien, la courbure du Méridien dans ce point, ou ſon rayon de la dévelopée, car la difference de deux latitudes voiſines donne l'angle de contingence du Méridien, & l'angle de contingence du Méridien, avec la longueur du petit arc du Méridien, donne le rayon de la dévelopée. Cela poſé:

Deux meſures d'un degré ou d'un certain nombre de degrés, priſes ſur des cercles paralleles, dont on connoit la latitude, déterminent l'Ellipſoïde.

Deux courbures du Méridien à deux latitudes données, déterminent l'Ellipſoïde.

Une ſeule meſure actuelle d'un degré, ou d'un certain nombre de degrés, priſe ſur un

parallele, dont la latitude eſt connue avec la courbure du Méridien dans ce lieu, détermine l'Ellipſoïde.

Enfin, deux meſures actuelles priſes ſur le Méridien avec les differences en latitude qui répondent à chacune, déterminent l'Ellipſoïde.

PROBLEME I.

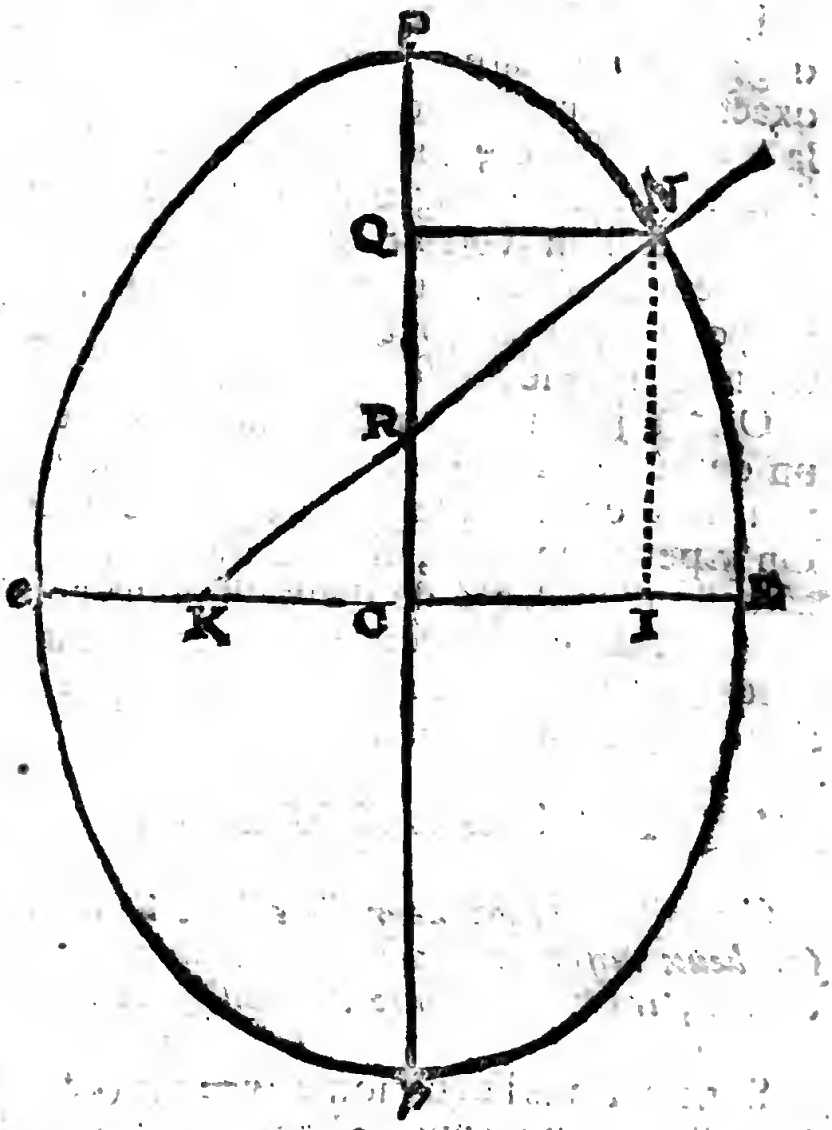
La Terre étant ſuppoſée un Ellipſoïde ſoit allongé, ſoit applati, trouver la relation entre la latitude, l'axe, le diametre de l'Equateur, & le diametre du parallele?

SOLUT. Soit $PNEp$ un Méridien de l'Ellipſoïde, auquel ayant tiré la perpendiculaire NK, NKE eſt l'angle de la latitude. Soit le diametre de l'Equateur $CE=e$, le demi-axe $CP=a$, le demi-diametre du parallele $NQ=y$, & $CQ=x$. Et l'angle NKE, tel que ſa tangente $=n$, le rayon étant $=1$, c'eſt-à-dire, tel que $KI : IN :: 1 : n$.

Maintenant l'équation de l'Ellipſe eſt $xx=aa-\frac{aayy}{ee}$, d'où l'on tire $dx=\frac{a\,ydy}{e\sqrt{(ee-yy)}}$. Or NK étant perpendiculaire à la courbe, l'on a $KI : IN$, ou $1 : n :: dx : dy :: \frac{ay}{e\sqrt{(ee-yy)}} : 1$. D'où l'on tire $nay=e\sqrt{(ee-yy)}$.

Trois des quantités n, a, e, y, étant déterminées, l'on a la 4me par cette équation. Si, par exemple, on connoit le diametre de l'Equateur, le diametre du parallele, (ou un degré de l'Equateur, & un degré du parallele, qui ſont proportionnels à leur cercles), &

la



la latitude, on détermine l'axe par cette équation, qui donne $a = \frac{e\sqrt{(ee-yy)}}{ny}$.

a ſera donc plus grand que e, ſi $\sqrt{(ee-yy)} > ny$, ou $ee-yy > nnyy$, ou $(nn+1)yy < ee$, ou $y < \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$. Si $y = \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, $a = e$, & l'Ellipſoïde eſt un globe; & ſi $y > \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, l'Ellipſoïde eſt applati.

D'où l'on voit que ſi l'on connoiſſoit un degré de l'Equateur, & que l'on eût aſſez exactement un degré de quelque parallele dont la latitude fût connue, il ſeroit facile de voir ſi la Terre eſt allongée ou applatie vers les poles, & l'on verroit auſſi facilement ſi la difference qui ſe trouveroit ſeroit aſſez grande pour ſurpaſſer tout ce qui peut réſulter d'erreur dans les obſervations.

On n'a jamais encore meſuré actuellement un degré de l'Equateur, & nous manquerons peut-être encore longtems de cette meſure. On y peut ſuppléer, ſi l'on avoit la meſure actuelle d'un degré de deux differens paralleles dont la latitude ſeroit connue; pour cela il les faudroit choiſir les plus éloignés que l'on pût, & procéder ainſi.

PROBLEME II.

Connoiſſant la longueur d'un degré de longitude ſur deux differens paralleles dont la latitude eſt connue, trouver la figure de l'Ellipſoïde?

SOLUT. Dans l'équation $nay = e\sqrt{(ee - yy)}$ trouvée comme dans le Problême précédent, ſi l'on ſubſtitue pour y ſa valeur t trouvée en toiſes par obſervation dans le lieu dont la latitude eſt déterminée par n, & dans une autre équation $Nay = e\sqrt{(ee - yy)}$ pour y ſa valeur T trouvée en toiſes dans le lieu dont la latitude eſt déterminée par N, l'on a $nat = e\sqrt{(ee - tt)}$ & $NaT = e\sqrt{(ee - TT)}$. Donc $\frac{e\sqrt{(ee-tt)}}{nt} = \frac{e\sqrt{(ee-TT)}}{NT}$, ou

$NNeeTT(ee-tt)=nneettt(ee-TT)$, ou $NNTTee-NNTTtt=nnttee-nnTTtt$.

D'où l'on tire $ee=\frac{NNTTtt-nnTTtt}{NNTT-nntt}$,

ou $e=\frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}}$, qui eſt le rayon de l'Equateur.

Pour déterminer l'axe, on ſubſtituera cette valeur de e dans l'une des deux équations précédentes, & l'on trouve $nat=\frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}}\times\sqrt{\left(\frac{NNTTtt-nnTTtt}{NNTT-nntt}-tt\right)}$, ou

$na=\frac{T\sqrt{(NN-nn)}}{NNTT-nntt}\times\sqrt{(nnt^4-nnTTtt)}$,

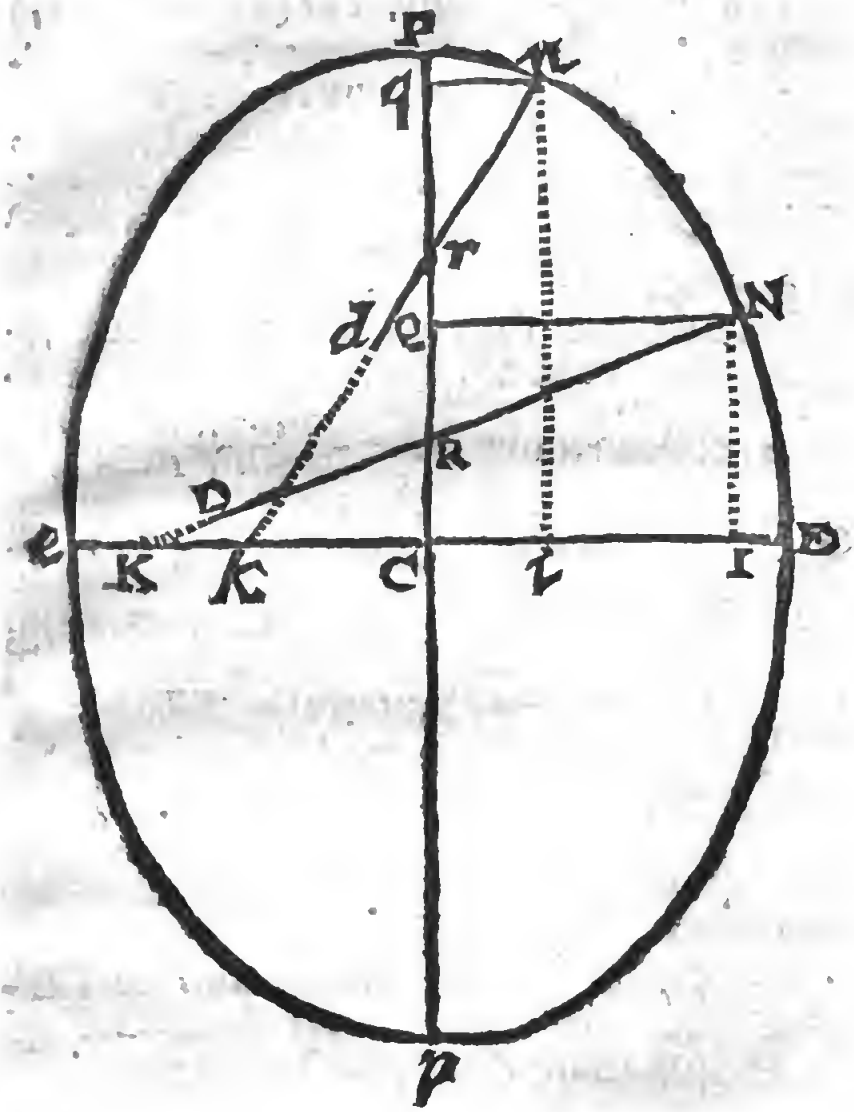
ou $a=\frac{T\sqrt{(NN-nn)}\times t\sqrt{(tt-TT)}}{NNTT-nntt}$, qui eſt l'axe de l'Ellipſoïde.

PROBLEME III.

Connoiſſant la courbure du Méridien de l'Ellipſoïde dans deux points, dont la latitude eſt connue, déterminer l'Ellipſoïde?

Le Problême ſe réduit à trouver les axes d'une Ellipſe $PNEp$ qui ait deux rayons de la développée ND; nd, donnés pour deux points N, & n où l'inclinaiſon de l'Ellipſe à ſon axe eſt donnée.

Soit donc le demi-parametre de l'Ellipſe $=P$, $CQ=x$, $QN=y$; le rayon de la développée $ND=R$, lorſque $KI:IN::1:N$, ou $KI:KN::1:M$, ou $dx:ds::1:M$. Le



rayon de la développée $nd=r$, lorſque $dx : dy :: 1 ; n$, ou $dx : ds :: 1 : m$. Le demi-axe $PC=A$.

Dans l'Ellipſe le rayon de la développée eſt égal au cube de la perpendiculaire, diviſé par le quarré du demi-parametre. On a donc

$$ND = \frac{NR^3}{p^2}, \text{ ou } \frac{NR^3}{p^2} = \frac{NQ^3 \times ds^3}{p^2 \times dx^3} = \frac{M^3 \times NQ^3}{P^4} = R;$$

$= R$; d'où l'on tire $NQ = \frac{P^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{M}$; & l'on aura de même $nq = \frac{P^{\frac{2}{3}} r^{\frac{1}{3}}}{m}$.

Maintenant l'équation de l'Ellipſe eſt $Ayy = PAA - Pxx$, ou $dx : dy :: \frac{A}{P} y : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} yy)}$, qui pour les deux points N & n donne $1 : N :: \frac{AP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{PM} : \sqrt{(AA - \frac{AP^{\frac{4}{3}} R^{\frac{2}{3}}}{PMM})}$; ou $\frac{NNAAR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}}} = \frac{MMAA - P^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}} A}{MM}$, où $NNAR^{\frac{2}{3}} = MMAP^{\frac{2}{3}} - PR^{\frac{2}{3}}$.

Et par un raiſonnement ſemblable, on a pour le point u

$$nnAr^{\frac{2}{3}} = mmAP^{\frac{2}{3}} - Pr^{\frac{2}{3}}.$$

On tire de la 1re de ces équations $A = \frac{PR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}}}$, & de la 2de $A = \frac{Pr^{\frac{2}{3}}}{mmP^{\frac{2}{3}} - nnr^{\frac{2}{3}}}$; d'où l'on a $mmP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} = MMP^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}$, ou $P^{\frac{2}{3}} =$

$$P^{\frac{2}{3}} = \frac{NNR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}, \text{ \&}$$

$$P = \frac{Rr(NN-nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}}.$$

Et remettant cette valeur P dans une des équations précédentes, on aura

$$A = \frac{Rr(NN-nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}} \times K^{\frac{2}{3}} :$$

$$MM\left(\frac{NNR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}\right) - NNR^{\frac{2}{3}}, \text{ ou } A = R$$

$$\times r(NN-nn)^{\frac{3}{2}} : (MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}$$

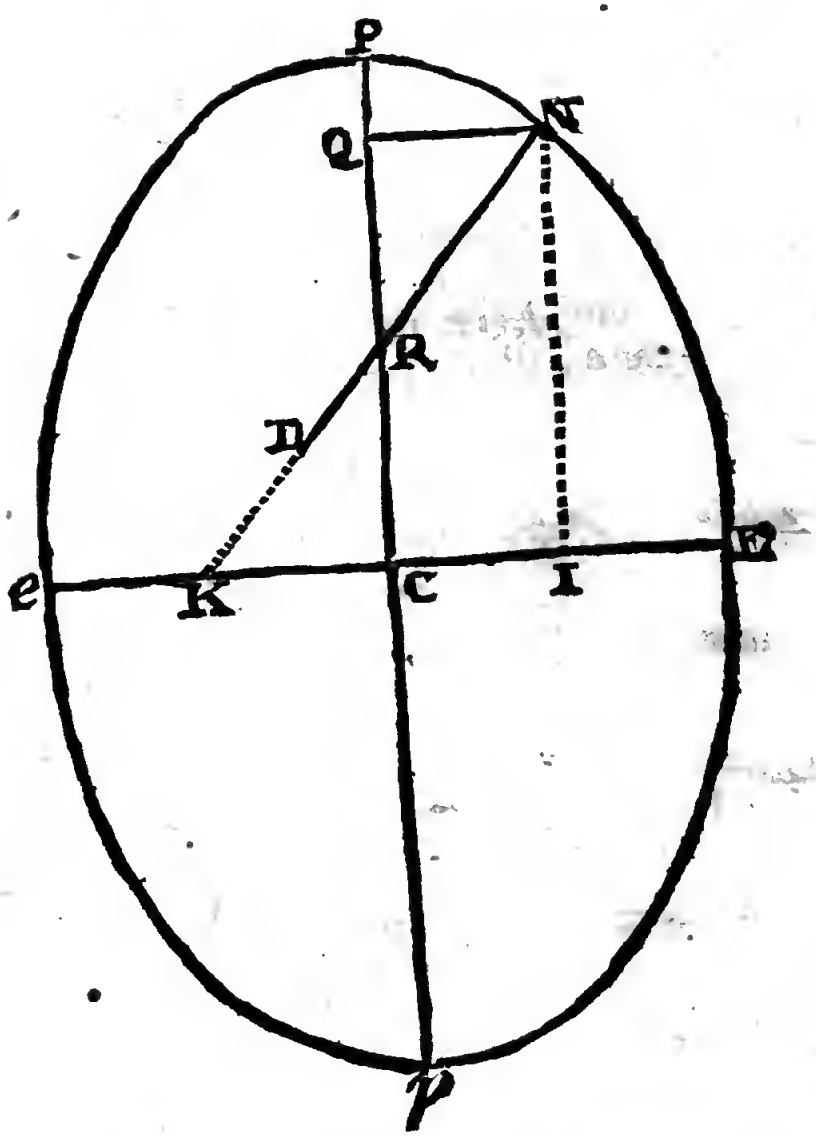
$$\times (mmNNR^{\frac{2}{3}} - MMnnr^{\frac{2}{3}}).$$ Ayant le demi-axe, & le demi-parametre, on a l'Ellipsoïde.

PROBLEME IV.

La Terre étant supposée un Ellipsoïde, si l'on a la mesure actuelle d'un parallele quelconque, dont la latitude est connue, & la courbure du Méridien dans le lieu où il coupe le parallele, déterminer la figure de l'Ellipsoïde?

Ce Problême se réduit à ceci, le Méridien de la Terre étant une Ellipse, *trouver l'Ellipse décrite autour d'un axe donné de position qui passe par un point donné* N *où elle touche une droite donnée de position, & où elle a le rayon de la développée égal à une quantité donnée?*

So-



SOLUT. Soit l'Ellipſe $PNEp$, dont l'axe Pp eſt donné de poſition; qui pour une ordonnée QN donnée de grandeur perpendiculaire à l'axe, ait une inclinaiſon donnée à cet axe, & qui, au point N, ait le rayon de la dévelopée ND, donné de grandeur, comme il l'eſt déja de poſition.

Soit le demi-axe PC inconnu, & $= A$; ſon

ſon demi-parametre inconnu auſſi, &= P, l'ordonnée $NQ=b$, lorſque dx eſt à dy, comme 1 à n; le rayon de la dévelopée dans ce point ND donné, &= r; enfin $CQ=x$, & $QN=y$.

On a $1 . \sqrt{(nn+1)} :: b . NR=b\sqrt{(nn+1)}$, & par par la propriété de l'Ellipſe, le rayon de la dévelopée eſt égal au cube de la perpendiculaire, diviſé par le quarré du demi-parametre. L'on a donc $ND=\frac{NR^3}{PP}$, ou $\frac{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}}}{PP}=r$; d'où l'on tire pour le demi-parametre de l'axe Pp, $P=\frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{r}}$.

On a de plus pour l'équation de l'Ellipſe $Ayy=PAA-Pxx$, ou $dx=\frac{A}{P}ydy:\sqrt{(AA-\frac{A}{P}yy)}$. Et (lorſque $dx . dy :: 1 . n$, & $y=b$) $1=\frac{nA}{P}b:\sqrt{(AA-\frac{A}{P}bb)}$, ou $AAPP-APbb=nnA^2bb$, ou $APP-nnAbb=Pbb$, ou $A=\frac{Pbb}{PP-nnbb}$.

Subſtituant la valeur de P, trouvée ci-deſſus, dans cette équation, l'on a pour la longueur du demi-axe, $A=\frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}r^{-\frac{1}{2}}bb}{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}}r^{-1}-nnbb}$,

ou $A=\frac{b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{r}}\times\frac{(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{br^{-1}(nn+1)^{\frac{3}{2}}-nn}$

=

$= \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)\sqrt{r}}{b(nn+1)^{\frac{3}{2}}-nnr}$, & pour l'autre demi-axe CE, ou le rayon de l'Equateur

$$CE = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{(b(nn+1)^{\frac{3}{2}}-nnr)}}.$$

PROBLEME V.

Connoiſſant deux arcs du Méridien, avec les latitudes des points qui les terminent, déterminer l'Ellipſoïde?

Les latitudes donnent les ordonnées qui répondent aux arcs dont on a les meſures; & l'on a la valeur de chaque arc par une ſuite infinie où il n'entre que des grandeurs données avec les deux axes de l'Ellipſe qu'on cherche. Faiſant donc chacune de ces expreſſions des arcs, égales à chacune des meſures qu'on a priſes actuellement ſur le Méridien, on aura deux équations par leſquelles on pourra déterminer les deux axes de l'Ellipſe.

Comme le calcul n'eſt pas difficile à concevoir, & qu'il eſt long & pénible à pratiquer, je ne le donne point.

ESSAIS

Sur le volume qui réſulte de ceux de deux liqueurs mêlées enſemble; ou ſavoir ſi deux liqueurs mêlées enſemble ont un volume égal à la ſomme des volumes qu'elles avoient priſes ſéparément, ou ſi elles en ont un plus grand ou un plus petit que la ſomme des deux premiers.

Par M. DE REAUMUR.

UNE meſure de balles de plomb, & une égale meſure de grains de plomb, extrêmement fins, mêlées enſemble, ne rempliront pas à beaucoup près une meſure égale en capacité aux deux que les balles & les grains de plomb rempliſſoient ſéparément. Les petits grains occuperont dans le ſecond cas des eſpaces entre les balles, qui étoient vuides dans le premier cas. L'eſpace occupé par les grains ainſi mêlés ſera d'autant moindre, que les grains ſeront plus petits. Les molécules des liqueurs peuvent, ſous quelques égards, être regardées comme des grains d'une indéfinie, ou d'une prodigieuſe petiteſſe; auſſi ſi on verſe de l'eau ou quelque autre liqueur dans un vaſe déja autant rempli de ſable, de cendre, ou de quelque autre poudre, qu'il le peut être, on y fera entrer une quantité d'eau conſiderable par rapport à la capacité de ce vaſe. Les grains de poudre

dre ont beau être preſſés les uns contre les autres, leur figure & leur dureté conſervent entre eux des vuides que l'eau peut occuper.

Nous voyons donc aſſez ce qui doit arriver, lorſqu'on mêle enſemble des grains ſolides de differens diametres, & lorſqu'on arroſe d'eau des maſſes de grains ſolides. Nous voyons de même que ſi de l'eau eſt introduite dans du bois, du cuir, du papier, le volume de ces corps peut être augmenté, mais qu'il ne le doit pas être de toute la quantité introduite.

Mais ſi nous mêlons enſemble differentes liqueurs, quel ſera le volume des liqueurs mêlées ? quel rapport aura-t-il avec ceux qu'elles avoient auparavant, & cela ſelon que ces liqueurs auront de la diſpoſition ou de l'éloignement à ſe mêler enſemble; par exemple, qu'arrivera-t-il ſi on mêle de l'eau avec de l'eſprit de vin, de l'eau avec de l'huile ? C'eſt ce qu'on n'a pas cherché juſqu'ici à examiner, que je ſache, & qui méritoit pourtant qu'on l'examinât par rapport à l'explication de divers phénomenes de Phyſique. Peut-être n'a-t-on pas cru qu'il y eût ſur cela d'examen à faire : on a regardé les parties des liquides comme auſſi contiguës qu'il eſt poſſible de l'être ; ou ſi on a imaginé entre elles des eſpaces, on ne paroit pas avoir penſé que ces eſpaces fuſſent capables de recevoir des parties de quelque autre liquide. Des Phyſiciens pourtant ont donné des pores à l'eau, ils ont même cru que c'étoit dans ces pores que ſe logeoient les ſels diſſous ; qu'il falloit avoir recours à ces pores pour expliquer la ſuſ-

penſion des ſels diſſous, & pour expliquer comment il arrive que l'introduction de ces ſels n'augmente pas, autant qu'on s'y attendroit, le volume de l'eau; mais on n'a pas eu beſoin de cette ſuppoſition pour expliquer ce qui ſe paſſe dans le mêlange de deux liquides par rapport au volume, on n'a pas ſu qu'il y eût dans ce cas rien à expliquer. Voyons pourtant s'il ne s'y paſſe rien qui mérite attention, & pour nous fixer d'abord à un exemple, mêlons de l'eau avec de l'eſprit de vin.

L'eau étant verſée ſur l'eſprit de vin, ou l'eſprit de vin ſur l'eau, les deux liqueurs qui ſéparées étoient limpides, très tranſparentes, en commençant à ſe mêler compoſent une liqueur louche, quelquefois trouble même juſqu'à devenir d'un laiteux opaque, & tantôt plus, tantôt moins opaque, ſelon la qualité de l'eau; mais au moins arrive-t-il toujours, pendant que l'eau & l'eſprit de vin ſe mêlent, que la liqueur compoſée eſt moins tranſparente que ne l'étoient les deux liqueurs ſéparées, on diſtingue de gros filets plus opaques que le reſte. Ces filets ſe diviſent en une infinité d'autres, il ſemble que ce ſoient des échevaux qui ſe devident. Enfin la liqueur compoſée redevient totalement tranſparente, mais tantôt plus tard & tantôt plus tôt. Il ſemble qu'il y ait une diſſolution à faire, & que tout eſt trouble juſqu'à ce que la diſſolution ſoit achevée, parce que juſques-là tout eſt dans une ſorte de confuſion.

Mais pour venir à la queſtion que nous avons

avons propoſée comme digne d'être éclaircie, le volume de la liqueur compoſée d'eſprit de vin & d'eau eſt-il égal au volume d'eau & au volume d'eſprit de vin pris ſéparément, ou eſt-il moindre, ou eſt-il plus grand que ces deux volumes? M. Geoffroy nous a rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1713, page 69, une expérience curieuſe: après avoir reconnu, par le Thermometre, que de l'eau & de l'eſprit de vin expoſés au même air avoient un égal degré de chaleur, il a plongé le Thermometre dans cette eau, ſur laquelle il a verſé un poids d'eſprit de vin rectifié égal au poids de l'eau contenue dans le vaſe; le mêlange s'eſt fait, & il s'eſt fait en même tems une augmentation de chaleur capable de faire impreſſion ſur le Thermometre, la liqueur a monté ſenſiblement. Il ſemble que cette expérience nous mettroit en état de décider la queſtion; où il y a augmentation de chaleur, il y a augmentation de volume, au moins une augmentation paſſagere. Le volume des deux liqueurs, dans le tems au moins que ſe fait leur mêlange, devroit donc être plus grand que ne l'étoient les deux volumes pris ſéparément.

Cependant, quoiqu'on ne dût pas s'y attendre, il arrive au contraire que le volume des deux liqueurs mêlées enſemble eſt plus petit que celui des liqueurs priſes ſéparément; même dans l'inſtant que le mêlange ſe fait. Il y a longtems que j'avois tenté de découvrir s'il arrivoit quelque choſe de remarquable dans l'augmentation ou la diminution du volume de quelques liqueurs mêlées enſemble,

ble, ſans avoir rien trouvé ſur quoi je puſſe compter: la nouvelle conſtruction des Thermometres que j'ai donnée, où tout dépend des meſures très exactes, m'a mis en état, lorſque j'y penſois le moins, de voir ce qui arrive aux volumes de l'eſprit de vin & de l'eau mêlés enſemble. Je ne ſongeois qu'à faire remplir des Thermometres, lorſque M. Pitot, après avoir verſé un certain nombre de meſures d'eau dans une boule de verre adaptée à un tube, verſa deſſus un nombre de meſures d'eſprit de vin rectifié, qui devoient monter juſqu'à une certaine hauteur du tube. On marqua l'endroit du tube où ſe terminoit l'eſprit de vin Les deux liqueurs pouvoient n'être pas bien mêlées, & effectivement elles ne l'étoient pas, l'eſprit de vin plus leger étoit reſté au-deſſus de l'eau. On ſecoua bien le Thermometre, afin que le mêlange ſe fît autant qu'il ſe devoit faire. Le Thermometre ayant été mis enſuite dans une poſition verticale, M. Pitot me fit remarquer que notre liqueur étoit au-deſſous de la ligne marquée, qu'il en falloit ajouter pour la faire élever juſqu'au terme où nous la voulions. Ce fait me parut très digne d'être remarqué, il ſembloit prouver que l'eau & l'eſprit de vin mêlés enſemble n'ont plus le même volume qu'ils avoient ſéparément, car il s'étoit fait un vuide de quelques degrés dans le tube du Thermometre.

Sur le champ je voulus m'aſſurer ſi cette diminution étoit bien réelle, ſi elle ne devoit point être attribuée à quelques circonſtances étrangeres, ſi elle ne venoit point de ce qu'une par-

partie de la liqueur avoit mouillé le tube & le bout du doigt qu'on lui avoit donné pour bouchon, pendant qu'on agitoit les deux liqueurs pour les obliger à ſe mêler. Bien-tôt tous mes ſoupçons furent levés, & il ne me fut plus permis de douter que la diminution du volume n'eût été réelle.

Mais, pour avoir quelque idée de la quantité de cette diminution, je pris un tube, à un des bouts duquel une boule creuſe étoit ſcellée; je verſai dedans cinquante meſures d'eau, & j'y verſai enſuite cinquante meſures d'eſprit de vin bien rectifié. En verſant celles-ci, j'avois attention de les verſer doucement, afin que les deux liqueurs ſe mêlaſſent le moins qu'il ſeroit poſſible: l'eſprit de vin arrivoit ſur l'eau en ſuivant les parois du tube, & ceux de la boule qui lui formoient un plan incliné; auſſi les liqueurs ne ſe mêlerent point, au moins ſenſiblement. Un plan louche ou blanchâtre marquoit le terme commun à l'une & à l'autre. J'entourai d'un fil l'endroit du tube où ſe trouvoit la ſurface ſupérieure de l'eſprit de vin; j'agitai enſuite la boule auſſi longtems qu'il fut néceſſaire pour que l'eau & l'eſprit de vin paruſſent bien mêlés. Dès que le mêlange fut fait, je vis de la diminution dans le volume de la liqueur compoſée; ſa ſurface ſe trouva au-deſſous du fil. Avant que de meſurer la quantité de cette diminution, je laiſſai la liqueur en repos, tant afin qu'elle eût le tems de perdre la chaleur qu'elle avoit priſe pendant l'opération, qu'afin que ce qui pouvoit s'être attaché à la partie ſupérieure des

parois

parois eût le tems de deſcendre. Quand je jugeai qu'il ne reſtoit plus de liqueur à deſcendre, je meſurai le vuide qui étoit entre la ſurface de la liqueur & le fil. Pour remplir ce vuide, il fallut près de deux de ces mêmes meſures, dont le volume de l'eau & celui de l'eſprit de vin pris ſéparément en avoient chacun 50. Le volume des deux liqueurs mêlées étoit donc plus petit d'environ un cinquantieme, que le volume des deux liqueurs priſes ſéparément.

Qu'eſt-ce qui produit cette diminution de volume, plus conſiderable aſſurément qu'on ne l'auroit dû attendre? Y a-t-il des vuides dans une des liqueurs ou dans les deux liqueurs ſéparées, qui ſe rempliſſent quand les deux liqueurs ſe mêlent enſemble? Imaginerons-nous qu'une des liqueurs eſt par rapport à l'autre, en quelque ſorte, ce que ſont des grains de plomb par rapport à des balles de plomb? Que comme les grains de plomb pourroient remplir les eſpaces que des balles auroient laiſſés entre elles, de même ici une des liqueurs plus ténue que l'autre remplit les interſtices qui ſont entre les parties de celle-ci? Alors dans notre expérience les vuides qui ont été remplis ſeroient $\frac{1}{25}$ du volume de la liqueur dans laquelle ils ſe trouveroient. Mais, au-lieu que les balles de plomb & les grains de plomb ne peuvent être arrangés de maniere à occuper le moins de place qu'il eſt poſſible que par une force étrangere, les liqueurs ont en elles-mêmes la force propre à produire cet arrangement. Les diſſolutions des corps les plus durs,

durs, qui ſont faites, quelquefois ſi vîte, par differentes liqueurs, nous démontrent la prodigieuſe quantité de mouvement qui eſt dans ces liqueurs, quoique tout y paroiſſe en repos à nos yeux. Quand l'eau ſe mêle avec l'eſprit de vin, il ſe fait une eſpece de diſſolution.

Les diſſolutions auxquelles nous ſommes le plus accoutumés, ſont celles des corps ſolides par des liquides. Nous voyons que les eaux fortes diviſent les métaux les plus durs & les plus peſans en des grains ſi petits, qu'ils peuvent ſe tenir ſuſpendus, nager pour ainſi dire dans ces eaux; nous voyons journellement des diſſolutions de ſels, de ſucre, faites par l'eau; mais nous ne ſommes pas accoutumés à voir des liqueurs diſſoutes par d'autres liqueurs. Il doit pourtant y avoir des diſſolutions de cette eſpece; une liqueur dont les parties ſont plus ténues en pourra diſſoudre une dont les parties ſont plus groſſieres, elle pourra diviſer les molécules de cette liqueur, & cela eſt vrai dans le même ſens qu'il eſt vrai que les liqueurs diſſolvent les corps ſolides; comme l'eau diſſout du ſucre, de même l'eau diſſout un ſyrop trop épais; ces deux opérations n'ont peut-être rien de different qu'en ce que l'eau qui agit contre le ſucre agit contre des parties plus groſſes que celles contre leſquelles agit l'eau qui diſſout le ſyrop; l'eau dans le ſecond cas pouſſe la diviſion plus loin. Ce que nous avons dit de l'eau & du ſyrop, nous le pouvons dire de pluſieurs liqueurs, & ſur-tout de l'eau & de l'eſprit de vin. Quand leur mêlange ſe fait, il arrive tout ce qui arrive pendant les diſſolutions

tions les plus connues; dès que le mêlange commence à se faire, les deux liqueurs, auparavant transparentes, en composent une trouble, des bulles d'air montent continuellement, & en grand nombre, à la surface; le mêlange s'échauffe, preuve inconteſtable qu'il y a fermentation, & par conséquent diſſolution.

L'eſprit de vin nous eſt ſur-tout connu par ſon inflammabilité, c'eſt ce qui nous le caractériſe; nous ſavons qu'il n'eſt qu'une eſpece d'huile très inflammable qui nage dans l'eau, qui y eſt diſſoute: nous ſavons même que dans l'eſprit de vin le plus pur, le mieux rectifié, la quantité de la matiere ſpiritueuſe & inflammable eſt extrêmement petite. Mais, malgré la grande quantité de flegme que contient l'eſprit de vin le mieux rectifié, il paroit par les expériences ci-deſſus, & il paroitra encore davantage par celles que nous avons à rapporter, qu'elle ne ſuffit pas pour bien diſſoudre la partie inflammable de l'eſprit de vin. L'idée que nous ſouhaitons qu'on prenne d'avance, & dans laquelle nous ſerons confirmés par les expériences ſuivantes, c'eſt que tant que la partie inflammable de l'eſprit de vin n'eſt pas mêlée avec une ſuffiſante quantité d'eau, il y reſte des vuides capables de recevoir de l'eau. Des liqueurs que nous connoiſſons, l'eſprit de vin eſt une des plus légeres, & ſa légereté n'a plus rien de difficile à expliquer, ſi nous le regardons comme une liqueur pour ainſi dire ſpongieuſe, & ſi ſpongieuſe, qu'une quantité d'eau ſenſible peut être reçue entre ſes parties ſans augmenter ſen-

ſenſiblement ſon volume, qu'une quantité d'eau peut en quelque ſorte ſe loger dans l'eſprit de vin comme elle ſe logeroit dans une éponge.

J'ai fait un grand nombre d'expériences pour voir juſqu'où pouvoit aller la diminution de volume qui réſulteroit de l'eſprit de vin & de l'eau, dont le mêlange ſeroit fait en differentes proportions. Tantôt celles de l'eſprit de vin à l'eau étoient les plus grandes, tantôt les plus grandes étoient celles de l'eau à l'eſprit de vin, & les unes & les autres ont été variées de pluſieurs façons. Par exemple, tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 25, 50, 75 parties d'eau, &c. tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 150, avec 200, avec 300, &c. parties d'eau. Les mêlanges ont toujours été faits avec les précautions que j'ai expliquées ci-devant, c'eſt-à-dire, que dans une boule creuſe adaptée à un tube de verre, ou ſeulement dans un tube de verre ſcellé hermétiquement à un de ſes bouts, je verſois la quantité d'eau que je voulois employer; que je verſois enſuite dans le tube une quantité connue d'eſprit de vin, & cela très doucement, afin qu'elle ne ſe mêlât point avec l'eau. Je marquois avec un fil le terme de la ſurface de l'eſprit de vin, ou, ce qui eſt la même choſe, juſqu'où alloit le volume des deux liqueurs non mêlées. J'agitois enſuite le tube, je le ſecouois pour obliger les deux liqueurs à ſe mêler; pour meſurer le vuide qui s'étoit fait entre le fil & la ſurface de la liqueur compoſée, je le rempliſſois avec de petites meſures connues,

&

& qui étoient des parties aliquotes des grandes mesures employées. Lorsque j'ai mêlé deux parties d'eau avec une partie d'esprit de vin, j'ai eu le plus grand de tous les vuides qui pouvoient être donnés par le mêlange de l'eau avec mon esprit de vin; il a été égal environ à $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin. Pour remplir le vuide qui étoit resté entre la surface de la liqueur composée & le fil, il a fallu verser cinq de ces mesures, dont le volume de l'esprit de vin en contenoit 100. Quand j'ai mêlé trois ou quatre parties d'eau avec l'esprit de vin, je n'ai eu que le même vuide que j'avois eu en mêlant deux parties d'eau avec l'esprit de vin; l'eau employée dans cette proportion suffit pour dissoudre entierement l'esprit de vin, ou au moins pour remplir tous les vuides dans lesquels il lui est permis de s'introduire; mais il faut employer l'eau dans cette proportion: si on en mêle moins, la diminution du volume total n'est plus une aussi grande partie de celle du volume de l'esprit de vin.

Pour donner quelque idée des differences qui se trouvent lorsqu'on employe l'eau dans une moindre proportion que l'esprit de vin, & pour faire voir qu'il est nécessaire, pour remplir tous les vuides qui sont entre les parties de l'esprit de vin, d'employer un volume d'eau double de cet esprit, il me suffira de donner le résultat d'une petite suite d'expériences.

1°. J'ai mêlé 100 parties d'esprit de vin avec 50 parties d'eau, & le mêlange a donné 2 mesures $\frac{1}{2}$ de diminution.

2°. J'ai

2°. J'ai retiré du tube cet eſprit de vin affoibli, & j'ai verſé dans le tube 50 meſures d'eau, ſur leſquelles j'ai verſé doucement l'eſprit de vin affoibli par l'expérience précédente. Après avoir marqué ſur le tube le terme de la derniere liqueur, j'ai ſecoué le tube pour obliger les deux liqueurs de ſe mêler, après quoi j'ai eu une nouvelle diminution de volume qui a été d'une meſure & demie. Ces deux expériences enſemble avoient donc donné une diminution de volume de 4 meſures, & dans la derniere l'eſprit de vin ſe trouvoit mêlé avec l'eau en parties égales.

3°. J'ai tiré du tube cette liqueur faite d'un mêlange de parties égales d'eau & d'eſprit de vin, & j'ai verſé dans le tube 50 nouvelles meſures d'eau ſur leſquelles j'ai verſé les 200 meſures de la liqueur compoſée de 100 parties d'eau & de 100 parties d'eſprit de vin; après que le mêlange a été fait, j'ai eu environ une meſure de diminution.

4°. Enfin dans une 4me expérience j'ai mêlé la liqueur de l'expérience précédente avec 50 nouvelles meſures d'eau; je n'ai pas eu un quart de meſure de diminution.

Quand j'ai mêlé par la ſuite la liqueur ci-deſſus, compoſée d'une partie d'eſprit de vin, & de deux parties d'eau, avec de nouvelle eau, le mêlange n'a produit aucune diminution de volume. Quand j'ai mêlé l'eau dans une proportion extrêmement petite avec l'eſprit de vin, par exemple, une, deux ou trois meſures d'eau, avec 100 meſures d'eſprit

prit de vin, je n'ai pas eu une diminution de volume ſenſible.

Si quelqu'un vouloit que ce fuſſent les vuides de l'eau qui ſont remplis par l'eſprit de vin, lorſque l'eau l'a plus diviſé qu'il ne l'étoit, il ne ſeroit pas aiſé de lui démontrer que c'eſt au contraire dans l'eſprit de vin que les vuides doivent être placés. Cette derniere idée eſt pourtant la plus naturelle, parce que la liqueur la plus rare eſt celle qui a plus de vuides, & parce que l'eau eſt le diſſolvant qui doit s'introduire entre les parties du corps qu'il diſſout.

Mais peut-être doutera-t-on que la diminution de volume dont il s'agit doive être attribuée à ce que des vuides qui étoient en une des liqueurs, ont été remplis par des parties de l'autre liqueur ; on aura peut-être plus de diſpoſition à croire que pendant que l'eau & l'eſprit de vin ſe mêlent enſemble, que pendant qu'il ſe fait une fermentation, il ſe fait une évaporation à laquelle ſeule doit être attribuée la diminution du volume des deux liqueurs. Ce doute ſera levé par des expériences que nous rapporterons dans la ſuite, qui apprendront que pendant que le mêlange des liqueurs ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt bouché, le volume ne diminue pas moins que lorſque le mêlange ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt ouvert.

D'autres expériences nous mettent en état de prouver directement, que les eſpaces vuides qui étoient entre les parties d'une des liqueurs ont été remplis par l'autre. Prenons

un

un petit vaſe de verre propre à peſer des liqueurs, tel que celui que M. Homberg a décrit dans les Mémoires de l'Académie de 1699. Le poids du vaſe étant connu, rempliſſons ce vaſe d'eſprit de vin; peſons enſuite avec des balances d'une fineſſe convenable le poids de ce volume d'eſprit de vin. Après avoir vuidé le peſe-liqueur, rempliſſons-le d'eau, & peſons: nous avons alors le rapport de la peſanteur ſpécifique de l'eau à la peſanteur ſpécifique de l'eſprit de vin; nous pouvons donc ſavoir quelle devroit être la peſanteur ſpécifique de l'eau & de l'eſprit mêlés en des proportions connues, ſi pendant que le mêlange ſe fait, les peſanteurs ſpécifiques de l'une & de l'autre reſtoient les mêmes; ou, ce qui eſt la même choſe, il eſt aiſé de trouver ce que peſeroit le peſe-liqueur rempli d'une certaine quantité d'eau, & d'une certaine quantité d'eſprit de vin qui ſurnageroit l'eau. Si on remplit à préſent le peſe-liqueur d'eau & d'eſprit de vin mêlés dans une proportion connue, & qu'après avoir peſé cette quantité de liqueur compoſée, on trouve qu'elle peſe plus que ne devroit peſer le peſe-liqueur plein d'eau & d'eſprit de vin qui y auroient été mis en même proportion, mais ſans être mêlés enſemble, on a une preuve certaine que la denſité, ou, ce qui revint au même, la peſanteur ſpécifique a augmenté pendant que le mêlange s'eſt fait. On a donc peſé la quantité d'eau qui étoit contenue dans un peſe-liqueur, le poids de ce volume d'eau a été trouvé de 98 grains. Après avoir vuidé l'eau, on a rempli ſur le

champ le peſe-liqueur d'eſprit de vin, & le poids de ce volume d'eſprit de vin a été trouvé de 82 grains $\frac{1}{2}$. Si on eût rempli les deux tiers du peſe-liqueur d'eau, & le tiers reſtant d'eſprit de vin qui eût ſurnagé l'eau, le poids total des deux liqueurs contenues eût été de 65 grains $\frac{1}{3}$ d'eau & de 27 grains $\frac{1}{2}$ d'eſprit de vin, ou le poids eût été en tout de 92 grains $\frac{5}{6}$. Mais au-lieu de remplir le peſe-liqueur d'eau & d'eſprit de vin qui n'euſſent fait que ſe toucher, on a mêlé deux parties d'eau avec une partie d'eſprit de vin, & quand ce mélange a été fait, on en a rempli le peſe-liqueur. On a trouvé alors que le volume de la liqueur compoſée peſoit 94 grains, qu'ainſi la denſité, la peſanteur de la liqueur compoſée étoit plus grande que celle qui ſembloit devoir réſulter des deux liqueurs compoſantes; on verra même qu'elle étoit plus grande, à peu près dans la proportion que le demandoit la diminution de volume qui nous a été donnée par les expériences précédentes. Nous avons dit que cette diminution de volume étoit au plus de $\frac{1}{20}$ du volume de l'eſprit de vin, & l'augmentation de la peſanteur ſpécifique eſt auſſi trouvée ici, à quelque choſe près, de $\frac{1}{20}$ du poids de l'eſprit de vin. Le poids de l'eſprit de vin employé étoit de 27 grains $\frac{1}{2}$, & nous avons un grain & $\frac{5}{6}$ de grain d'augmentation de poids, qui ne diffère de l'augmentation de poids, que la diminution du volume devroit donner, que de $\frac{1}{12}$ de grain, ou de moins de $\frac{1}{7}$, & de plus de $\frac{1}{6}$ de grain: mais cette difference peut venir

nir de tant de circonſtances, qu'il n'y a pas de quoi en être ſurpris. La diminution du volume que nous prenons de $\frac{1}{25}$ peut auſſi avoir été moindre, & alors la difference s'évanouiroit.

Les vuides que laiſſent entre elles les parties de l'eſprit de vin, les vuides que l'eau peut remplir n'étant que $\frac{1}{25}$ du volume de l'eſprit de vin, il pourroit ſembler qu'en mêlant 20 parties d'eſprit de vin avec une partie d'eau, on devroit remplir tous les vuides, puiſqu'on donne à l'eſprit de vin l'eau qui y ſuffit. Mais ce n'eſt apparemment qu'autant que l'eſprit de vin eſt diſſous & diviſé, qu'il eſt permis à l'eau de s'inſinuer dans certains vuides dont l'entrée lui étoit fermée par les parties de l'eſprit de vin qui ſe touchoient; ce n'eſt que quand l'eau a écarté les parties de l'eſprit de vin les unes des autres, autant qu'il eſt néceſſaire pour qu'elles ne s'entretouchent point, qu'il lui eſt permis d'aller ſe loger dans leurs vuides. Il faut employer la quantité d'eau néceſſaire pour bien diſſoudre l'eſprit de vin, ſi l'on veut que l'eau pénetre autant dans l'eſprit de vin qu'il eſt poſſible; & pour cela, il faut mêler environ deux parties d'eau avec une partie d'un bon eſprit de vin; ſi on fait le mêlange dans une plus grande proportion, on n'obtient rien de plus.

Il eſt évident néanmoins que ſelon que l'eſprit eſt plus ou moins rectifié, il faudra le mêler avec une plus grande ou une moindre quantité d'eau, pour avoir tout le vuide qui peut naitre du mêlange des deux liqueurs; & de-là il ſuit que nos expériences qui ne paroiſ-

roiſſoient que curieuſes, peuvent avoir de l'utilité ; elles nous donnent une méthode ſinguliere d'éprouver les qualités des differens eſprits de vin, & de les déterminer. Un eſprit de vin, de la qualité de celui que j'ai employé, mêlé avec un volume d'eau double du ſien, donnera un vuide qui ſera $\frac{1}{20}$ de ſon volume, ou un vuide de 5 de ces meſures, dont ſon volume en contenoit 100. Un eſprit de vin plus foible ne donnera alors qu'un vuide de 4 de ces meſures, ou de 3 meſures $\frac{1}{2}$, & un eſprit de vin plus fort donnera un plus grand vuide. Si on avoit un eſprit de vin très foible, & tel que ſeroit le nôtre, affoibli par une partie d'eau mêlée avec deux des ſiennes, l'épreuve feroit connoitre ſon degré de foibleſſe : ſi on le mêle avec un volume d'eau double du ſien, il ne donnera qu'un vuide de $2\frac{1}{2}$ de ces meſures dont il en contient 100, pendant que par le même mêlange, notre eſprit de vin pur eût donné un vuide de 5 meſures. Enfin, on voit en général, que les eſprits de vin les plus forts, mêlés en même proportion avec de l'eau, donneront une plus grande diminution de volume que celle qui ſera donnée par les eſprits de vin plus foibles.

On ſait que l'eſprit de vin & l'eau contiennent beaucoup d'air, que l'air contenu dans ces liqueurs n'y eſt nullement compreſſible ; nous avons même tâché ailleurs d'expliquer la cauſe de ce dernier phénomene. On ſait encore que l'air ſorti d'une liqueur, quand il n'eſt comprimé que par le poids de l'atmoſphere, occupe dans l'atmoſphere beaucoup plus

plus d'eſpace qu'il n'en occupoit dans la liqueur. Ces faits pourroient faire croire qu'on doit attribuer la diminution qui ſurvient aux volumes d'eau & d'eſprit de vin qu'on mêle enſemble, à l'air qui s'échape de ces deux liqueurs; que l'eau, par exemple, va prendre les places qu'occupoit dans l'eſprit de vin, l'air qui s'en échape tant que la fermentation dure, ou juſqu'à ce que le mêlange ſoit bien fait.

Pour ſavoir ſi cette idée, aſſez vrai-ſemblable, étoit vraie, j'ai verſé 50 meſures d'eau dans un tube adapté à une boule de verre, & j'ai verſé à la maniere ordinaire, c'eſt-à-dire doucement, 50 meſures d'eſprit de vin ſur l'eau, & j'ai encore marqué avec un fil, l'endroit du tube où étoit la ſurface ſupérieure de l'eſprit de vin; alors j'ai couvert le bout du tube avec un morceau de parchemin mouillé, & étroitement lié ſur le tube. Le parchemin bouchoit le tube de façon que l'air extérieur n'y pouvoit entrer, & que l'air intérieur n'en pouvoit ſortir. J'ai encore à faire remarquer une circonſtance, & même l'eſſentielle: le bouchon, le couvercle de parchemin n'étoit pas tendu uniment ſur le bout du tuyau, l'uſage auquel je le deſtinois, demandoit qu'il ne le fût pas; il s'élevoit un peu en dehors. Ce couvercle devoit m'apprendre ſi la quantité d'air qui ſortiroit des deux liqueurs, pendant qu'elles ſe mêleroient, ſeroit une quantité d'air, condenſé au point de celui qui n'eſt chargé que par le poids de l'atmoſphere, dont le volume ſeroit égal à celui dont le volume des deux liqueurs de-

voit diminuer par le mêlange qui alloit ſe faire, ou ſi le volume de cet air ſeroit plus grand ou plus petit. Dans le 1er cas, le bouchon devoit reſter dans l'état où je l'avois mis; dans le 2^d^, il devoit être plus porté vers le dehors; & dans le 3me, l'air extérieur plus puiſſant que l'intérieur, devoit repouſſer le parchemin dans le tube.

Tout étant ainſi préparé, j'ai agité & ſecoué la boule, pour obliger l'eau & l'eſprit de vin à ſe mêler. Dès que le mêlange a commencé à ſe faire, le bouchon eſt devenu concave vers l'extérieur, il a été enfoncé dans le tube par la preſſion de l'air extérieur; preuve inconteſtable du vuide réel qui ſe faiſoit dans le tube, & que toute la quantité d'air qui ſortoit de l'eau & de l'eſprit de vin, n'étoit pas égale à une quantité d'air condenſé par le poids de l'atmoſphere, capable de remplir le vuide qui ſe faiſoit par la diminution du volume des deux liqueurs. Si nous rapportons la diminution du volume des deux liqueurs à la ſomme des vuides de l'eſprit de vin qui ont été remplis par l'eau, comme tout nous a paru prouver ci-devant que nous le devions faire, il ſuit qu'il y a dans l'eſprit de vin, des vuides qui ne ſont pas occupés par un air auſſi comprimé que celui de l'atmoſphere, & que l'eau peut pénétrer dans ces vuides, quand on la mêle avec l'eſprit de vin.

Il eſt prouvé encore par cette derniere expérience, que la quantité d'air qui s'échape de l'eau & de l'eſprit de vin pendant qu'ils fermentent enſemble, n'eſt pas auſſi grande

que

que la quantité des bulles nous le feroit imaginer. Lorſque ces bulles paroiſſent dans la liqueur, elles ſont raréfiées par la chaleur qui nait de la fermentation, & elles y acquierent un volume qu'elles ne doivent pas conſerver, lorſqu'elles en ſeront ſorties.

J'ai mêlé de l'eau & du vin rouge de Bourgogne en differentes proportions. Le mêlange s'eſt fait ſans donner aucune diminution de volume; on pouvoit le prévoir ainſi, dès que l'eſprit de vin affoibli par deux parties d'eau peut être mêlé avec de nouvelle eau ſans aucune diminution de volume.

J'ai mêlé 50 meſures d'huile de lin avec 50 meſures d'huile de térebenthine: le mêlange s'eſt bien fait, mais il n'a, comme celui du vin avec de l'eau, donné aucune diminution.

Du lait & de l'eau ont été mêlés enſemble, ſans qu'il ſoit arrivé une diminution ſenſible de volume.

J'ai fait diſſoudre du ſel de ſoude dans de l'eau juſqu'à ce qu'elle en fût autant chargée qu'il étoit poſſible, j'en ai verſé 50 meſures dans un tube; j'avois marqué ſur le même tube la hauteur où devoient monter 50 autres meſures de liqueur; j'ai verſé peu-à-peu dans le tube les 50 dernieres meſures d'un très bon vinaigre ſur l'eau chargée de ſel, mais ce n'a été que peu-à-peu que j'ai verſé le vinaigre, de crainte que la fermentation ne fît ſortir une partie de la liqueur hors du tube. Quand tout le vinaigre a été introduit, & que la fermentation a été appaiſée, il s'eſt trouvé un vuide, mais très petit, il n'étoit que d'une demi-meſure. Si le vuide n'a dû être fait que

par les acides du vinaigre qui ſe ſont engagés dans les alkalis du ſel de ſoude, il n'a pas dû être grand, parce que la quantité de ces acides n'occupe pas un volume conſidérable dans le vinaigre.

Je n'ai eu auſſi qu'une très petite diminution de volume, lorſque j'ai mêlé avec les précautions néceſſaires deux parties de vinaigre diſtillé avec une partie d'eau autant chargée qu'elle le pouvoit être de ſel de tartre.

Il eſt difficile d'ailleurs de s'aſſurer avec préciſion des diminutions de volume qui arrivent aux liqueurs qui fermentent trop vivement & trop ſubitement enſemble. Une partie de la liqueur peut par les bouillonnemens être pouſſée hors du tube: l'éruption promte des bulles d'air peut même faire ſortir de la liqueur en une eſpece de pluye.

Pour obvier à ces accidens, après avoir mis dans un tube une quantité meſurée d'eau autant chargée de ſel de tartre qu'il étoit poſſible, j'ai verſé doucement dans le même tube un volume double de vinaigre diſtillé; & ſur le champ, avant que la fermentation eût eu le tems de ſe faire, lorſqu'elle commençoit à peine, j'ai fait ſceller à la lampe, le plus promtement qu'il a été poſſible, le bout du tube. Je n'ai plus eu alors d'évaporation à craindre: mais je n'avois pas penſé que bien-tôt il ne ſe feroit plus de fermentation; que les acides du vinaigre ne pourroient pas s'introduire dans le ſel alkali que l'eau tenoit diſſous. Je ſavois bien que l'air étoit néceſſaire pour les fermentations; mais je n'avois pas penſé, & je ne ſai ſi d'autres l'eus-

l'euſſent penſé, que dans deux liqueurs qui ont autant de facilité à ſe mêler qu'en ont l'acide du vinaigre & une eau chargée de ſel de tartre, la fermentation ſeroit arrêtée dès que le tube ſeroit ſcellé. Cela eſt pourtant arrivé, & j'ai eu beau agiter le tube, le ſecouer, le renverſer pendant pluſieurs jours, tout s'eſt paſſé ſans fermentation ſenſible. J'ai enfin déſcellé le tube, & la fermentation a été violente ſur le champ. Immédiatement après qu'on a ſcellé le tube, il ſe fait ſans doute de la fermentation, mais elle eſt bientôt arrêtée; dans le premier inſtant, de l'air s'échape, & il s'en échape bien une autre quantité que lorſqu'on mêle l'eſprit de vin avec l'eau. Cet air ſe trouve comprimé, il comprime la ſurface de la liqueur, il ne permet plus à de nouvel air de ſe dégager; enfin tout mouvement eſt arrêté, & par conſéquent toute fermentation, parce que l'air des liqueurs ne peut être déplacé. Mais j'aurai peut-être occaſion de parler dans d'autres tems de cette derniere expérience, qui m'a conduit à en faire d'autres qui ne ſont pas de ſimple curioſité phyſique.

Au reſte, le nombre des expériences qui peuvent être faites en alliant enſemble des liqueurs de differentes qualités eſt extrêmement conſiderable, & je n'ai eu garde de me propoſer de les épuiſer. Je n'ai même eu deſſein de donner ici qu'une ébauche qui pût mettre ſur la voye de pouſſer les épreuves plus loin, & qui rendît attentif lorſqu'on combine enſemble differentes liqueurs, au volume qui réſulte de leur mêlange. Toutes

les liqueurs acides, toutes les liqueurs salines, toutes les liqueurs alkalines, toutes les liqueurs huileuses, les liqueurs chargées de métaux, ou d'autres matieres qu'elles ont dissoutes, s'offrent pour être combinées chacune avec chacune de celles de leur espece, & pour être combinées avec celles de differentes especes. Elles demandent toutes aussi à être combinées avec l'eau commune, ou avec des liqueurs très aqueuses ; & quand dans quelques-unes des combinaisons il arriveroit que le volume seroit augmenté, qu'il résulteroit du mêlange une augmentation de volume plus grande que la diminution que l'esprit de vin mêlé avec l'eau nous a fait observer, je n'en serois pas surpris; mais ce seroit un fait nouveau & remarquable. On trouvera aussi des liqueurs qui donneront des diminutions de volume plus grandes que celle qu'a donnée le mêlange d'eau & d'esprit de vin, & cela même en mêlant simplement de l'eau avec quelque autre liqueur. Nous en allons donner un exemple fourni par une combinaison assez simple, & qui peut-être n'eût pourtant pas été une de celles que nous eussions essayées, si nous n'eussions été averti qu'elle méritoit de l'être, par M. Petit le Médecin. Quand nous avons voulu lever tout soupçon sur la diminution du volume qui paroissoit s'être faite dans le tube après le mêlange de l'eau & de l'esprit de vin, quand nous avons voulu prouver qu'elle ne devoit aucunement être attribuée à l'évaporation; que les quantités des deux liqueurs qui y avoient été versées, y étoient restées

en

en entier; nous avons dit que nous avions eu recours au peſe-liqueur, qui avoit démontré que la peſanteur ſpécifique avoit été augmentée pendant que le mêlange des deux liqueurs s'étoit fait; & cela parce que le peſe-liqueur rempli d'eau & d'eſprit de vin mêlés enſemble avoit plus peſé qu'il n'eût fait, s'il eût été rempli d'eau & d'eſprit de vin qui eût ſurnagé l'eau. M. Petit le Médecin, qui a fait un grand nombre d'expériences ſur les diſſolutions des ſels, nous apprit alors qu'il s'étoit ſervi de la même voie pour ſavoir ce qui réſulteroit du mêlange d'un volume égal d'eau & de differens eſprits acides; qu'il avoit mêlé de l'eſprit de nitre, de l'eſprit de ſel, de l'huile de tartre par défaillance, & de l'huile de vitriol; qu'il avoit mêlé, dis-je, un volume égal de chacune de ces liqueurs avec un égal volume d'eau; qu'avant que de mêler chaque liqueur avec l'eau, il avoit peſé la liqueur & l'eau ſéparément, & avec ſoin, dans un même peſe-liqueur; & qu'enfin le peſe-liqueur rempli de la liqueur compoſée avoit plus peſé que n'eût fait le peſe-liqueur rempli à moitié de l'eſprit acide & de l'eau qui l'eût ſurnagé. Le mêlange de l'eau & de l'huile de vitriol eſt celui qui lui a donné une plus grande augmentation de poids. La peſanteur ſpécifique de la liqueur compoſée a été de près de $\frac{1}{14}$ plus grande que celle qui devoit réſulter de la ſomme des peſanteurs des deux volumes égaux des mêmes liqueurs. Nous arrivons ſouvent aux mêmes vérités par des voies & par des vues differentes. Une boule adaptée à un tube de verre étant

remplie d'eau, & le tube l'étant en partie, ſi on jette du ſel ſolide dans ce tube, l'eau s'éleve à une certaine hauteur, mais l'eau deſcend enſuite peu-à-peu à meſure qu'elle diſſout le ſel. C'eſt cette expérience qui avoit engagé M. Petit à voir ce qui réſulteroit du mélange des eſprits acides avec l'eau. Ceux qui ont fait les premiers l'obſervation de l'eau qui deſcend dans le tube à meſure qu'elle diſſout du ſel, en ont conclu que le ſel diſſous, ou qu'au moins partie du ſel diſſous ſe logeoit dans les pores de l'eau.

Je ne vois point du tout que la conſéquence qu'on a tirée de l'expérience précédente, fût néceſſaire pour rendre raiſon de ce que l'eau deſcend à meſure qu'elle diſſout le ſucre. Il s'en préſente une autre cauſe, à la vérité moins recherchée, mais qui ſurement a quelque part à l'abaiſſement de l'eau, & à laquelle on doit l'attribuer en entier, juſqu'à ce qu'il ſoit prouvé qu'elle n'y ſauroit ſuffire, ce qui ne me paroit pas aiſé. Si je jette dans un vaſe qui contient de l'eau, une petite pierre compoſée de grains de ſable, telles que ſont nos pierres de grès, la ſurface de l'eau s'élevera auſſi-tôt de ce qu'exige qu'elle s'éleve le volume d'eau qui a été déplacé par la pierre. Suppoſons que les grains de cette pierre n'étoient unis que par une colle que l'eau détrempe aiſément, peu-à-péu les grains ſeront détachés les uns des autres, & la pierre ſera réduite à un petit tas de grains de ſable. Mais à meſure que cette pierre ſera pour ainſi dire diſſoute, la ſurface de l'eau

s'a-

s'abaiſſera, parce qu'il y avoit des vuides entre les grains de ſable, & que ces vuides ne ſubſiſteront plus, après que les grains auront été ſéparés ; l'eau alors remplira les vuides.

Ce que nous venons de dire d'une pierre compoſée de grains de ſable, eſt une image de ce qui ſe paſſe pendant que ſe fait la diſſolution d'un morceau de ſucre. Le ſucre le plus dur eſt ſpongieux, même à la vue ſimple, & nous ne pouvons nous empêcher d'imaginer des vuides entre les grains qui compoſent tous les ſels concrets, quoique nous ne les y voyions pas. Les gros cryſtaux de ſel, les gros cubes de ſel, ſont formés d'une infinité de petits cryſtaux, d'aiguilles, de petits cubes, &c. qui laiſſent certainement des vuides entre eux, & que l'eau remplit quand elle les diſſout. On ſait même qu'il y a une quantité d'eau conſiderable dans certains ſels, pendant qu'ils nous paroiſſent ſous une forme ſolide. Il ne nous eſt pas poſſible de déterminer juſqu'où va la ſomme de ces vuides; mais il y a apparence qu'elle doit être aſſez grande par rapport au volume, pour que la diminution qui arrive à l'eau, pendant qu'elle diſſout un ſel, puiſſe être attribuée à ce qu'elle remplit les places vuides qui lui ont été laiſſées libres.

Ces remarques, au reſte, ne ſont pas inutiles pour nous aider à voir d'où peut venir la diminution de volume qu'on obſerve dans deux liqueurs après leur mêlange; car ſi les petits grains de ſable de la pierre que nous avons fait diſſoudre, ſe ſoutenoient dans

l'eau, & ſi eux-mêmes compoſés d'autres grains, ils pouvoient être diſſous par une addition d'une plus grande quantité de liqueur, nous aurions une liqueur, celle dans laquelle nagent les grains de ſable diſſolubles, qui mêlés avec l'eau, donneroient une liqueur compoſée dont la peſanteur ſpécifique ſeroit plus grande que celle qui auroit paru devoir réſulter des deux compoſantes.

Nous allons faire l'application de cette idée à ce qui ſe paſſe lorſqu'on mêle avec de l'eau de l'huile de vitriol, qui eſt peut-être de toutes les liqueurs, au moins des liqueurs chargées de ſels, celle qui donne une plus grande diminution de volume proportionnellement à celui de la liqueur qu'on mêle avec de l'eau. Dix meſures d'huile de vitriol ont été verſées dans un tube; ſur les dix meſures on a verſé dix meſures d'eau. Après le mêlange, la diminution a été de $\frac{1}{4}$ d'une meſure. Dix autres meſures d'eau ont été verſées ſur l'eſprit de vitriol affoibli par les dix premieres meſures. Par ce nouveau mêlange, le volume total a perdu plus d'une demi-meſure. On a encore verſé dix meſures d'eau ſur l'huile de vitriol mêlée déja avec 20 meſures d'eau. Le tout a encore été mêlé, & la diminution obſervée après ce troiſieme mêlange, a été encore d'une demi-meſure. Enfin dix nouvelles meſures d'eau ont été verſées ſur le dernier mêlange, & elles n'ont pas donné $\frac{1}{4}$ de meſure de diminution. La ſomme totale des diminutions a donc été à peu près de deux meſures, ou de $\frac{1}{5}$ du volume de l'huile de vitriol. Dans une

une autre expérience on a verſé tout d'un coup 40 meſures d'eau ſur 10 meſures d'huile de vitriol, & on a eu alors deux meſures de diminution. On n'en a pas eu davantage, lorſqu'on a mêlé 50 meſures d'eau avec les 10 meſures d'huile de vitriol; les 40 meſures d'eau ſuffiſent pour diſſoudre parfaitement les 10 meſures d'huile de vitriol.

Ce que nous avons dit ci-deſſus de la maniere d'éprouver la qualité des differens eſprits de vin, leur force, s'applique ſi naturellement à l'eſſai des eſprits acides, qu'il n'eſt pas néceſſaire de s'y arrêter. On voit aſſez que dans chaque eſpece de ces acides l'eſprit acide le plus fort, le plus concentré, ſera celui qui mêlé avec l'eau, donnera une plus grande diminution de volume après le mêlange.

Mais la diminution de volume qui continue à ſe faire dans le mêlange d'eſprit de vitriol avec l'eau juſqu'à un certain terme, nous apprend que la diſſolution de l'huile de vitriol n'eſt parfaite que lorſqu'une partie de cet eſprit eſt mêlée au moins avec quatre parties d'eau.

Nous concevons donc que les acides les plus forts, les plus concentrés, ne nagent pas dans la quantité de diſſolvant néceſſaire pour les tenir parfaitement diſſous; qu'ils y ſont encore par cryſtaux, par aiguilles, qui ſont chacun eux-mêmes des paquets de cryſtaux & d'aiguilles. Une plus grande quantité d'eau étant employée, elle diviſe ces paquets de cryſtaux & d'aiguilles, & alors elle occupe les vuides qui étoient entre eux, & où elle n'avoit pu pénétrer auparavant. De-là vient

la diminution du volume qui paroît après de nouvelles additions d'eau, ou après des diſſolutions plus parfaites.

Une experience très connue, & qui offre d'abord quelque choſe de merveilleux, c'eſt que ſi on verſe ſur certains corps ſolides, ſur du plomb, par exemple, une eau forte très concentrée, un violent eſprit de nitre, la liqueur n'agit preſque pas ſur le métal: ſi on verſe ſur le même métal une eau forte affoiblie par de l'eau commune, alors elle agit plus puiſſamment. L'explication de ces faits nait naturellement des remarques précédentes. La premiere des eaux fortes ne pouvoit agir que par de trop groſſes molécules de ſel, qui n'étoient pas des coins proportionnés à la grandeur des pores du métal; & la ſeconde agit contre lui avec des parties plus ténues, avec des coins plus aigus.

Je ſens bien qu'il y a de la difficulté à ne vouloir attribuer préciſément la diminution du volume qu'aux vuides qui étoient entre les parties des grains de ſel. Notre huile de vitriol eſt compoſée de ſel & d'eau, & l'eau fait une partie conſiderable du mixte. Mais les corps les plus peſans laiſſent tant de vuides entre leurs parties, leur vraie ſolidité ſe réduit à ſi peu de choſe, qu'on ne doit nullement être étonné des vuides que laiſſe un corps dont la diviſion a été pouſſée prodigieuſement loin.

Enfin ſi on y penſe bien, je ne vois pas qu'on puiſſe ſoutenir que les ſels ſe ſont logés dans les pores de l'eau, & que c'eſt de-là qu'eſt venue la diminution du volume. Car ſui-

ſuivant cette explication, je demande pourquoi, lorſqu'on verſe de nouvelle eau ſur le mêlange de cinq parties d'eau & d'une partie de vitriol, il ne ſe fait plus de diminution de volume. On répondra ſans doute, que c'eſt que l'eau employée ci-devant a fourni aſſez de vuides pour loger tout le ſel; & qu'il faloit auſſi employer cette quantité d'eau pour offrir aſſez de place où loger les ſels. Tous les pores de l'eau ſont donc remplis, & tous les ſels logés. Cependant ſi je verſe de nouvelle huile de vitriol dans la liqueur compoſée de cinq parties d'eau & d'une d'huile de vitriol, je vais faire naitre une nouvelle diminution de volume; d'où vient cela, ſi ce n'eſt qu'en introduiſant dans la liqueur de nouvelle huile de vitriol concentrée, j'y ai introduit beaucoup de vuide, parce que j'y ai introduit des ſels qui ſont actuellement en plus groſſes maſſes que ceux qui ſont dans l'eau, & entre les parties deſquels il y a de plus grands vuides, comme les vuides qui ſont entre les grains d'une pierre ſabloneuſe ſont plus grands que ceux qui ſont entre les particules des grains de ſable de cette même pierre?

Si les ſels n'étoient bien diſſous que quand ils ſont logés dans les pores de l'eau, il s'enſuivroit qu'un égal volume d'eau pourroit tenir en diſſolution un poids, ou au moins un volume égal de tout ſel concret, parce qu'elle auroit une égale quantité de pores pour eux tous; & on ſait combien il s'en faut que l'eau tienne en diſſolution une quantité égale de tout ſel.

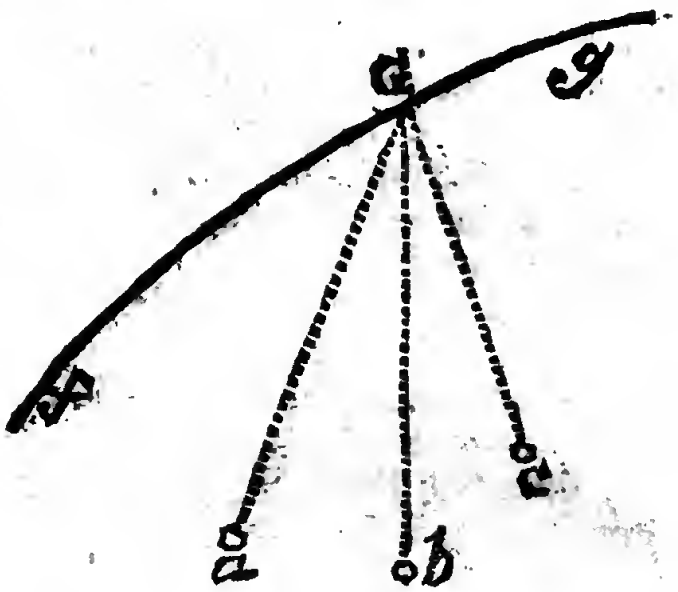
SUR QUELQUES QUESTIONS DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. CLAIRAUT.

ENTRE les differens Problêmes qui demandent pour leurs réſolutions la méthode *de Maximis & Minimis*, on peut mettre au nombre des plus curieux & des plus difficiles, ceux où l'on apprend à trouver la ligne de la plus vîte deſcente, le ſolide qui ſouffre la moindre réſiſtance de la part d'un fluide, la courbe qui ſatisfait à la fameuſe queſtion des Iſopérimetres, & toutes celles de la même nature où il faut trouver une courbe qui paſſe par deux points donnés, & qui ſatisfaſſe à quelque *Maximum* ou *Minimum*. Quoique les beaux Problêmes qu'ont donnés Mrs. Newton, Wallis, Bernoulli, Taylor, ſervent beaucoup à réſoudre ceux qu'on peut imaginer ſur la même matiere, il y en a qui renferment aſſez de généralité & de ſingularités d'analyſe pour mériter d'être donnés. J'eſpere qu'on trouvera que celui que j'explique dans ce Mémoire, eſt dans ce cas. Sa ſolution s'étend à beaucoup d'autres Problêmes, & même à la plupart de ceux qui ont été réſolus ſur cette matiere. J'ai tâché de l'expliquer de maniere, qu'on traitât plus facilement l'analyſe qu'on peut rencontrer dans les Problêmes qu'on ſe propoſera de la même ſorte.

Avant

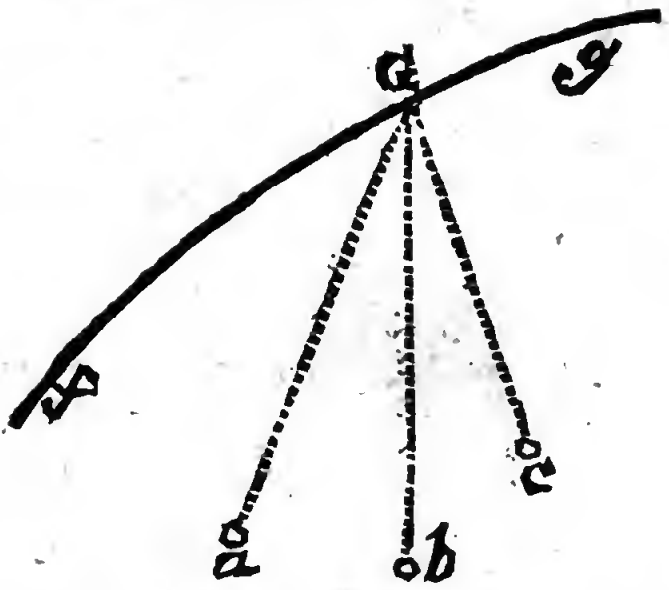
Avant que de donner mon Problême, je dirai un mot de la maniere dont je suis parvenu à me le proposer dans toute sa généralité. Voici comme je le concevois d'abord.



Supposant que sur un plan *abcfGg*, un corps *a*, ou plusieurs *a*, *b*, *c*, répandent de tous les côtés une action, comme de la chaleur, du bruit, &c. selon une loi donnée, on demande par quelle courbe il faut aller du point *f* au point *g* pour éviter, le plus qu'il est possible, cette action. Ce Problême, outre la généralité que lui donnent les differentes variations qu'on peut faire à l'égard des corps *a*, *b*, *c*, & de la loi de leur action, donne dans un cas très particulier la ligne de la plus vîte descente, même dans le cas où la pesanteur est variable d'une maniere quelconque. Je compliquai ce Problême ensuite, en supposant que tout se passe sur une surface courbe donnée; il devient alors plus général encore, & donne entre autres cas le

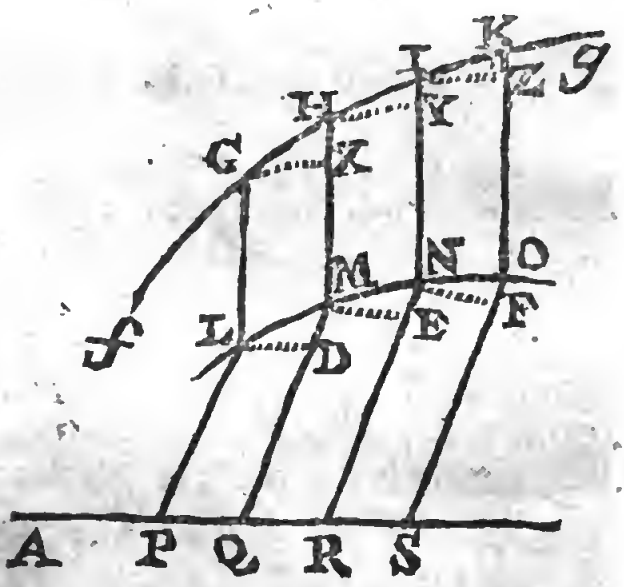
le Problême où il faut trouver entre deux points ſur une ſurface quelconque le chemin le plus court: queſtion qui a été imaginée & réſolue par le célèbre M. Bernoulli.

Je le rendis enſuite bien plus difficile, en y ajoutant la condition des Iſopérimetres, c'eſt-à-dire, en ſe propoſant d'aller ſur la ſurface donnée d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée de maniere que l'on ſouffre le moins qu'il eſt poſſible de l'action des corps a, b, c, qui ſe fait ſelon une loi donnée. Le Problême, avec cette condition de plus de la longueur donnée du chemin, doit comprendre, comme un cas particulier, celui où l'on n'eſt pas gêné par aucune condition de longueur: de même que la courbe de la plus vîte deſcente d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée renferme la cycloïde dans un de ſes cas, auſſi la ſolution générale contient-elle dans ſon équation la premiere; mais quoiqu'on ſache qu'elle y eſt, il ne ſeroit pas aiſé de l'y trouver, ſi l'on n'avoit pas réſolu le premier Problême auparavant. Pour m'en tirer plus facilement, j'imaginai une généralité plus grande que celle des Iſopérimetres, & qui cependant ne rend pas le calcul plus compliqué; c'eſt qu'au-lieu de déterminer la longueur du chemin, on ſuppoſe que quelques autres corps i, k, l, agiſſent encore ſur tous les points de la ſurface courbe, & qu'on veuille bien ſouffrir une quantité donnée de leur action: enſuite on ſe propoſe encore d'aller d'un point à un autre, de maniere qu'on



qu'on évite le plus qu'il eſt poſſible, l'action des premiers corps a, b, c.

Soit APL un plan ſur lequel on prenne



les deux coordonnées AP, x; PL, y; la troiſieme coordonnée LG, z, étant perpendiculaire à ce plan. Que X ſoit une fonction quelconque de x, y, z, qui exprime l'action des corps i, k, l, ſur le point quelcon-

conque G de la ſurface courbe. De même que X^2 ſoit une autre fonction quelconque qui déſigne l'action des corps a, b, c, ſur le même point b. Soit repréſenté enſuite par S les arcs fG de la courbe fGg, & pris pour hypotheſe que l'action totale des corps i, k, l, ſur toute la courbe fGg eſt la ſomme de toutes les actions que l'on a à chaque point b multipliées chacune par les petits côtés ds ſur leſquels elles s'exercent. Le Problême s'énonce ainſi:

Les points f & g *étant donnés ſur une ſurface courbe dont on a l'équation exprimée en* x, y, z, *trouver la courbe qui paſſe par ces points, de maniere que la quantité* ſ. X d s *qui répond à l'arc total* f G g *étant donnée, la quantité* ſ. X^2 d s *ſoit un* Minimum.

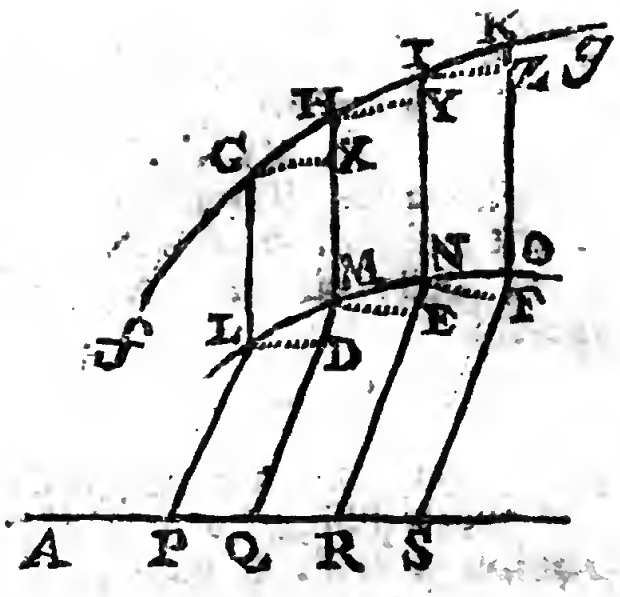
SOLUTION.

Soient GH, HI, IK, trois côtés conſécutifs de la courbe cherchée, HM, MQ, AQ; IN, NR, AR; KO, OS, AS, les trois coordonnées de chacun des trois points H, I, K, de la courbe cherchée & de la ſurface courbe en même tems; ayant mené par les points L, M, N, les droites LD, ME, NF, paralleles à AP; & par les points G, H, I, les droites GX, $H\Upsilon$, IZ, paralleles à LM, MN, NO,

Je fais $MD=a$, $HX=f$, $GH=k$.
$NE=b$, $I\Upsilon=g$, $HI=l$.
$OF=c$, $KZ=h$, $IK=m$.

Je ſuppoſe enſuite que la quantité qui étoit X au point G eſt devenue Υ au point H, &

Z



Z au point I, de même la quantité X^2 eſt Y^2 en H, & Z^2 en I.

Il eſt clair préſentement que regardant les points G, K, comme fixes, les points H & I doivent être tellement placés, que $X.GH + Y.HI + Z.IK$ étant conſtant, $X^2.GH + Y^2.HI + Z^2.IK$ ſoit un *Minimum*; & puiſque ces côtés GH, IK, doivent remplir cette condition de quelque maniere que puiſſe varier la poſition des points H & I ſur la ſurface courbe, il faudra qu'ils faſſent encore le *Minimum* demandé entre tous les differens arrangemens qu'ils peuvent avoir, en ſuppoſant ſeulement que les points H & I gliſſent dans les plans QMH, RNI, c'eſt-à-dire, qu'on peut regarder, ſi l'on veut, AQ & AR comme conſtantes.

De cette maniere, en regardant HG comme l'hypothénuſe du triangle HGX, & GX ou LM, comme celle de LMD, HI comme celle de HYI, &c. on aura

$kdk = ada + fdf$, $ldl = bdb + gdg$, $mdm = cdc + hdh$.

ou $dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}df$, $dl = \frac{b}{l}db + \frac{g}{l}dg$, $dm = \frac{c}{m}dc + \frac{b}{m}dh$.

Et à cauſe que les points G & K ſont ſuppoſés fixes, on aura $da + db + dc = 0$, $df + dg + dh = 0$. Employant ces deux équations à chaſſer db & dg des équations précédentes, celle où ces deux quantités ſont deviendra

$$dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}df - \frac{g}{l}dh.$$

Si l'on fait attention enſuite que df n'eſt autre choſe que la difference de MH, parce que $MH = LG + HX$, & que MH eſt par l'équation de la ſurface courbe une fonction de AQ & de QM; ſa difference, en prenant AQ pour conſtante, pourra être exprimée par $pd(MH)$ ou $pda.p$, marquant une fonction de AQ & de QM. De la même maniere on prendra pour $db + dg$ ou $-dh$ la difference de IN qu'on exprimera par $q.d(RN)$, ou $q(da + db)$, ou $-qdc$. On a donc ainſi $df = pda$ & $dh = qdc$. Subſtituant ces valeurs dans celles de dk, dl & dm, elles deviendront

$$dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}pda, \quad dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}pda - \frac{g}{l}qdc,$$

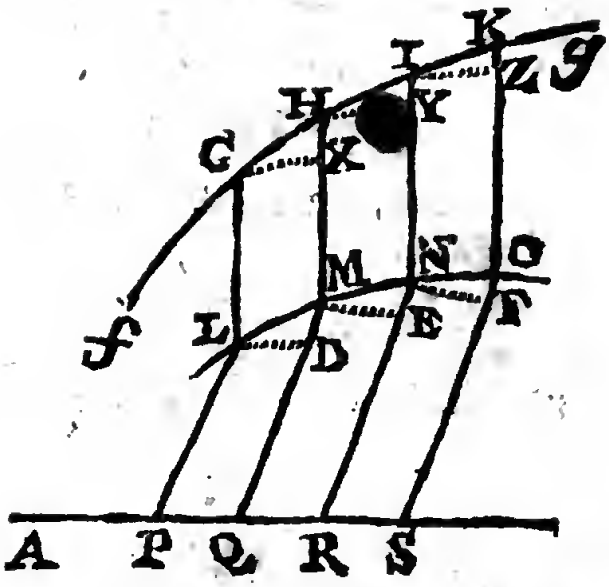
$$dm = \frac{c}{m}dc + \frac{b}{m}qdc.$$

Préſentement les conditions du Problême demandent que $Xk + Yl + Zm$ étant conſtant, $X^2k + Y^2l + Z^2m$ ſoit un *Minimum*, c'eſt-à-dire, que l'on a les deux équations

$Xdk + Ydl + ldY + Zdm + mdZ = 0$.

$X^2dk + Y^2dl + ldY^2 + Z^2dm + mdZ^2 = 0$.

Je



Je n'ai point pris la difference de X ni de X^e, parce que ces fonctions ſont compoſées de AP, PL, LG, qui ſont ſuppoſées conſtantes.

Pour ſatisfaire à la premiere équation, il faut mettre pour dk, dl & dm, $d\Upsilon$ & dZ leurs valeurs.

Il nous manque celle de $d\Upsilon$ & de dZ, mais faiſant attention que Υ eſt une fonction de AQ, QM & MH, & que MH en eſt une de AQ & de QM par l'équation de la ſurface courbe, on verra que Υ n'eſt autre choſe qu'une fonction de AQ & QM; ſa difference, en ſuppoſant AQ conſtant, ſera donc une fonction de AQ & QM que j'appelle S multipliée par $d(QM)$ ou da.

De même dZ ſera une fonction de AR & RN que j'appelle T multipliée par $d(RN)$, ou $da+db$, ou $-dc$. On a donc $d\Upsilon=S\,da$, $dZ=-T\,dc$.

On peut faire évanouir préſentement $d\Upsilon$, dZ, dk, dl, dm, & l'on aura

$$\frac{Xa}{k}da+\frac{Xfp}{k}da-\frac{\Upsilon b}{l}da-\frac{\Upsilon b}{l}dc-\frac{\Upsilon gp}{l}da-\frac{\Upsilon gq}{l}dc+lSda$$
$$+\frac{Zc}{m}dc+\frac{Zbq}{m}dc-mTdc=0.$$

Paſſant tous les termes où ſont da, de l'autre côté, on aura

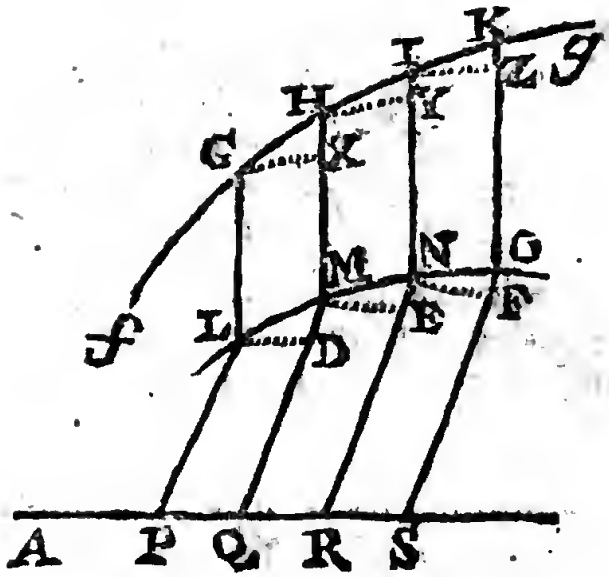
$$(-\frac{\Upsilon b}{l}-\frac{\Upsilon gq}{l}+\frac{Zc}{m}+\frac{Zbq}{m}-mT)dc=(-\frac{Xa}{k}-\frac{Xfp}{k}+\frac{\Upsilon b}{l}+\frac{\Upsilon gp}{l}-lS)da.$$

Dans cette équation on remarquera que $\frac{Zc}{m}$ eſt ce que le terme $\frac{\Upsilon b}{l}$ eſt devenu, lorsque AP eſt devenu AQ, de ſorte qu'au-lieu des deux termes $\frac{Zc}{m}-\frac{\Upsilon b}{l}$, on peut mettre $d(\frac{\Upsilon b}{l})$. De même qu'au-lieu de $\frac{Zbq}{m}+\frac{\Upsilon gq}{l}$, ou $q(\frac{Zb}{m}-\frac{\Upsilon g}{l})$, on peut mettre $qd(\frac{\Upsilon g}{l})$. En faiſant la même opération dans le ſecond membre de l'équation, elle aura cette forme

$$[d(\frac{\Upsilon b}{l})+qd(\frac{\Upsilon g}{l})-mT]dc=[d(\frac{Xa}{k})+pd(\frac{Xf}{k})-lS]da.$$

Nous n'avons encore ſatisfait qu'à la premiere des deux équations qui expriment les qualités du Problême, il faut faire les mêmes opérations à l'égard de la ſeconde; mais comme elle ne diffère de la premiere qu'en ce que X^2 répond à X, Υ^2 à Υ, &c. le réſultat ne doit differer que par X^2 pour X, &c. & par les quantités dérivées de X^2 pour celles qui viennent de X; c'eſt-à-dire, qu'au-

lieu



lieu de S, nous mettrons la quantité qu'on a de la même maniere avec X^2 qu'on a S avec X; nous appellerons cette quantité S^2. L'équation que l'on aura de cette maniere ſera

$$[d(\frac{T^2 b}{m})+qd(\frac{T^2 g}{l})-mT^2]dc=[d(\frac{X^2 a}{k})+pd(\frac{X^2 f}{k})-lS^2]da.$$

Diviſant l'équation précédente par celle-ci, on fera évanouir da & dc, & l'on aura

$$\frac{d(\frac{T^2 b}{l})+qd(\frac{T^2 g}{l})-mT^2}{d(\frac{T^2 b}{l})+qd(\frac{T^2 g}{l})-mT^2}=\frac{d(\frac{X^2 a}{k})+pd(\frac{X^2 f}{k})-lS^2}{d(\frac{X^2 a}{k})+pd(\frac{X^2 f}{k})-lS^2}.$$

Et comme dans cette équation le ſecond membre eſt poſitivement ce que devient le premier, lorſque AP devient AQ, il s'enſuit que la quantité exprimée par le ſecond membre, ou par le premier, eſt conſtante dans toute la courbe.

On a donc l'équation de la courbe cherchée en égalant cette quantité à une conſtante.

Mais avant de le faire, mettons pour a sa valeur ordinaire dy; pour f, dz; pour k, ou l, qui en differe infiniment peu, ds, on aura de cette maniere $\frac{d(\frac{X\,dy}{ds}) + p\,d(\frac{X\,dz}{ds}) - S\,ds}{d(\frac{X^2\,dy}{ds}) + p\,d(\frac{X^2\,dz}{ds}) - S^2\,ds} = A$ pour l'équation demandée.

On se ressouviendra, pour employer cette équation, que 1°. X est la fonction qui exprime l'action des corps i, k, l, dont la somme des effets est constante; que cette fonction est composée de x, y, z, ou simplement de x, y, parce que la surface courbe peut faire chasser z par son équation.

2°. Que $S\,dy$ est la difference de cette fonction, en supposant x constante.

3°. Que $p\,dy$ est la difference de z, en supposant x constante.

4°. Que X^2 est la fonction qui exprime l'action des corps a, b, c, qu'il faut éviter le plus qu'il est possible.

5°. Que $S^2\,dy$ est sa difference, en supposant x constante.

COROLLAIRE I.

Si l'on veut présentement que le Problême soit des questions des Isopérimetres, c'est-à-dire, que la longueur fg étant donnée, on veuille que l'action soit la moindre, il faudra regarder l'action des corps i, k, l, comme constante, parce qu'alors la somme totale de leurs effets sera proportionelle à la longueur fg. Il n'y a donc qu'à faire $X = b$, par conséquent

quent $S=0$, & l'équation précédente deviendra

$$\frac{d\left(\frac{b\,dy}{ds}\right)+p\,d\left(\frac{b\,dz}{ds}\right)}{d\left(\frac{X^1\,dy}{ds}\right)+p\,d\left(\frac{X^1\,dz}{ds}\right)-S^1\,ds}=A.$$

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la courbe qu'il faut décrire pour aller de f à g, en évitant le plus qu'il eſt poſſible l'action des corps a, b, c, ſans déterminer ni longueur de chemin, ni ſomme totale d'actions des corps i, k, l, on n'a qu'à ſuppoſer l'action de ces corps egale à zéro, c'eſt-à-dire, $X=0$, & l'on aura $d\left(\frac{X^1\,dy}{ds}\right)+p\,d\left(\frac{X^2\,dz}{ds}\right)=S^2\,ds$.

COROLLAIRE III.

En ſuppoſant dans cette équation X^2 conſtante, c'eſt-à-dire, l'action des corps a, b, c, la ſomme totale de cette action, qui eſt un *Minimum*, eſt proportionelle à l'arc fg, de maniere que la courbe fg eſt alors la plus courte qu'on puiſſe décrire entre f & g. Mettant donc c pour X^2, & par conſéquent 0 pour S^2, on aura dans ce cas $d\left(\frac{c\,dy}{ds}\right)+p\,d\left(\frac{c\,dz}{ds}\right)=0$, ou $d\left(\frac{dy}{ds}\right)=-p\,d\left(\frac{dz}{ds}\right)$, ou, en ſuppoſant ds conſtant, $ddy=-p\,ddz$, équations des lignes les plus courtes ſur toutes les ſurfaces courbes.

COROLLAIRE IV.

Si dans notre Problême, au-lieu de ſuppoſer que l'action des corps a, b, c, i, k, l, ſe faſſe ſur une ſurface courbe, on vouloit que tout ſe paſſât ſur un plan, il faudroit faire $z=0$, & par conſéquent $p=0$, & l'équation ſeroit dans ce cas

$$\frac{d\left(\frac{X dy}{ds}\right)+S ds}{d\left(\frac{X' dy}{ds}\right)+S' ds}=A.$$

COROLLAIRE V.

Si au-lieu de demander la courbe fg, qui ſouffrît la moindre action des corps a, b, c, on vouloit celle par laquelle un corps deſcendroit le plus vîte, il faudroit faire $X^2=\frac{1}{V}$, V exprimant la vîteſſe du corps qui deſcend, lorſqu'il eſt en G, parce qu'alors la ſomme des $X^2 ds$, qui eſt le *Minimum*, eſt la ſomme des $\frac{ds}{V}$ ou le tems. Et pour avoir la valeur de V, ſi on ſuppoſe la gravité comme elle exiſte ſur la ſurface de la terre, V ſera proportionnel à $\sqrt{(b-z)}$, ſuppoſant que b ſoit la hauteur d'où le corps arrivé en G a commencé à tomber, & que les lignes GL, HM, ſoient verticales, comme la Figure l'indique.

Mais ſi l'on vouloit que la gravité fût toute

te differente; que, par exemple, elle dépendît de l'attraction de pluſieurs corps qui agiſſent ſelon une fonction de leurs diſtances, il ſeroit toujours aiſé d'avoir la valeur de V, elle ſeroit toujours quelque fonction de ces diſtances, & par conſéquent de x, y, z, de ſorte qu'en mettant pour X^2, 1 diviſé par cette fonction de x, y, z, qui exprime la viteſſe, on auroit la ligne de la plus courte deſcente.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 28 Mai 1733.

Par M. GODIN. *

J'AI fait cette Obſervation à *Guillerval*, Village ſitué près d'*Etampes*, & ſous le même Méridien à peu près que *Verſailles*, c'eſt-à-dire, plus occidental que l'Obſervatoire Royal de *Paris* de 50″ de tems.

J'avois préparé une très bonne Lunette de 7 pieds, & j'avois mis au foyer commun des Verres un Micrometre qui eſt de l'invention de *Theodore de Balthazaris*, & qu'il a décrit dans ſa *Micrométrie* imprimée à *Erlang* en 1710. † C'eſt une Vis dont les pas ſont à droite dans une moitié, & à gauche dans l'au-

* 6 Juin 1733.

† *Cap.* 3. §. 26. *p.* 48.

l'autre moitié; ce qui fait que quand on la tourne, deux index à écroue qui y ſont ajustés s'approchent ou s'éloignent également l'un de l'autre.

Le diametre de la Lune meſuré dans la direction de ſon orbite, ou, ſuivant le chemin de l'ombre, ſur le diſque de la Lune, fut trouvé de 991 parties du Micrometre, d'où j'ai déduit les doigts éclipſés que j'avois obſervés en parties du Micrometre.

Le jour de l'Eclipſe le tems fut couvert devant & après midi, mais le 27 & le 29 je pris des hauteurs correſpondantes, & le paſſage du Soleil par un Quart de Cercle que j'y ai fixé dans le Méridien, d'où j'ai déduit le tems vrai avec une entiere certitude.

Sur le ſoir, le Ciel s'étant découvert vers l'Orient,

à 8h 18′ 0″ la Lune ſortit des nuages.
8 19 54 L'Eclipſe étoit de ... 4doigts 45′
8 22 51 *Mare Criſium* toute ſortie de l'ombre.
8 24 48 . . . . . 4 2
8 26 20 *Taruntius* hors de l'ombre.
8 29 16 L'Eclipſe eſt de . . . 3 31
8 32 44 . . . . . 2 53
8 34 41 L'ombre au milieu de *Mare Nectaris*.
8 40 18 . . . . . 1 48
8 44 33 . . . . . 1 26
8 46 42 . . . . . 1 7
8 48 20 . . . . . 0 45
8 52 36 Fin de l'Eclipſe.

Les deux phaſes de *Taruntius* & de *Mare Nectaris* ne ſont pas ſi exactes que les autres, dont

dont j'ai été fort content. L'endroit de la Lune où étoit l'ombre eſt beaucoup moins diſtinct que le reſte du diſque, c'eſt ce qui fait que je n'ai pas pris davantage de Taches.

Dans cette Eclipſe l'ombre m'a paru mieux terminée qu'en aucune autre de celles que j'ai encore obſervées depuis douze à treize ans, ce qui a donné la commodité de meſurer les doigts avec beaucoup d'exactitude. Le cercle de l'ombre paſſoit alors par des Mers, car la portion qui étoit ſur le diſque de la Lune étoit terminée par des rayons qui paſſoient ſur Terre par le *Golphe de Bothnie*, par la *Mer Baltique*, par celle de *Hollande*, par la *Manche*, par les *Iſles Canaries*, celles du *Cap vert*, & enfin par l'*Océan*.

Quoique je n'aye pas vu le milieu de cette Eclipſe, qui eſt arrivé lorſque la Lune étoit ſous l'horizon, néanmoins par la comparaiſon des phaſes que j'ai priſes, je trouve que l'obſervation a devancé de près de 2 minutes le calcul exactement fait; ce qui donneroit le milieu de l'Eclipſe à très peu près du vrai à 7^h $19'$ à *Paris*. Le milieu de la derniere Eclipſe de Soleil ſe trouve par mon obſervation le 13 Mai à 6^h $51'$; il y a donc entre ces deux milieux un intervalle de 15 jours 0^h 28^4 pour le tems que la Lune a employé à aller de la Conjonction à l'Oppoſition, en prenant le milieu de ces Eclipſes pour le moment vrai des Syzygies; mais la moitié du mois ſynodique moyen eſt de 14 jours 18 heures $22'$: il y a donc eu dans le mouvement de la Lune au Soleil un retardement de 6^h $6'$ ſur le moyen. Dans cette derniere, la Lune étoit

dans ſon apogée où elle avoit paſſé le matin du jour même de l'Eclipſe, & par conſéquent ſon mouvement étoit alors plus lent d'environ 9 minutes de degré par heure que dans ſon périgée, où elle étoit à peu près dans le tems de la derniere Eclipſe de Soleil.

HISTOIRE DE LA CARPE.

Par M. PETIT le Médecin. *

J'AI démontré, il n'y a pas longtems, à l'Académie, le Cœur d'un gros Poiſſon, qui malheureuſement étoit tronqué de la ſeule Oreillette qu'il avoit dans ſon état naturel: c'eſt le défaut de cette Oreillette qui eſt cauſe que je n'ai point donné la deſcription de ce Cœur. Cela m'a engagé à diſſéquer les Cœurs de pluſieurs de nos Poiſſons, pour reconnoitre les differences ou les rapports qu'ils peuvent avoir avec celui que j'ai démontré. J'ai trouvé qu'il differoit peu du Cœur de la Carpe par la ſtructure. Il differoit conſiderablement par la groſſeur, puiſque le Cœur de ce Poiſſon avoit 3 pouces de hauteur & autant de largeur, & un pouce ½ d'épaiſſeur; le Cœur de la Carpe n'a que 7 à 8 lignes de hauteur & 4 à 5 lignes de largeur.

J'ai en même tems obſervé que nous n'avions qu'une légere connoiſſance des parties internes de nos Poiſſons les plus communs, ce qui

* 18 Juillet 1723.

qui m'a déterminé à les examiner avec exactitude. J'y ai découvert pluſieurs choſes qui ont échapé à la recherche de ceux qui y ont travaillé.

Je ne parlerai point des parties externes, elles ſont aſſez bien décrites dans le Théatre des Animaux de M. Ruiſch *. La Figure qu'il en donne n'eſt pourtant pas des meilleures. C'eſt la même que le Cyprinus de Jonston, auſſi-bien que celle de Blaſius †. Il n'a pas repréſenté les appendices ou mouſtaches qui ſont au deſſus de la levre ſupérieure, & celles qui ſont aux coins des deux levres. Il n'a pas mis les rayons qui ſont ſur les écailles, non plus que la ligne qui ſe trouve dans toute la longueur du corps ſur les deux côtés de la Carpe. Ces choſes ſe voyent aſſez bien dans la Figure que Rondelet en a donnée ‡, hors la ligne dont nous venons de parler qui n'eſt pas dans ſa place naturelle, elle n'eſt pas droite comme il l'a marqué; outre cela la tête de ſa Carpe eſt trop allongée & trop étroite par rapport à la longueur du corps; enfin le port de ce poiſſon n'y eſt pas bien repréſenté. Tout cela m'a engagé d'en donner une nouvelle Figure. Elle a été faite ſur une Carpe uvée, Tab. I. Fig. 1. Les Carpes laitées n'ont pas le ventre ſi gros.

Je dois avertir ici que lorſque je décrirai la ſituation des parties, je m'exprimerai de la même maniere que les Anatomiſtes ont fait en

* *Theat. Anim. tom.* 1. *pag.* 81 *fig.* 4.
† *Anat. Anim. Tab.* 52. *fig* 8.
‡ *Hiſt. Piſc. part.* 2. *p.* 150.

en donnant la ſituation des parties de l'homme & des animaux à quatre pieds. Je dirai, par exemple, que les œufs, la laite dans la Carpe, s'étendent depuis la partie ſupérieure de l'abdomen juſqu'à la partie inférieure; que le canal de la véſicule aërienne s'inſere à la partie poſtérieure de l'eſtomac, ou, ſi l'on veut, au fond de la gotge; que les dents de la Carpe ſe trouvent à la partie poſtérieure du cœur, &c.

Je ne parlerai pas de l'uſage de toutes les parties des Poiſſons, cela eſt inutile, puiſque l'eſtomac, les boyaux, le foye, les reins, &c. ont les mêmes uſages que dans l'homme & les animaux à quatre pieds. Je m'étendrai ſeulement ſur l'uſage de quelques-unes qui ſont particulieres à la plupart des Poiſſons, comme la véſicule aërienne, les appendices de l'eſtomac & des boyaux, &c. mais je ne parlerai de cet uſage qu'après avoir donné l'hiſtoire de pluſieurs Poiſſons qui auront les mêmes parties, parce qu'il y en a dont la ſtructure de ces parties eſt plus évidente, & qui par conſéquent nous fourniront les moyens de donner des explications plus probables de leurs uſages.

Je vais démontrer ce qu'il y a de ſingulier dans les Ecailles de la Carpe, & dont les Auteurs n'ont point parlé, après quoi je décrirai les parties du bas-ventre; c'eſt ce qui fera le ſujet du premier Mémoire. Le ſecond comprendra l'anatomie de toutes les parties de la Tête.

Des Ecailles.

Tous les poiſſons ſont revêtus de peau ou d'é-

d'écaille, tant dans la Mer & les Rivieres, que dans les Etangs & les Lacs. La Carpe eſt peut-être celui de tous les poiſſons qui a de plus grandes écailles à proportion de ſa grandeur. * Rondelet a bien exprimé les écailles dans la Figure qu'il en a donnée; il a même pouſſé ſon exactitude juſqu'à repréſenter les lignes qui s'y trouvent, mais il me paroit qu'il les a un peu trop marquées.

En général, on trouve pluſieurs ſortes de couleurs dans les écailles des poiſſons. Dans la même Carpe il y en a de brunes, de jaunes & de blanches. La couleur brune domine dans les plus grandes écailles; dans les moyennes, c'eſt la jaune & la dorée, & dans les petites, c'eſt la blanche & l'argentée. On verra ci-après que l'on trouve ces trois couleurs dans chacune des grandes écailles.

Je vais les examiner dans les Carpes les plus communes, qui ſont de 16 à 18 pouces de longueur, tout compris, c'eſt-à-dire, 9 à 10 pouces entre œil & bat. †.

En général, plus les Carpes ſont grandes, plus les écailles ſont brunes. Rondelet aſſure que les plus jeunes Carpes ont les écailles plus rembrunies que les vieilles, qui tirent ſur le jaune.

J'ai diſſéqué des Carpillons laités & uvés, ils étoient longs depuis 5 pouces juſqu'à 9. Toutes les écailles étoient argentées, & la plupart n'avoient de brun que le contour extérieur.

* *Hiſt. Piſc. part.* 2. *p.* 110.

† C'eſt ce qui eſt depuis les ouïes juſqu'à l'endroit où commence la nageoire de la queue, c'eſt-à-dire, entre la tête & la queue.

Les plus grandes écailles occupent le milieu des côtés de la Carpe par rapport à sa longueur; plus elles sont près de la tête, plus elles sont grandes.

Les écailles de moyenne grandeur sont du côté de la queue, les plus petites sont sous le ventre, & sont d'autant plus petites qu'elles sont plus près de la tête.

Les plus grandes écailles ont 7 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 8 lignes de longueur, & 6 lignes jusqu'à 6 $\frac{1}{2}$ de largeur. Il s'en trouve assez souvent qui sont aussi larges que longues: elles sont épaisses de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ de ligne; en général plus elles sont petites, plus elles sont allongées, il y en a qui n'ont que 3 lignes de longueur & 2 lignes de largeur.* La Figure *A,B,C,D,E,* en représente une grande au naturel. Lorsqu'elles sont encore sur la Carpe, il n'en paroit tout au plus que le tiers *C, B, E,* qui est coloré; cette partie externe est souvent d'un jaune un peu rembruni. Cette couleur paroît être dans la propre substance de l'écaille, on ne peut l'ôter entierement en raclant l'écaille qu'on n'en enleve une portion, hors un endroit qui appartient à la membrane qui attache les écailles, & c'est aussi l'endroit qui paroît le plus brun sur l'écaille. Il y a sur cette partie externe des lignes en forme de rayons qui partent de la circonference *B,E,C,* Fig. 2. & tendent au point *D* comme à un centre.

Le dessous de l'écaille opposée à cette partie externe est argenté au moyen d'une membrane

* Tab. I. Fig. 2.

brane extrêmement fine qui porte cette couleur, que l'on enleve facilement avec la membrane, & qui laiſſe l'écaille blanche en cet endroit. La partie ſupérieure de l'écaille *A*, *B*, *C*, *E*, eſt envelopée de membranes collées à l'une & à l'autre parois, mais ſi foiblement qu'elle n'y paroît point du tout adhérente. Lorſqu'on a enlevé la membrane, cette partie de l'écaille eſt toute blanche & tranſparente comme de la corne. On y découvre des lignes en forme de rayons qui partent de la circonference *B*, *A*, *C*, & vont ſe rendre au point *D*, comme à un centre.

Cette portion d'écaille eſt cachée par trois autres écailles, c'eſt-à-dire, par une portion de chacune de ces trois écailles, comme on le voit dans la 3e. Fig. où l'on a laiſſé une écaille ſans couleur. Il y en a deux qui couvrent les côtés de cette écaille, qui couvre auſſi les côtés des deux autres écailles, & il y en a une troiſieme qui couvre le milieu de cette écaille, & les côtés des deux autres.

Toutes ces écailles tiennent enſemble par le moyen des membranes qui les envelopent; car la membrane qui envelope les deux ſurfaces de la partie de l'écaille *A*, *B*, *C* n'y tient que légerement; mais elle tient très fort à l'endroit *B*, *D*, *C*, où elle attache les autres écailles qui ſont deſſus & deſſous. Il faut même remarquer qu'il y a un petit rebord membraneux flottant autour de *B*, *E*, *C*, & c'eſt principalement ſous ce rebord où l'attache eſt forte. Tout cela n'empêche pas qu'il n'y ait un peu de jeu dans les écailles, les unes à l'égard des autres, ſans cela la Carpe

pe ne pourroit ſe courber vers les côtés, comme elle fait dans ſes mouvemens. Ces membranes tiennent très fortement à la membrane tendineuſe qui envelope tout le corps de la Carpe, & en ſont une continuité.

Si l'on examine bien la partie externe de la Carpe, on remarque une ligne brune de chaque côté qui s'étend depuis la tête juſqu'à la queue. Cette ligne paroît brune, * parce que la membrane qui attache la partie inférieure de l'écaille eſt très brune dans ſon milieu. Je l'ai vu quelquefois rouge.

On trouve dans la ſubſtance des écailles, où l'on voit cette ligne, un canal long de 2 lignes ou 2 lignes $\frac{1}{2}$, qui a environ un quart de ligne de diametre. On peut introduire une petite épingle de cette groſſeur, mais elle y entre plus facilement par la partie interne & inférieure que par la partie externe & ſupérieure de l'écaille. Ce canal va de haut en bas de cette écaille, ou de bas en haut, & obliquement de dehors en dedans; elle ſe continue d'une écaille dans l'autre ſucceſſivement, depuis la tête juſqu'à la queue. Il y a, entre chaque écaille, un petit canal membraneux qui en fait la continuité.

Quel eſt l'uſage de ce canal? c'eſt ce qu'il faudra chercher. Je ne ſai ſi quelqu'un l'a donné; je ne l'ai trouvé décrit en aucun endroit.

Après avoir obſervé ce qu'il y a de ſingulier dans les parties externes de la Carpe, il faut venir aux parties internes.

Di-

* TAB. I. Fig. 2.

Diviſion de la Carpe.

Je diviſe la Carpe en quatre parties, 1°. la tête, 2°. la poitrine, 3°. le bas-ventre, 4°. & la queue. La tête ſe prend depuis le muſeau juſqu'à l'extrémité des couvercles des ouïes, vis-à-vis desquelles ſe trouve la poitrine, car il n'y a point de cou entre la tête & le tronc de la Carpe; la poitrine eſt ſéparée du bas-ventre par le diaphragme, elle renferme ſeulement le cœur, & une partie conſiderable des reins; le bas-ventre contient les entrailles; la queue commence à l'anus, & eſt toute muſculeuſe. Je ne parlerai dans ce Mémoire que des parties du bas-ventre, & de la partie des reins qui eſt de la poitrine.

Abdomen.

L'abdomen ou le bas-ventre eſt, comme l'on ſait, une cavité du corps, qui ſe prend depuis le diaphragme juſqu'à l'anus. Tous les Anatomiſtes ſavent de quelle maniere elle eſt formée dans l'homme & les animaux à quatre pieds, mais je ne connois perſonne qui l'ait examinée dans la Carpe. Ce poiſſon a la cavité du bas-ventre formée par les vertebres du dos, & par des muſcles, qui ſont tous differens de ceux de l'homme & des animaux à quatre pieds, comme nous le ferons voir en parlant des muſcles; mais elle a outre cela des arrêtes en forme de côtes * *A*, il y en a 16 de chaque côté; on les voit dans ces figures † à travers le péritoine comme

* Tab. II. Fig. 1. † Tab. IV. & VI.

me une ſimple ligne; elles ſortent de chaque vertébre, depuis le diaphragme juſqu'à l'anus où ſe termine le bas-ventre, comme en pointe de cône. Le dedans de l'abomen eſt revêtu du péritoine dans la Carpe, comme dans les autres animaux.

Anus.

L'anus, les Mariniers l'appellent *umbilic*, ou le fondement, a auſſi ſes ſingularités; voici ce qui paroît à l'extérieur, dans la Carpe. * Il ne conſiſte pas ſeulement dans une ouverture par où elle décharge les excrémens des boyaux, il comprend encore deux autres ouvertures; l'une donne paſſage aux œufs dans les femelles, & à la ſemence dans les mâles, lorſqu'ils s'en déchargent; & l'autre laiſſe paſſer l'urine de la veſſie: de ſorte que voilà trois conduits qui aboutiſſent à cet endroit. Le premier eſt l'extrémité du rectum, qui eſt proprement l'anus, il eſt le plus large des trois, il a environ deux lignes & demie, mais il peut s'élargir juſqu'à 5 ou 6 lignes.

Le ſecond eſt l'extrémité des deux capſules qui envelopent les œufs, & qui ſe réuniſſent en un ſeul canal, dont l'extrémité n'a qu'une ligne de large, ou une ligne & demie, ſelon la grandeur des Carpes; elle peut beaucoup s'étendre: on peut donner le nom de *vulve* à cette ouverture.

Mais dans les mâles elle eſt plus étroite, c'eſt l'extrémité des deux membranes qui envelopent la laite; elle aboutit en cet endroit par

* TAB. II. Fig. 1. G.

par un canal qui a une ligne & demie de diametre.

Le troiſieme eſt l'embouchure de la veſſie, il a demi-ligne ou $\frac{1}{4}$ de ligne de largeur; & toutes ces ouvertures ne ſont pas rondes, elles ſont applaties les unes ſur les autres, il n'y a que la 3e. qui eſt en quelque maniere ronde; elles ſont ſéparées les unes des autres par des membranes qui n'ont pas un quart de ligne d'épaiſſeur.

Tout cela forme cette partie extérieure appellée *podex* par Rondelet: elle eſt en quelque maniere tiangulaire dans les Carpes laitées; mais elle l'eſt moins dans les Carpes uvées, & a environ 4 lignes de diametre juſqu'à 5 lignes. J'ai piqué cette partie dans les Carpes vives avec la pointe d'une aiguille, on n'y apperçoit aucun mouvement, & néanmoins elle s'eſt inſenſiblement retrécie de la moitié.

Eſtomac.

* L'eſtomac, ou le ventricule, prend ſon origine du fond de la gorge, il paſſe à travers le centre du diaphragme, il a la figure d'un boyau qui a ſix pouces & quelques lignes de longueur, & s'étend ſuivant la longueur de l'abdomen; il a 4 lignes de diametre juſqu'à 5 lignes du côté du diaphragme, mais il diminue peu à peu, & n'a plus que 3 à 4 lignes à ſon extrémité du côté de l'anus, où il ſe replie pour former le premier boyau.

† Cet eſtomac ‡ eſt envelopé de tous côtés par

* Tab II. *AA* Fig. 2. & 3. Tab III. *DE.* Fig. 1 & 2.

† Il faut lire l'Explication des Figures des Tables II. & III. ‡ Tab. III. *DE.*

par les boyaux & le foye, & ſort de ce paquet, à 1 pouce, ou 1 pouce ½, de l'endroit où il ſe replie pour produire le premier boyau; c'eſt le repli le plus près de l'anus: il n'y avoit ni pilore, ni valvule à ce repli, comme j'en ai vu dans le brochet & d'autres poiſſons. Je n'ai trouvé aucune difference entre cet eſtomac & le premier boyau, qui commence à ce premier repli, à deux pouces de l'anus; on diroit à voir ce repli, que c'eſt l'eſtomac qui le forme.

Il y a quantité de rides longitudinales dans ſa partie interne, & c'eſt ce qui m'a engagé de donner le nom d'eſtomac à cette partie, avec d'autant plus de raiſon, que je ne trouve point d'autre partie qui faſſe cette fonction. [a] Il reçoit le canal cholidoque à 2 lignes du diaphragme; ce canal forme un mamelon à la partie interne de l'eſtomac, où l'on reconnoit ſon orifice.

Inteſtins.

[b] Le premier boyau remonte vers le diaphragme, il a trois pouces & demi de longueur, & 3 lignes de diametre.

[c] Le ſecond boyau eſt formé par le repli du premier, il a environ 3 pouces de longueur, & 2 lignes ½ de diametre, il deſcend de haut en bas.

[d] Le troiſieme boyau remonte de bas en haut, & a 2 lignes de diametre; il a 4 à 5 pou-

[a] TAB. II. Fig. 2. 1, 1. Tab. II. Fig. 2. 2. Tab. II. 2. Fig. 2. & 3. [b] TAB. III. Fig. 1. *E*, 1. [c] TAB. III. Fig. 1. *E*, 1. Tab. [d] TAB. III. 3, 3. Fig. 1.

pouces de longueur, en y comprenant la courbure qu'il forme de droit à gauche vers le diaphragme, par laquelle il produit une eſpece d'anneau, avec une portion du 4me. boyau qui renferme une portion du foye.

[a] Le quatrieme boyau a 2 lignes de diametre, & 4 pouces ou 4 & ½ de longueur, en y comprenant la moité de l'anneau qu'il fait avec le boyau précédent, comme nous venons de le dire: il deſcend vers l'anus.

[b] Le cinquieme boyau a environ 4 pouces de longueur & 2 lignes de diametre, il remonte vers le diaphragme, à un pouce & demi duquel il ſe replie, pour former le boyau ſuivant.

[c] Le ſixieme eſt le plus long de tous, il a ſix pouces, quelquefois plus, de longueur, & une ligne & demie de diametre ou 2 lignes, quelquefois trois à quatre lignes: il ſe termine à l'anus: il eſt envelopé en partie par les autres boyaux & le foye; dans les Carpes laitées, ce boyau eſt logé, pour la plus grande partie, [d] dans une goutiere pratiquée dans la laite.

Ces inteſtins n'ont point de méſentere, ils ſont liés enſemble par les parties du foye qui ſe trouvent logées & attachées entre les eſpaces qu'ils laiſſent entre leurs circonvolutions. Les Figures 2 & 3 de la 2de Table repréſentent ces inteſtins ſéparés du foye.

Le

[a] Tab. II. 4. Fig. 2. Tab. III. 4, 4. Fig. 1.
[b] Tab. II. 5. Fig. 2. Tab. III. 5. Fig. 1.
[c] Tab. II. 6, 6. Fig. 2. Tab. III. 6, 6. Fig. 1.
[d] Tab. V. *B*, Fig. 2.

Le Foye.

* Le foye eſt diviſé en pluſieurs parties, & comme par appendices, qui ont peu d'épaiſſeur. Je viens de dire que ces parties du foye s'attachent aux boyaux, rempliſſent les eſpaces qu'ils laiſſent entre eux; il y en a qui paſſent par-deſſus le boyau pour aller remplir d'autres eſpaces. Toutes ces liaiſons du foye & des boyaux forment un paquet qui eſt auſſi adhérant aux paquets des œufs, ou de la laite, mais très légerement.

Le foye eſt auſſi long que le paquet des boyaux, & eſt auſſi large auprès du diaphragme où il commence; il y a même un très petit lobe du foye, qui, quelquefois, ſe loge dans un enfoncement du diaphragme au-deſſus du canal de la groſſe véſicule aërienne, dont je parlerai ci-après.

Après cela le foye diminue peu à peu de largeur, & ſe termine en quelque maniere en pointe, en formant un cône très irrégulier; & de l'extrémité de ce cône, le rectum ſe continue juſqu'à l'anus de la longueur de 15 à 18 lignes.

Le foye eſt d'un rouge de chair muſculeuſe, il eſt different dans quelque carpes laitées, il eſt plus pâle, & auſſi épais dans toute ſon étendue. Je l'ai trouvé dans d'autres Carpes laitées moins pâle & moins épais, & ſes adhérences avec les inteſtins ſont les mêmes que dans la Carpe uvée. Il eſt logé avec les boyaux entre les deux laites; il eſt encore bon de remarquer qu'il recouvre près de la moitié de la

* TAB. III. *AAA.* Fig. 1. & 2.

la groſſe véſicule aërienne, avec laquelle il a une légere adhérence: il eſt fort étendu en cet endroit.

Il eſt recouvert à ſes côtés par le paquet des œufs, il y eſt adhérent par des membranes très fines, auſſi-bien qu'au péritoine.

Véſicule du Fiel.

* La véſicule du fiel ſe trouve enchaſſée dans le milieu de la partie principale du foye, tout du long de la partie ſupérieure de l'eſtomac. Il y a une couche de foye épaiſſe d'une ligne entre la véſieule & l'eſtomac; elle eſt attachée en cet endroit par quantité de vaiſſeaux ſanguins & biliaires qui lui viennent du foye; il y a pluſieurs de ces vaiſſeaux biliaires qui vont ſe terminer dans le canal cyſtique. J'en ai vu un principal qui s'y attache à 2 lignes de la veſicule †, & c'eſt ce qu'on peut appeller le *canal hépatique*; il a environ demi-ligne de diametre; il y en a quelquefois deux: j'ai vu auſſi trois autres canaux biliaires ſe réunir en un point au même canal, au côté oppoſé de l'inſertion du précédent.

Le canal cholidoque, & le canal cyſtique, ne font qu'un canal continu & de même diametre: ce canal a 2 lignes ½ juſqu'à 3 lignes de longueur, quelquefois plus, & 1 ligne ½ de diametre; il s'inſere à la partie ſupérieure de l'eſtomac, à 2 lignes de ſa ſortie du diaphragme, cette inſertion eſt oblique; mais ce canal ne fait aucun trajet entre les membranes, il paroît ſeulement qu'il y fait un petit détour. Je n'ai pu introduire une ſonde

* Tab. III. *B*. Fig. 2. † Tab. II. *D*. Fig. 1.

de très fine, par le mammelon qu'elle forme dans la partie interne de l'eſtomac; la bile en ſortoit pourtant à la moindre preſſion que je faiſois à la véſicule, & ſi l'on vuide la véſicule, & qu'on ſouffle dans l'ouverture du mammelon qui eſt très petite, l'air y entre & la gonfle.

La véſicule du fiel dans une Carpe de 18 pouces, tout compris, étoit longue de 15 lignes, & avoit 6 à 7 lignes de diametre; & dans une autre Carpe de 14 pouces, elle étoit longue d'un pouce, ayant 6 lignes de diametre.

La bile qu'elles contenoient, étoit verte & liquide; j'ai vu dans une autre Carpe, la bile un peu plus ſolide que du beurre, elle étoit grenée & verdâtre.

La Rate.

* La Rate eſt attachée au commencement de l'eſtomac, à 5 ou 6 lignes du diaphragme; elle ſe trouve ſituée entre le paquet des boyaux, & la groſſe véſicule aërienne vers le côté gauche; il y en a quelquefois une petite portion que l'on voit au côté gauche, lorſqu'on a enlevé les œufs ou la laite de ce côté-là: elle eſt longue de 3 ou 4 pouces, elle n'a quelquefois que 2 pouces ½ dans les Carpes de 13 à 14 pouces: ſa partie principale eſt entre la partie ſupérieure de l'eſtomac & le foye: elle a plus de demi-pouce de largeur, & 2 lignes d'épaiſſeur, & pour-lors elle n'eſt point continue: ſes parties inférieures

* Tab. II. C. Fig. 2.

rieures ne tiennent enſemble que par des vaiſſeaux; mais je l'ai vue aſſez ſouvent en une ſeule piece, n'ayant que 2 pouces de longueur, 8 à 9 lignes de largeur, & 3 à 4 lignes d'épaiſſeur: cette partie varie très fort dans ſes dimenſions: elle eſt d'un rouge-foncé comme du ſang caillé.

Les Oeufs.

* Les œufs de la Carpe forment deux paquets, un de chaque côté de l'abdomen, ils s'étendent depuis le diaphragme juſqu'à l'anus, ils couvrent de chaque côté le paquet formé par les inteſtins & le foye, & s'étendent entre ce paquet & la veſſie aërienne qu'ils couvrent de part & d'autre, depuis la moitié de la groſſe véſicule aërienne juſqu'à l'anus.

Ils ſont revêtus d'une membrane très fine & tranſparente, qui forme une capſule qui envelope entierement les œufs, auxquels elle eſt très peu adhérente. Si l'on ſouffle dans cette capſule, elle ſe ſépare facilement des œufs, & ſe gonfle beaucoup.

Les deux capſules ſe réuniſſent en un ſeul canal, qui ſe termine à la partie poſtérieure de l'anus. Cette capſule eſt adhérente au péritoine, & au paquet du foye & des boyaux, mais très légerement.

Les œufs qu'elle contient ſont adhérens les uns aux autres, ils ſont ronds, ou à peu près ronds, & ont demi-ligne juſqu'à deux tiers de ligne de diametre, ce qui eſt rare.

J'ai

* Tab. II. *HH.* Fig. 1.

J'ai voulu voir combien il y avoit d'œufs dans une Carpe. J'ai pour cela mis dans une balance très fine, la quantité d'œufs qu'il falloit pour la peſanteur d'un grain, & j'ai trouvé qu'il en falloit 71 ou 72. Les deux paquets peſoient 8 onc. 2 gros qui ſont 4752 grains, qui multipliés par 72, font 342144 œufs, ou environ, que cette Carpe contenoit. C'eſt dans une Carpe de 18 pouces de longueur, compris la tête & la queue.

Dans une autre Carpe moins groſſe, les deux paquets d'œufs ne peſoient que 7 onces 2 gros 42 grains, & ne contenoient que 303552, c'eſt dans une Carpe de 16 pouces; & dans une Carpe de 14 pouces, je n'ai trouvé que 6 onces 4 gros 42 grains, & ne contenoient que 262224 œufs, & les œufs de ces Carpes m'ont paru de la même groſſeur. Il paroît par ces obſervations, que plus les Carpes ſont groſſes, plus elles contiennent d'œufs. Ce doit être une choſe rare de rencontrer juſte dans de pareilles opérations, & ce ſeroit peu de choſe de ne ſe tromper que de quelques centaines.

Leuwenhoek, tome 1. p. 216, 217 & 218, ne donne aux Carpes que 211629 œufs, & quatre fois plus aux Morues; & à la page 188, il dit que la Morue en contient 9344000, & que les œufs d'un poiſſon d'un an ſont auſſi gros que ceux d'un poiſſon de 25 ans.

Tous ces œufs ſont d'un jaune très léger, plus ou moins. Je les ai fait bouillir, ils ſont devenus blancs; mais étant refroidis, ils ſe ſont trouvés jaunes, quelques-uns orangés.

La Laite.

La laite que l'on nomme auſſi *laitance*, eſt une partie dans les Carpes mâles, compoſée de deux corps blancs, très irréguliers: ce ſont les teſticules dans leſquels ſe filtre la ſemence; ils ſont preſque auſſi longs que la cavité du bas-ventre, le côté droit eſt quelquefois un peu plus long que le gauche, parce qu'il commence un peu plus près du diaphragme; il recouvre par les côtés, le paquet des boyaux, la veſſie aërienne & la veſſie urinaire.

Je les ai vu quelquefois commencer tous deux au diaphragme, & cela ſe continue juſqu'à l'anus, où ils finiſſent par un canal entre le rectum & la veſſie, comme je l'ai dit ci-deſſus, le tout envelopé d'une membrane très fine. L'adhérence de cette membrane à toute la ſubſtance du teſticule, fait croire qu'elle eſt attachée à des membranes encore plus fines qui traverſent peut-être des véſicules. Lorſque la laite eſt coupée en travers, & preſſée un peu avec les doigts, il s'échape une matiere blanche & épaiſſe comme de la bouillie, renfermée dans ces véſicules.

*Chaque corps blanc ou teſticule, eſt compoſé de deux parties. La premiere & la plus conſidérable, qui prend ſon origine près le diaphragme *A*, *A*, *D*, eſt le corps du teſticule; il eſt uni & liſſe à ſa ſuperficie. La ſeconde partie conſiſte dans les véſicules ſéminales qui ſont près de l'anus *F*, *E*.

La

* Tab. VI. Fig. 2. & 3.

La premiere partie que j'ai appellée *le corps du teſticule* *, eſt longue de près de 5 pouces dans une Carpe de 14 pouces, ayant 1 pouce 8 lignes de largeur près le diaphragme; elle diminue enſuite de largeur, quoique très irrégulierement, enſorte que près les véſicules ſéminales, elle n'a plus que 4 à 5 lignes, quelquefois plus.

Sa plus grande épaiſſeur eſt de 8 à 9 lignes, qui ſe trouve de même très irréguliere.

Toute cette partie eſt compoſée de lobes très differens entre eux en groſſeur & en figure, qui ſont une continuité de la partie principale du teſticule; tous ces lobes tiennent entre eux, au moyen de la membrane dont le tout eſt envelopé.

Cette membrane envelope tout le teſticule, & en particulier chaque lobe; elle ne peut ſe détacher facilement par le ſcalpel, & très difficilement par le ſouffle; elle eſt légerement adhérente au péritoine.

Le teſticule gauche reçoit l'inteſtin rectum dans une eſpece de goutiere †, de la longueur de près de 3 pouces, & de la largeur de 2 lignes.

Canal déférent.

‡ Dans chaque teſticule, il y a un interſtice dans toute ſa longueur, où ſe trouve une eſpece de canal qui contient une matiere blanche comme de la bouillie, qui eſt la ſemence. Si on le perce & qu'on le vuide de la matiere qu'il contient, on le gonfle en ſoufflant dedans, ce que l'on ne peut faire en

* Tab. VI. *A A*. Fig. 2. † *B*, Fig. 3. ‡ *B C*. Fig. 3.

en soufflant dans les autres endroits du testicule. Ce canal n'occupe pas ordinairement le même endroit dans chaque testicule dans le même sujet, car d'un côté le cours de ce canal est droit, & de l'autre il se détourne tantôt d'un côté & tantôt de l'autre; mais ce qui est toujours constant, c'est que ce canal aboutit à la seconde partie de la laite, & pour cette raison on peut l'appeller *canal déférent.*

Vésicules séminales.

* J'appelle cette seconde partie *vésicule séminale*, parce qu'elle paroît formée par de petites vésicules distinguées les unes des autres. Pour les voir avec facilité, il faut presser doucement avec le doigt ces vésicules en ramenant du côté de l'anus, & par ce moyen on en fait sortir par l'ouverture qui est au-dessous de l'anus la semence qu'elles contiennent *F, I.* Si après cela on souffle dans cette ouverture, on voit gonfler ces vésicules qui paroissent très distinctes les unes des autres à l'extérieur. Ces deux vésicules séminales se réuniſſent en un canal commun qui se termine au dehors comme l'anus, à la partie postérieure duquel il est situé, comme je l'ai dit. Il est long de 4 à 5 lignes, & n'a qu'une ligne & demie jusqu'à 2 lignes de diametre. Si on ouvre ce canal, on y voit l'ouverture de la vessie qui ne paroît pas toujours au dehors dans les Carpes laitées †.

* *F, E.* Fig. 2. *D, E.* Fig. 3.

† J'ai bien vu les vésicules séminales dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur. J'ai quelquefois trouvé un petit réservoir *K* Fig. 2. à la partie inferieure de ce canal.

Veſſie aërienne.

On trouve dans la Carpe & dans pluſieurs autres poiſſons, une veſſie remplie d'air; je l'appelle pour cela *veſſie aërienne*. C'eſt pour la même raiſon que quelques Auteurs * l'ont nommée *veſicula pneumatica*, d'autres *utriculus natatorius*, parce qu'il paroît que les poiſſons s'élevent plus ou moins facilement vers la ſuperficie de l'eau, ſelon qu'elle ſe trouve plus ou moins remplie d'air.

† Elle eſt ſituée entre les reins & les œufs ou la laite. Elle s'étend depuis le diaphragme juſqu'à la veſſie urinaire.

Elle eſt attachée légerement par des fibres & des vaiſſeaux à toutes les parties qui la touchent, mais elle tient très fort à la baſe d'un petit os que j'appelle *mitral*, à cauſe de ſa figure qui repréſente la partie antérieure d'une mitre ‡. La partie ſupérieure de la membrane externe de cette veſſie eſt attachée ſi fortement à cet os, qu'on ne peut la ſéparer ſans la couper ou la déchirer; il y a même quelques-unes des fibres de cette membrane qui ſont continues avec le diaphragme.

† Cette veſſie eſt compoſée de deux véſicules. La premiere eſt la plus groſſe, & la plus près du diaphragme. Elle a 3 pouces ou environ de longueur, & 18 à 20 lignes de

* *Blaſius p.* 262. † TAB. IV. Fig. 1. *A A.*

‡ Je ne l'ai trouvée attachée qu'à la partie inferieure de l'os mitral dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur, tout compris; il y avoit quelques fibres du diaphragme qui paſſoient dans la veſicule à côté de l'os mitral. † TAB. IV. Fig. 3. *A.*

de diametre à l'endroit où elle a le plus de groſſeur; elle forme une eſpece d'ovale.

* La ſeconde véſicule qui eſt plus petite que la précédente, eſt 2 à 3 lignes plus longue que la premiere, mais elle n'a que 12 lignes ou environ de diametre dans l'endroit où elle a le plus de groſſeur.

Chacune de ces véſicules a deux membranes, une externe & une interne. La premiere, qui eſt tendineuſe & forte, eſt double, ce que l'on connoit très bien en la déchirant, principalement lorſqu'elle a été macérée dans l'eau. On voit que chacune des deux lames qui la compoſent a des fibres dont la direction eſt differente. Les fibres de la lame extérieure ſont plus obliques que celles de l'intérieure.

La ſeconde membrane eſt très fine, malgré cela on reconnoit par la macération qu'elle eſt double; elle renferme dans ſa duplicature un muſcle dont les fibres ſont tranſverſes, † & occupent toute la longueur de la véſicule, peu s'en faut, & environ le tiers de ſa circonférence. Les fibres inférieures ſe croiſent à angles droits, avec d'autres fibres charnues qui ſont à la partie inférieure de la véſicule.

La ſeconde véſicule à les mêmes membranes, mais les externes ſont plus fines que celles de la premiere véſicule ‡. Elle a deux plans de fibres charnues & tranſverſes, un de chaque côté, qui regnent dans toute la longueur de la véſicule, mais chaque plan n'en occupe qu'environ le quart de la circonférence.

Les

* Tab. IV. Fig. 3. *B.* † Fig. 3. *CC.* ‡ Fig. 3. *B.* 1, 2.

[a] Les deux véſicules communiquent de l'une en l'autre par un petit canal qui a une ligne ou une ligne & demie de diametre, ſelon qu'il eſt plus ou moins allongé. Il a deux tiers de ligne de longueur, pour l'ordinaire. Il n'y a point de valvule, l'air paſſe librement de l'une en l'autre véſicule. Il eſt garni des mêmes fibres charnues tranſverſes & longitudinales que l'on voit à la partie inférieure de la premiere véſicule, qui ſervent à retrécir & à raccourcir ce canal ſelon la néceſſité. [b] Il ſort de la partie ſupérieure & antérieure de la petite véſicule un autre canal qui s'attache tout du long de la partie antérieure de la 1re véſicule, remonte juſqu'au diaphragme [c], qu'il perce en ſe repliant ſur lui-même, & gagne le fond de la gorge qu'il va percer à ſa partie poſtérieure [d]; il eſt long de 3 pouces ou 3 pouces $\frac{1}{2}$. Il a deux ſortes de diametre: il eſt gros d'une ligne ou $\frac{2}{3}$ de ligne à ſon origine près la petite véſicule de la longueur de 3 à 4 lignes [e], après quoi il diminue de groſſeur, & n'a plus qu'un tiers de ligne ou demi-ligne de diametre [f], juſqu'à ce qu'il ſoit près du digphragme [g]. La membrane qui le forme n'a peut-être pas $\frac{1}{20}$ de ligne d'épaiſſeur, mais cette épaiſſeur augmente, lorſqu'il eſt près du diaphragme [h]: ce canal a pour-lors une ligne, juſqu'à une ligne & demie de diametre, dur & reſſemblant à un ganglion du nerf intercoſtal; il ſe re-

[a] TAB. IV. *O.* Fig. 2. [b] Fig. 2. *KI, HM.* [c] Fig. 3. *EDF.*
[d] TAB. V Fig. 4. *C.* [e] TAB IV. 1. Fig. 2.
[f] Fig. 2. *H.* [g] Fig. 3. *D.* [h] Fig. 2. *M.* Fig. 3. *F.*

replie sur lui-même. Sa cavité n'en est pas pour cela plus grande que celle du reste du canal; il n'y en a même qu'autant qu'une sonde d'un tiers de ligne ou demi-ligne est capable de le dilater, car une sonde de $\frac{2}{3}$ de ligne ne peut y entrer. Hors cela je ne crois pas qu'il y ait de cavité, à cause de la contraction de toutes les fibres qui le resserrent; & encore si on introduit cette sonde par le fond de la gorge, elle ne peut faire 2 ou 3 lignes de chemin, à cause des valvules qui se trouvent en cet endroit, & que l'on découvre lorsqu'on a ouvert le canal. L'on en trouve pour l'ordinaire deux, quelquefois trois, qui se suivent, & sont semblables à celles que l'on trouve dans les veines. Leur cavité se trouve du côté de la gorge; elles sont si petites, que quelquefois on ne peut venir à bout de les découvrir. J'ai fait ce que j'ai pu pour pousser de l'air par cet endroit dans les vésicules que j'avois à moitié vuidées, mais l'air n'y a pu passer; cependant l'air se vuide par cet endroit en pressant les vésicules, qui se flétrissent à proportion de l'évacuation de l'air. J'ai même voulu m'en assurer d'une autre maniere. J'ai mis l'orifice de ce canal dans l'eau, j'ai pressé les vésicules, l'air qui en sortoit formoit des bulles dans l'eau. Si l'on ouvre ce canal dans l'endroit où il est le plus étroit, c'est-à-dire, au-delà des valvules, & qu'on souffle, l'air s'introduit dans les vésicules: tout cela marque encore qu'il n'y a point de valvule à sa sortie de la vésicule.

Il ne faut pas oublier des ramifications de vaisseaux que l'on voit sur la petite vésicule.

Je n'en ai point vu de pareilles ſur la groſſe véſicule.

Les Reins.

* Les reins des poiſſons écailleux ſont d'une ſubſtance & d'une ſtructure ſi particuliere, que Rondelet y a été trompé. Il ne donne ni reins ni veſſie aux poiſſons écailleux & cartilagineux, il n'y a, dit-il, que ceux qui reſpirent qui en ont. Il y a des Auteurs qui ont découvert ces parties dans quelques poiſſons, mais je n'en connois aucun qui ait décrit les reins de la Carpe. Ceux qui en ont parlé n'en ont dit que très peu de choſes, & en ont donné de très mauvaiſes Figures. En voici la deſcription.

Les reins ſont rouge-brun, molaſſes, ſemblables en quelque maniere à du ſang caillé; ils occupent la plus grande partie de la poitrine, & de là s'étendent dans toute la longueur du bas-ventre juſqu'à la veſſie.

† La partie des reins qui eſt dans la poitrine eſt très conſiderable par ſa groſſeur, elle couvre preſque entierement le diaphragme, & environne la plus grande partie du cœur; les deux parties qui la compoſent, ſe réuniſſent en cet endroit ‡ & ſur l'os mitral où elles ſe retréciſſent tout d'un coup, paſſent

* Tab. V Fig. 1. *DD, FFF, GG.* † Fig 1. & 3. *DD.*

‡ Il paroit d'abord que cette partie des reins eſt à nud dans la poitrine; mais ſi l'on y prend bien garde, elle eſt revêtue d'une membrane fine & tranſparente qui forme le médiaſtin: on voit pourtant qu'ils ſont adhérens à un muſcle large d'un pouce ou environ, qui prend ſon origine de la partie antérieure interne de l'os où eſt attachée la nageoire, & va s'inſérer à la premiere côte.

ſent dans un trou de 3 lignes de longueur ou environ *, & d'une ligne ½ de largeur, formé par l'union de l'os mitral † avec la troiſieme vertebre de l'épine, & entrent dans le bas-ventre. Avant de paſſer outre, il eſt bon de décrire cet os. Il eſt ‡ triangulaire & mince, convexe du côté du bas-ventre, un peu concave du côté de la poitrine, les deux côtés de la baſe ſont un peu arrondis, l'angle qui le termine eſt ſurmonté d'un petit bouton cartilagineux, les deux angles de la baſe ſont allongés & ſont continus à la troiſieme vertebre, avec laquelle ils ne forment qu'un ſeul os, en laiſſant une ouverture entre eux; cet os mitral eſt partagé dans ſa longueur en deux parties qui s'uniſſent par ſymphyſe. J'ai déja dit que je l'appelle *mitral*, parce qu'il reſſemble aſſez bien à la partie antérieure d'une Mitre.

‖ Les reins paſſent, comme je l'ai dit, dans l'ouverture qui ſe trouve entre cet os mitral & la vertebre, & entrent dans l'abdomen, où peu à peu ils s'élargiſſent & forment dans le milieu de cette cavité, § deux corps très irréguliers, un de chaque côté, qui ſont comme les parties principales des reins; elles ſont plus conſiderables par leur groſſeur que celles de la poitrine; elles ſont auſſi très irrégulieres, & plus aiſées à repréſenter qu'à décrire. Le corps qui eſt du côté gauche eſt ordinairement plus grand que l'autre, c'eſt-à-dire, plus gros & plus long; ils s'étendent l'un

* Tab. V. Fig. 5. *H.* † Fig. 1. *E.* ‡ Fig. 5. & 6. *H.*
‖ Fig. 5. *H.* § Fig. 1. *GG.*

l'un & l'autre fort avant ſur le péritoine, auquel ils ſont adhérens, auſſi-bien qu'aux ovaires ou à la laite; ils ſe groſſiſſent en boſſe triangulaire, & ſont logés entre les deux véſicules aëriennes dont ils rempliſſent l'eſpace qu'elles laiſſent entre elles, * ce qui leur donne cette figure, après quoi ces reins ſe retréciſſent peu à peu, & ſe coulent entre les deux ureteres † qu'ils accompagnent juſqu'à la veſſie.

On ne trouve aucune cavité que celle des ureteres, dans pas une des parties des reins que nous venons de décrire. L'urine paſſe immédiatement de la ſubſtance des reins dans les ureteres, par le moyen des vaiſſeaux excrétoires ‡ qui s'y rendent.

† Les ureteres ſont, comme l'on ſait, des canaux qui tranſportent l'urine des reins dans la veſſie; ils ſont dans la Carpe cachés en partie dans la ſubſtance des reins, & principalement dans la partie qui eſt renfermée dans la poitrine. Je le ſuppoſe ainſi, car il n'a pas été poſſible d'y découvrir aucun canal, avec une bonne loupe, & l'on n'a commencé à découvrir les ureteres qu'à quelques lignes de diſtance du diaphragme dans le basventre, & plus près au côté gauche qu'au côté droit, après quoi ces canaux ſe trouvent à découvert, & ſe replongent dans la ſubſtance épaiſſe qui eſt entre les véſicules aëriennes; puis ils reparoiſſent à découvert au-deſſous de cette partie juſqu'à la veſſie uri-

* Tab. IV. Fig. 1. *CC.* † Tab. V. Fig. 1. *T*
‡ Fig. 2. † Fig. 1. & 2. *HHH.*

urinaire, qu'ils percent à la partie postérieure de son fond où ils se trouvent tout près l'un de l'autre, comme on le voit dans la Figure 4. Ils ne font aucun chemin entre les membranes de cette vessie, supposé qu'elle en ait plusieurs. On voit l'uretere d'un rein disséqué, dans la seconde Figure, avec les vaisseaux excrétoires qui s'y rendent, & y transportent l'urine.

* La vessie urinaire est une capsule oblongue arrondie, & qui étant gonflée, ressemble à une petite cucurbite renversée, dont l'embouchure est très étroite; elle a 10 à 11 lignes de longueur, 3 lignes ou 3 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre, & comme je l'ai dit, demi-ligne ou $\frac{1}{4}$ de ligne à son embouchure; elle ne paroît composée que d'une seule membrane qui est fort fine. Cette vessie n'a point d'uretre, son embouchure est tout près de celle du rectum à sa partie postérieure de l'anus dans les Carpes uvées; mais dans les Carpes laitées, on ne la découvre point au dehors, on la trouve dans le canal commun des vésicules séminales.

EXPLICATION DES FIGURES.

TABLE I.

La premiere Figure représente au naturel une Carpe uvée.

La seconde Figure représente trois écailles dans leur grandeur naturelle, d'une Carpe de

* TAB. V. Fig. 1. K. Fig. 4.

16 à 17 pouces de longueur, tout compris.

La premiere écaille marquée A, B, E, C, laiſſe voir ſa partie brune & radiée BEC, c'eſt cette partie qui paroit au dehors. D, eſt la partie polie & tranſparente de la même écaille, qui eſt recouverte ſupérieurement & latéralement par trois autres écailles, comme on le voit dans la Fig. 3.

Les rayons de la partie brune de l'écaille tendent au point D, comme à un centre.

Il y a auſſi des rayons ſur la partie ſupérieure ABC de cette écaille, qui tendent au point D, comme à un centre; on ne les voit qu'obſcurément.

F, G, eſt une des écailles percées, vue en deſſus, pour faire voir où commence le canal: on y a repréſenté une épingle dedans, pour le rendre plus ſenſible.

H, I, eſt la même écaille, vue en deſſous, pour faire voir où finit ce canal, afin qu'en comparant ces deux écailles, on puiſſe connoître la longueur du canal dans chaque écaille.

La troiſieme Figure repréſente des écailles d'une Carpe de 16 à 17 pouces, dans leur ſituation & grandeur naturelle. On en a repréſenté une en blanc, afin de faire voir de quelle maniere elle eſt recouverte par les autres.

TABLE II.

La premiere Figure repréſente une Carpe dont on a coupé les côtés du bas-ventre, pour

pour faire voir la ſituation des parties qui ſe préſentent d'abord à la vue.

AA, la tête.
C, le cœur.
D, l'aorte tournée de maniere à faire voir ſa dilatation au ſortir du cœur.
EEE, repréſentent les inteſtins engagés dans la ſubſtance du foye, *FFFF*.
G, l'anus, qui comprend trois ouvertures; la premiere ou ſupérieure, eſt celle du rectum; la ſeconde, celle des ovaires dans les femelles, ou des laites dans les mâles; la troiſieme, eſt celle de la veſſie urinaire.
HH, les ovaires.
KK, la queue.
LL, ſont les nageoires ſupérieures.
OO, repréſentent la coupe du diaphragme.

La ſeconde Figure repréſente les inteſtins débaraſſés du foye.

AA, l'eſtomac.
B, la véſicule du fiel.
C, la rate, dans ſa ſituation naturelle.
1, 1, le premier inteſtin.
2, 2, le ſecond inteſtin.
3, 3, le troiſieme inteſtin, on n'y a pas bien obſervé les diametres.
4, 4, le quatrieme inteſtin.
5, le cinquieme inteſtin.
6, 6, le ſixieme inteſtin ou rectum.

La troiſieme Figure repréſente l'eſtomac, & la véſicule du fiel.

A A, l'eſtomac.
B, la véſicule du fiel.
C, le canal cholidoque.
D, un canal hépatique.
E, le canal cyſtique.

TABLE III.

La premiere Figure repréſente les entrailles & le foye, tirés de l'abdomen, & vus du côté gauche; & la ſeconde, les mêmes entrailles, vues du côté droit.

A A, &c. le foye qui lie & embraſſe les inteſtins.
B, une portion du foye qui paſſe par-deſſus l'extrémité du ſecond inteſtin, & le cache.
C C, deux portions de la rate qui paroiſſent enchaſſées dans le foye.
D, l'orifice de l'eſtomac.
E, l'extrémité de l'eſtomac du côté de l'anus.
1, le premier inteſtin.
2, le ſecond.
3, 3, 3, le troiſieme.
3, 3, 4, circuit formé par le troiſieme & le quatrieme inteſtin.
4, 4, le quatrieme.
5, le cinquieme.
6, 6, le ſixieme, qui eſt le rectum.

La ſeconde Figure.

A A, &c. le foye.
B, la véſicule du fiel enchaſſée dans la ſubſtance du foye.
C C, &c. les circonvolutions des inteſtins.

D, l'orifice de l'eſtomac.
E, l'extrémité inférieure de l'eſtomac.
F, l'anus.

TABLE IV.

La premiere Figure repréſente la veſſie aërienne en ſituation, ſon canal, une portion de reins, &c.

A A, les deux véſicules aëriennes.
B, le canal de la véſicule inférieure, qui va percer le diaphragme au-deſſous de la gorge, pour entrer dans la poitrine, & s'ouvrir au fond de la gorge.
C C, deux portions conſiderables de reins, qui garniſſent l'entre-deux des véſicules.
D, une portion de l'eſtomac renverſée en-haut, pour laiſſer voir l'extrémité du canal de la véſicule aërienne, qui paſſe par-deſſous.
E, le diaphragme percé de trois trous pour le paſſage d'autant de veines, qui vont ſe jetter dans le ſac qui décharge le ſang de l'oreillette.
F F, les ureteres.
G, la veſſie urinaire.

La ſeconde Figure repréſente les deux véſicules aëriennes, vues du côté droit, le canal de communication, &c.

F F, les véſicules ſupérieure & inférieure.
H, le canal de la véſicule inférieure qui va s'ouvrir au fond de la gorge.

I,

I, ſa dilatation à ſa naiſſance *K*, où l'on voit quelques tortuoſités.

L, une portion du fond de la gorge.

M, marque la groſſeur du canal *H*, à ſon extrémité ſupérieure où il eſt tortueux.

O, le canal de communication entre les deux véſicules.

La troiſieme Figure repréſente les deux véſicules avec leurs fibres charnues, dévelopées par la macération.

A A, la véſicule ſupérieure.

B, la véſicule inférieure.

C C, un plan conſiderable de fibres charnues transverſales, qui couvre la plus grande partie de la face antérieure de la véſicule ſupérieure *A A*: il n'y en a point à la face poſtérieure.

D, le canal de la véſicule inférieure.

E, ſon origine, où il eſt fort gros, charnu & tortueux.

F, la groſſeur qu'on y remarque à ſon extrémité ſupérieure, où il eſt charnu.

G, l'ouverture de ce canal au fond de la gorge.

H, le fond de la gorge ouvert.

I I, deux plans de fibres charnues très étroits, qui couvrent de part & d'autre les côtés de la véſicule inférieure *B*: ces fibres ſont transverſales.

L L, des fibres charnues qui ſont radiées autour de la baſe de la véſicule ſu-

ſupérieure, & de ſon inſertion avec l'inférieure; ces fibres ſe croiſent avec les transverſales inférieures *CC*.

TABLE V.

La premiere Figure repréſente la poitrine & le bas-ventre d'une Carpe, dont on a enlevé les véſicules aëriennes, pour faire voir les reins en ſituation.

AA, le tronc de la Carpe, la tête & la queue coupées.

BB, &c. le bas-ventre.

CCC, l'étendue de la poitrine, où l'on voit le cœur & l'aorte, tels qu'ils ſont repréſentés dans la premiere Figure de la II. Table; le cœur paroît dans cette Figure, Table V. repouſſé en-haut, pour laiſſer voir la partie poſtérieure des dents mobiles, que le cœur couvre dans l'état naturel; elles ne paroiſſent ici qu'au travers d'une ſubſtance charnue qui les recouvre, & qui en dérobe la véritable figure; elles ſeront décrites dans le ſecond Mémoire.

DD, deux portions conſiderables de reins qui occupent une grande partie de la poitrine, & qui ſe réuniſſant paſſent au-deſſous de l'os mitral *E*, par une ouverture aſſez large qui eſt à cet os, telle qu'on la voit en *H*, Fig. 5 & 6.

FFF,

FFF, la continuité des reins dans presque toute la longueur du bas-ventre.

GG, les deux portions les plus considerables des reins qui s'enchaſſent dans l'entre-deux des véſicules aëriennes, comme on le voit dans la premiere Figure de la IV. Table, *CC*.

HHH, les ureteres de part & d'autre.

I, un gros vaiſſeau ſanguin qui paſſe avec les reins ſous l'os mitral, & qui diviſe les reins en deux juſques vers leur milieu, où il paſſe par-deſſous, & diſparoît.

K, la veſſie urinaire.

La ſeconde Figure repréſente un rein décharné, pour faire voir l'uretere dans toute la longueur du rein, & les vaiſſeaux excrétoires qui y déchargent l'urine.

La troiſieme Figure repréſente les deux portions du rein *DD*, qui ſont dans la poitrine, écartées pour en faire voir la groſſeur, & leur continuation par-deſſous l'os mitral *E*.

La quatrieme Figure repréſente la veſſie ouverte, pour faire voir l'inſertion des ureteres.

La cinquieme Figure repréſente l'os mitral, vu par ſa face du côté du bas-ventre; il tient à la troiſieme vertebre, dont il n'eſt qu'une apophyſe; c'eſt à cette apophyſe que s'attache la véſicule aërienne ſupérieure.

AA, deux cornes ou apophyſes appartenant à la même vertebre; c'eſt à

à ces cornes que s'attache le diaphragme, & ce ſont elles qui terminent la poitrine, & la ſéparent du bas-ventre.

B, l'apophyſe épineuſe de la même vertebre.

C C, l'os mitral.

H, l'ouverture par où paſſent les reins.

La ſixieme Figure repréſente la même vertebre vue par ſa face du côté de la poitrine, & ſur-tout l'os mitral qui eſt un peu concave de ce côté-là.

TABLE VI.

La premiere Figure repréſente le fond de la gorge avec les dents immobiles, pour faire voir l'endroit de l'inſertion du canal de la véſicule aërienne.

A, une portion de l'eſtomac, vu par ſa partie poſtérieure.

B C B D, le fond de la gorge.

C, l'inſertion du canal de la petite véſicule aërienne.

D, les dents immobiles de la Carpe.

E, une très petite portion des ouïes.

La ſeconde Figure repréſente le teſticule gauche d'une Carpe laitée, vu en deſſus.

A A, la laite.

B, une ſinuoſité aſſez profonde, dans laquelle eſt enchaſſé le dernier inteſtin ou rectum.

C, le canal déférent de la laite du côté droit.

D, une portion de la laite du côté droit.

F,

E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, la véſicule ſéminale du côté droit.
I, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.
K, la réunion des deux véſicules, qui forme quelquefois une maniere de bourſe ou reſervoir.

La troiſieme Figure repréſente une partie de la laite du côté droit, vue par-deſſous.

A A, une portion de la laite du côté droit.
B, en eſt le canal déférent.
C, le canal déférent de la laite du côté gauche.
D, la véſicule ſéminale du côté droit.
E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.

METHODE PRATIQUE

De tracer ſur Terre un Parallele par un degré de latitude donné;

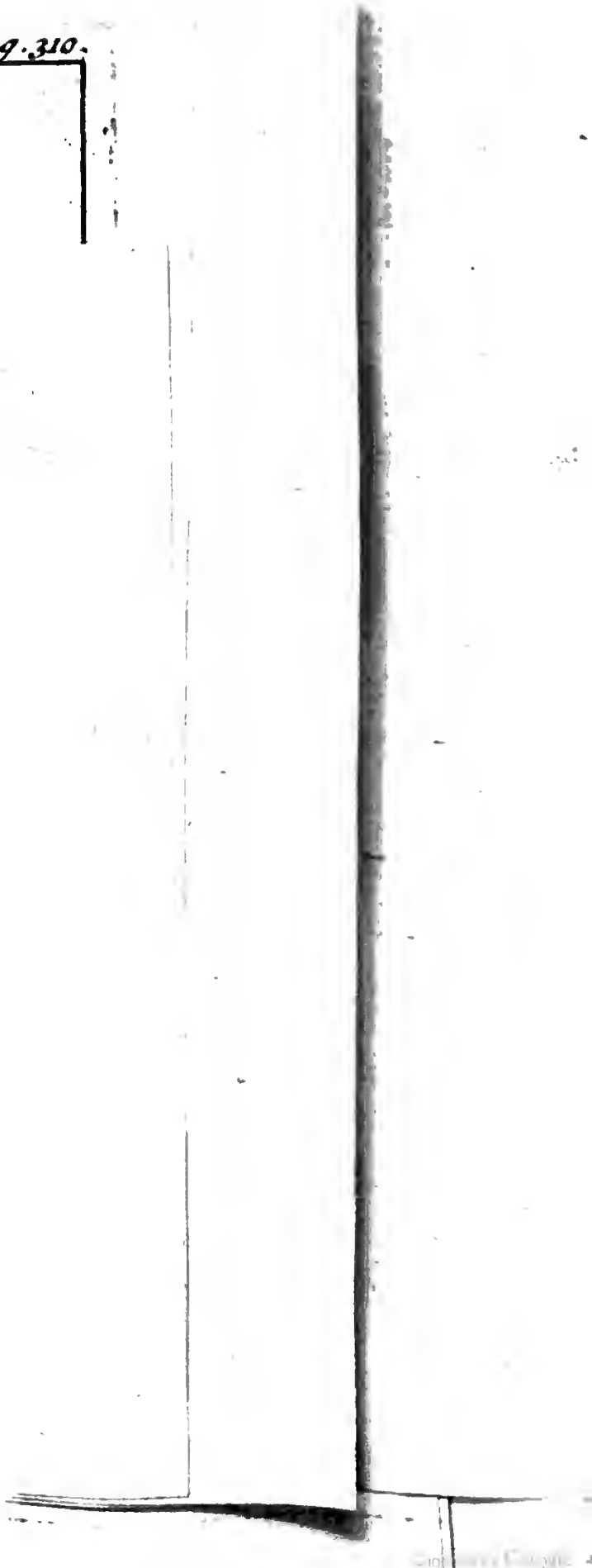
Et du rapport du même Parallele dans le Sphéroïde oblong, & dans le Sphéroïde applati.

Par M. GODIN. *

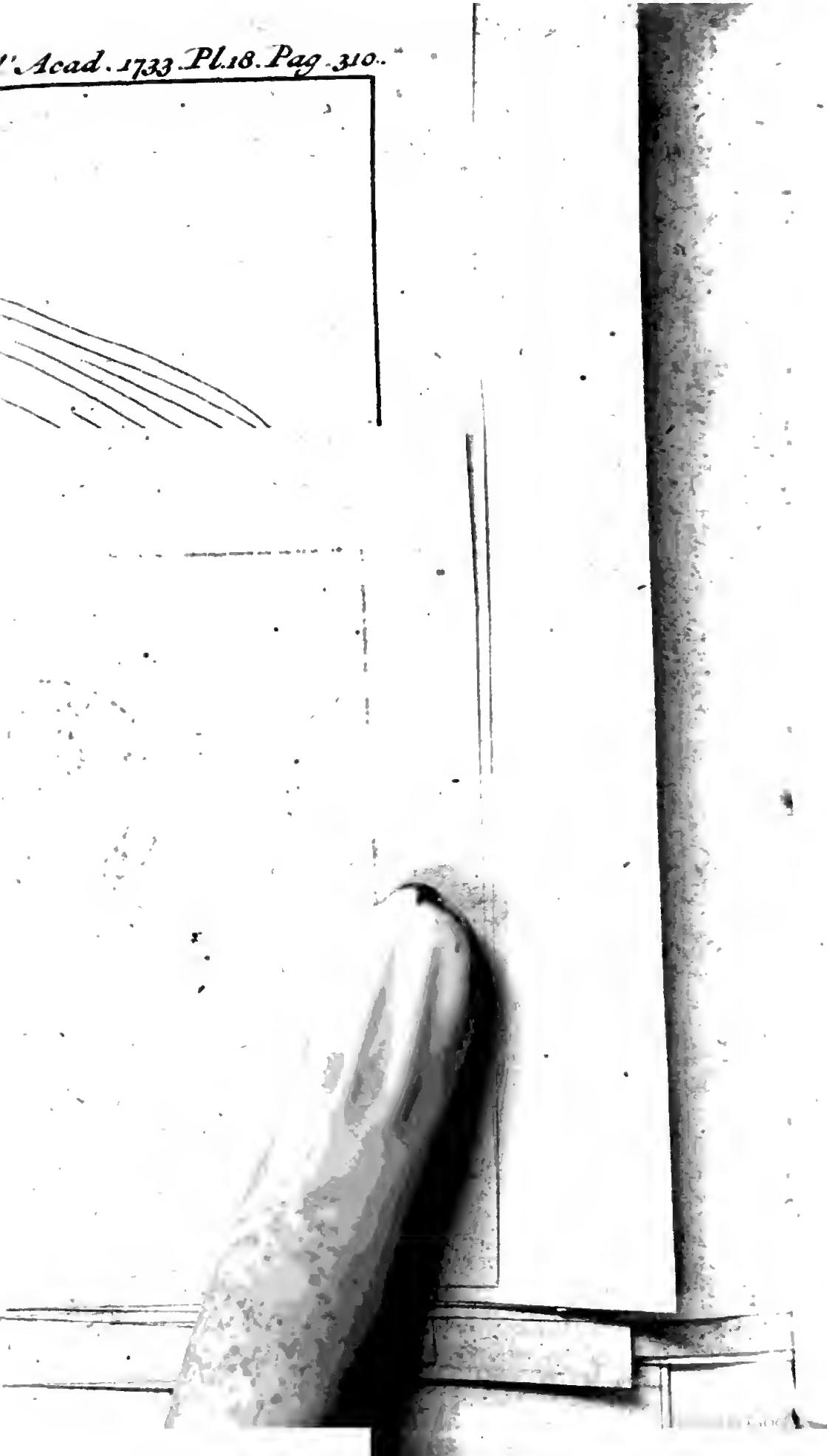
UN Parallele à l'Equateur terreſtre eſt un Cercle qui paſſe par tous les points de la ſurface de la Terre qui ont une latitude la mê-

* 20 Juin 1733.

d. 1733. Pl. 16. Pag. 310.



A
C
C



même & de même dénomination. Il eſt plus difficile de tracer un Parallele qu'un Méridien; celui-ci étant un grand cercle, ſa projection ſur la ſurface de la Terre, qui eſt le Méridien terreſtre, eſt toujours dans un même plan vertical, & par conſéquent dans un même rayon viſuel prolongé Nord & Sud. Un Parallele, au contraire, étant un petit cercle, tous ſes points ſont dans des verticaux differens; & de tous les paralleles, il n'y a que l'Equateur qui étant un grand cercle, eſt vu en ligne droite, & toujours dans le même plan vertical, ce qui eſt une propriété des grands cercles ſeulement.

Pour tracer effectivement ſur terre un Parallele, je ne vois pas de méthode plus ſure, que de le tracer par points, & en tâtonnant; & je ne crois pas qu'on puiſſe le faire plus exactement, & avec moins d'embarras, qu'en obſervant de diſtance en diſtance, des latitudes égales, puiſque le Parallele doit paſſer par tous les points d'une égale latitude, par rapport au même pole: mais parce que l'on pourroit croire, & que je crois en effet, que la latitude d'un lieu terreſtre n'eſt pas ſi aiſée à bien obſerver qu'elle le paroît d'abord, je penſe que cela mérite quelque diſcuſſion.

Pour obſerver la latitude d'un lieu, on prend la hauteur méridienne du Soleil, ou d'une Etoile fixe, & corrigeant cette hauteur par la réfraction, on applique à la hauteur corrigée, la déclinaiſon de l'Aſtre, d'où l'on tire la hauteur de l'Equateur, & la latitude du lieu qui en eſt le complément; mais il eſt évident que cette opération eſt ſujette

à

à beaucoup de doutes: il faut que l'inſtrument avec lequel on obſerve ſoit exact, ou qu'on en connoiſſe l'erreur: cependant on ſe contente de chercher par le renverſement, de combien l'inſtrument hauſſe ou baiſſe en général, c'eſt-à-dire en ſuppoſant la diviſion du limbe abſolument exacte; ce qu'il n'eſt pas raiſonnable d'eſpérer.

2°. On ſuppoſe qu'une Table des réfractions, conſtruite pour un certain lieu, eſt générale, ou du moins convient à une grande étendue de pays; ce qui eſt faux, & cela peut aller à des differences aſſez grandes.

3°. La déclinaiſon de ces Aſtres n'eſt pas encore aſſez ſurement connue pour pouvoir s'y fier; pour s'en convaincre, il n'y a qu'à conſulter les Tables des déclinaiſons des Etoiles fixes que nous ont données les Aſtronomes modernes les plus exacts, M^rs. de la Hire, Maraldi & Flamſted, on y trouvera des differences de 30, 40, 50, & 60 ſecondes, même dans les plus belles Etoiles: mais c'eſt ce que j'examine plus au long dans un Mémoire que j'ai fait à deſſein de rendre compte à l'Académie, d'une Deſcription du Zodiaque à laquelle je travaille depuis près de deux ans.

Il y a donc, par toutes ces conſiderations, de quoi ſe tromper dans la latitude d'un lieu, & ſi les erreurs ne ſe compenſent pas l'une l'autre, leur ſomme pourra donner une latitude de beaucoup trop grande, ou trop petite, comme il eſt, ſans doute, arrivé fort ſouvent dans les latitudes des Villes que nous connoiſſons.

Si l'on ſe ſert des Obſervations du Soleil, les mêmes cauſes influent, parce que ſa déclinaiſon n'eſt gueres mieux connue, & qu'elle eſt fondée ſur l'obliquité de l'Ecliptique, ſuppoſée fixe, quoiqu'apparemment elle ne le ſoit pas, & qu'elle ſoit même moindre qu'on ne l'a cru juſqu'à préſent.

Ajoutons encore qu'il faut prendre les Aſtres à leur paſſage par le Méridien, & par conſéquent que l'inſtrument dont on ſe ſert y ſoit dirigé; ce qui n'eſt pas ſans difficulté.

Ce ſont ces raiſons qui me perſuadent qu'il eſt plus aiſé de s'aſſurer de la difference en longitude d'un lieu à un autre ſur terre, que de la latitude de chacun de ces lieux. Les Eclipſes de Lune, celles des Satellites de Jupiter, celles enfin des Etoiles fixes par les Planetes ſupérieures, ſont des ſignaux précis & inſtantanés pour tous ceux qui les apperçoivent; il ne faut que des Lunettes ſemblables, ou dont on ait une fois déterminé la difference, qui ne varie point, & une Pendule bien règlée, ce qu'il eſt poſſible d'avoir, outre quelques méthodes particulieres qui peuvent devenir fort exactes, & qui ſerviroient très bien dans les petites diſtances.

Mais il n'en eſt pas de même, lorſqu'il ne s'agit que de tracer un Parallele, ou de décrire ſur terre la courbe dont tous les points ſont à une même latitude: ici toutes les difficultés, toutes les ſources d'erreurs s'évanouiſſent; pour éviter les réfractions, il ſuffit de prendre une Etoile qui paſſe par le Zénith, ou qui n'en paſſe pas loin. Par-là on évite encore l'erreur de la diviſion de

Méthode praticable en toute rigueur, je réponds d'avance à une objection qu'on me fera, tirée de l'incertitude de l'eſtime ſur la diviſion du limbe d'un Quart-de-cercle: il eſt aiſé en effet d'y ſatisfaire, & cela en deux manieres. 1°. En ſe ſervant d'un Quart-de-cercle, à la Lunette duquel on aura adapté un Micrometre, machine excellente en Aſtronomie, & dont on s'eſt ſervi trop tard ou trop peu. Si donc on joint le Micrometre au Quart-de-cercle, on fera battre le filet ſur un point précis de la diviſion du limbe qui donnera des minutes entieres, & les ſecondes, s'il y en a, ſeront priſes avec le Micrometre; mais ſi l'on n'a pas la commodité d'ajuſter un Micrometre au Quart-de-cercle, le Réticule à angles de 45 degrés fera le même office. C'eſt une méthode exacte, & en même tems ſi ſimple, que je m'étonne de ne l'avoir vu indiquée nulle part: ſi ce n'eſt qu'on a juſqu'à préſent preſque entierement négligé d'inſtruire les autres des méthodes d'obſerver, qu'on s'eſt contenté de donner pour la théorie grand nombre de Méthodes géométriques fort ingénieuſes, & la plupart de fort peu d'uſage, & qu'on a négligé ce qui peut eſſentiellement profiter à l'Aſtronomie, je veux dire ſa pratique, qui ſeule eſt capable d'en occaſionner le progrès, portée au point où elle eſt aujourd'hui.

Cette Méthode conſiſte en ceci: on arrête le filet à plomb du Quart-de-cercle ſur un point précis de la diviſion comme pour l'uſage du Micrometre, & ſi l'Aſtre que l'on obſerve paſſe au deſſus ou au deſſous du fi-

let horizontal de la Lunette, on obſerve l'abord de l'Aſtre aux filets obliques inclinés à l'horizontal & au vertical de 45 degrés. Le paſſage au vertical étant auſſi obſervé, on a cette proportion,

Le ſinus total

eſt au coſinus de la déclinaiſon de l'Aſtre, comme la difference entre les paſſages de l'Aſtre à un oblique & au vertical, réduite en parties du Parallele,

eſt à cette même difference en parties de l'Equateur.

Et cette difference réduite en parties de l'Equateur ou de grand Cercle, eſt préciſément égale à la difference de hauteur entre le fil horizontal ou la ligne de foi de la Lunette & le point de hauteur auquel a paſſé l'Aſtre, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt égale à la difference de déclinaiſon entre l'Aſtre & la ligne de foi de la Lunette: ajoutant donc ou ſoustrayant cette difference de degré de hauteur marqué ſur le limbe, on a les degrés, minutes & ſecondes de la hauteur de l'Aſtre indépendamment de l'eſtime & de l'incertitude des transverſales.

Cette Méthode eſt même ſuſceptible d'une plus grande préciſion, en plaçant dans le Réticule un filet incliné ſous un angle moindre que 45 degrés; mais j'aurai occaſion d'en parler ailleurs.

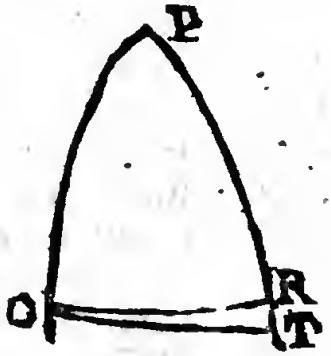
Voilà, ſi je ne me trompe, la meilleure maniere de tracer ſur terre un Parallele pour un lieu propoſé.

Si l'on demande ſa grandeur actuelle, ou combien un arc pris ſur ſa circonférence contient

tient de toiſes, cela ne ſe peut trouver directement, mais ſeulement en prenant la longueur des lignes droites terminées par des piquets que l'on auroit plantés de diſtance en diſtance ſur des points du Parallele, & dans les endroits où l'on auroit obſervé la même latitude. Si l'on place, par exemple, des piquets de demi-lieue environ en demi-lieue, ou même de lieue en lieue, chaque ligne terminée par deux de ces piquets partagera la circonférence du Parallele de 2 en 2 minutes, ou de 4 en 4, & l'on trouvera à la latitude de 48° 50′ que tant l'arc de 2 minutes que ſa ſoutendante ſont égaux à 1251 toiſes à très peu près, en ſuppoſant la Terre ſphérique, & la lieue commune de 25 au degré de 2282 toiſes, ſans que la difference entre l'arc d'un degré & la ſomme des ſoutendantes de toutes les 2 minutes qui y ſont compriſes monte peut-être à 10 toiſes ou à 100 toiſes au bout de 10 degrés, qui eſt à peu près l'étendue de la portion du Parallele de Paris qui paſſe ſur la France, c'eſt-à-dire, ſur une grandeur de plus de 375390 toiſes dans leſquelles il eſt impoſſible de répondre de 100 toiſes, ces 375390 toiſes ne pouvant être meſurées à moins de 150 triangles, en prenant des ſoutendantes de lieue en lieue. Le calcul toujours fondé ſur les ſuppoſitions que j'ai dites, me donne 25 toiſes de difference pour 10 degrés entre la longueur du Parallele & la ſomme de ſes ſoutendantes de 2 en 2 minutes.

Si au-lieu de tracer le Parallele, on trace une Perpendiculaire à la Tangente du Méri-

dien au point d'où l'on part, cette Perpendiculaire, qui eſt dans le plan du premier vertical, ſera auſſi un grand cercle dans la ſuppoſition que la Terre eſt ſphérique. Que l'on ait, par exemple, avancé de Paris vers l'Orient ſur cette ligne à 100 lieues environ, & que la grandeur trouvée par le moyen de divers triangles ſoit de 228244 toiſes égales à 4 degrés de grand cercle, en prenant 57061 toiſes pour chaque degré.



Dans le triangle ſphérique POT où P eſt le pole, O le lieu d'où l'on part, OT une portion du premier vertical, ou la perpendiculaire menée à l'aide des triangles, & OR une portion du Parallele du lieu, on connoît PO complément de la latitude du lieu à Paris de 41° 10', OT l'arc du premier vertical meſuré de 4°, & l'angle en O qui eſt droit, on trouvera l'angle TPO de 6° 3' 50", qui eſt la difference en longitude entre les lieux O & T; & convertiſſant cette quantité en parties du Parallele & en toiſes, on trouvera pour l'arc OR 227632 toiſes moindres de 612 toiſes que la perpendiculaire tracée. Enfin on trouvera l'arc TP de 9' 34" 40", qui valent à très peu près 5993 toiſes, ou rondement 6000, ou environ 3 lieues des environs de Paris pour la quantité dont la perpendiculaire s'écarte du Parallele à la diſtance de 4 degrés meſurés ſur cette Perpendiculaire, ou de 6° 3' 50" de differences en longitude.

Si

Si la Terre n'eſt pas ſphérique, mais un Sphéroïde quelconque, ſoit oblong, ſoit applati, l'opération deviendra un peu differente; dans ce cas, les Paralleles ſeront toujours des Cercles, mais à des latitudes égales ils n'auront plus le même rapport entre eux que dans la Sphere; d'où il ſuit qu'il faudra néceſſairement tracer & meſurer le Parallele même, & le comparer avec la difference de longitude priſe par obſervation immédiate, & dans ce cas la trace & la meſure de la perpendiculaire OT devient inutile, d'autant plus que le triangle OTP ſera formé par des courbes inconnues & non ſujettes apparemment à un calcul trigonométrique.

Pour ce qui regarde l'utilité qu'on peut tirer de la meſure du Parallele, dans la queſtion de la Figure de la Terre, j'ai eu la curioſité de voir combien chaque degré du Parallele de Paris vaudroit de toiſes dans les deux differentes hypotheſes que l'on a formées ſur ce ſujet: j'ai cherché d'abord la valeur de ce degré dans l'hypotheſe de la ſphéricité de la Terre, en ſuppoſant le diametre de l'Equateur de 6538594 toiſes, qui eſt la grandeur réſultante des opérations faites par l'Académie, dans la meſure de la Terre, & de la ſuppoſition des degrés, chacun de 57061 toiſes; je l'ai trouvé de 37559 $\frac{1}{1}\frac{1}{8}\frac{1}{0}$.

J'ai ſuppoſé enſuite le diametre de l'Equateur de 6510796 toiſes, qui eſt la grandeur que lui aſſigne M. Caſſini, en vertu de la ſuppoſition que la Terre eſt un Sphéroïde allongé par les poles, & ſuppoſant la Terre ſphé-

rique avec un tel Equateur, je trouve le degré du Parallele de Paris de 37389 toiſes.

37560
171

La difference pour ces deux ſuppoſitions eſt de 171 toiſes pour 1 degré, ou 1710 toiſes pour 10 degrés.

Dans le Sphéroïde oblong, tel que M. Caſſini le déduit de ſes obſervations, le diametre de l'Equateur étant de 65 10796 toiſes, le degré du Parallele ſe trouve de 37177 toiſes.

Dans le Sphéroïde applati, en conſervant préciſément le même Equateur de 65 10796 toiſes, & faiſant l'axe de la Terre à ce nombre-là, comme 229 à 230, qui eſt le rapport donné par M. Newton, le degré du Parallele eſt 37498 $\frac{5}{11}$ toiſes. La difference d'avec celui du Sphéroïde oblong eſt de 321 $\frac{5}{11}$ toiſes.

M. Poleni a calculé la même difference du degré du Sphéroïde applati, à celui du Sphéroïde oblong, & il la trouve de 777 toiſes, rapportées dans les Mémoires de Trevoux d'Octobre 1726. Je ne ſavois pas d'abord ſur quel principe il avoit fait ce calcul, cependant j'avois peine à croire que cette difference montât ſi haut, outre qu'ayant refait le mien ſur les principes énoncés, j'ai toujours retrouvé, à quelques toiſes près, la même quantité, ſuivant que j'ai eu plus ou moins d'attention aux fractions.

Je remarquois même, à cette occaſion, que le degré du Parallele ſe trouve de 37389 toiſes dans la Terre ſphérique, dont l'Equateur eſt le même que celui que l'on donne au Sphé-

Sphéroïde oblong, & que l'on ſuppoſe au Sphéroïde applati. Ce degré ne doit pas différer beaucoup de celui du Sphéroïde applati de M. Newton, dont le grand axe ne ſurpaſſe le petit que d'un 230e, auſſi ne trouvai-je cette difference que de 109 toiſes. Il doit au contraire différer davantage du degré du Sphéroïde oblong, dont le grand axe ſurpaſſe le petit d'une 95e. partie, & je trouve cette difference de 212 toiſes, un peu moins que double de l'autre.

Or, j'ai calculé la grandeur du degré du Parallele dans la Terre ſphérique pour 48° de latitude, qui eſt le cas de M. Poleni, & je l'ai trouvé de 38180 $\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{1}{5}$. Pour 48° 50′ il eſt de 37559 $\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{1}{5}$, la difference eſt 621 toiſes en négligeant la fraction; mais on trouve outre cela 171 toiſes de difference pour les deux grandeurs de l'Equateur, dans la Terre ſphérique; il ſuit donc, que ſi M. Poleni avoit calculé la grandeur du degré du Parallele de 48° dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique, & donné à l'Equateur le même diametre que j'ai cru d'abord qu'il lui avoit donné dans les deux Sphéroïdes, il l'auroit trouvée de 38009 ou 38010 toiſes; ſa difference à celui du Sphéroïde oblong, qu'il donne de 37769 toiſes, eſt 241 toiſes, & ſa difference à celui du Sphéroïde applati eſt 536 toiſes plus que double de la premiere, au-lieu qu'elle n'en devroit être qu'environ la moitié.

Mais M. Poleni n'a pas pris le même Equateur dans les deux Sphéroïdes, comme je l'avois cru: il dit dans le Recueil de ſes Lettres, qu'il s'eſt ſervi des meſures données par

par M. Caſſini pour le Sphéroïde oblong, & de celles que M. 'sGraveſande a données au Sphéroïde applati, dans ſes Elémens de Phyſique *. La raiſon de M. Poleni eſt, que l'un & l'autre de ces Sphéroïdes donnent le Méridien à peu près de la même grandeur, & qu'on n'eſt point, dit-il, en diſpute ſur la grandeur du Méridien, de l'égalité duquel on s'accorde dans les deux hypotheſes. Dans ce cas le diametre de l'Equateur eſt de 7061341 toiſes 2 pieds de Paris, plus grand que le diametre de l'Equateur du Sphéroïde oblong de M. Caſſini de 550545, & diminuant ce nombre de ſa 230e. partie, il vient pour l'axe de la Terre 7030639 ½. On ne doit donc plus s'étonner de la difference entre mon calcul & celui de M. Poleni; il reſte à ſavoir ſi le Sphéroïde applati, tel que M. 'sGraveſande le détermine, eſt celui qu'il faut employer dans cette recherche. J'ai cru qu'il valoit mieux prendre le Sphéroïde applati, tel que M. Newton le déduit des obſervations du Pendule; le diametre de ſon Equateur par le calcul de M. Newton lui-même, eſt de 6552866 ⅔ toiſes, & l'axe de révolution, ou la diſtance des Poles, eſt de 6524371 toiſes: ces nombres ſont à peu près dans le rapport de 230 à 229. De ces meſures je tire la grandeur du degré du Parallele pour 48° 50' de 37724 $\frac{13}{18}$ toiſes. La difference à celui du Sphéroïde oblong de M. Caſſini eſt de 548 toiſes pour chaque degré.

Ces deux Sphéroïdes ont un Parallele commun

* *Lib. 4. cap. 17. num. 1367.*

mun du côté de chaque Pole; depuis l'Equateur juſqu'à ce point, les Paralleles ſont plus grands dans l'applati, & au contraire depuis ce point juſqu'au Pole ils ſont plus grands dans l'oblong.

Pour trouver la grandeur du Parallele commun aux deux Sphéroïdes; ſoit . . . $CP\ a$

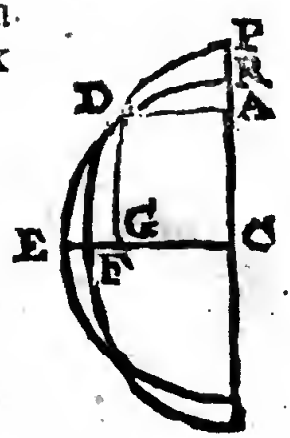
$CF\ b$

$CA\ x$

$DA\ y$

$CE\ c$

$CR\ d$



Par la propriété de l'ellipſe on aura . . . . . $aa : bb :: aa - xx : yy$.

Et cette autre proportion. $dd : cc :: dd - xx : yy$.

D'où l'on tire $\frac{bb}{aa} \times \overline{aa - xx} = \frac{cc}{dd} \times dd - xx$,

& réduiſant à même dénomination, & multipliant, on aura $aabbdd - bbddxx = aaccdd - aaccxx$, c'eſt-à-dire, parce que c eſt plus grand que d, $aaccxx - bbddxx = aaccdd - aabbdd$, ou bien $x = ad \frac{\sqrt{cc - bb}}{\sqrt{aacc - bbdd}}$.

On trouvera de même la valeur d'y, d'où en remontant par la même méthode qui a ſervi aux calculs ci-deſſus, on trouvera quel eſt le degré de latitude dans chaque Sphéroïde, auquel convient la grandeur trouvée du Parallele.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

A01 1476089

L, X
13
2